



**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA  
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE**

**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE  
AND TECHNOLOGY**

# Parcie gruntu na konstrukcje oporowe

# Grunt jako materiał budowlany

W **Budownictwie Ziemnym** grunt traktowany jest jako materiał budowlany, z którego wykonywane są konstrukcje i budowle ziemne (np. nasypy) oraz jako ośrodek, w którym wykonywane są inne budowle (np. kanały).

**Budowle Ziemne** powstają poprzez wykonywanie nasypów i wykopów o różnych kształtach i różnych wymiarach, przy czym technologia ich wykonania polega zazwyczaj na odspojeniu i wydobyciu gruntu z wykopów, przemieszczeniu urobku na miejsca nasypów oraz na ich uformowaniu w zależności od celu i przeznaczenia budowli.

Nierzadko do budowy nasypów wykorzystuje się grunty antropogeniczne, powstałe w wyniku gospodarczej lub przemysłowej działalności człowieka (odpady komunalne, pyły dymnicowe, odpady poflotacyjne).

# Podział budowli ziemnych



# Rozwiązanie Rankine'a (1857)

Promień koła Mohra:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

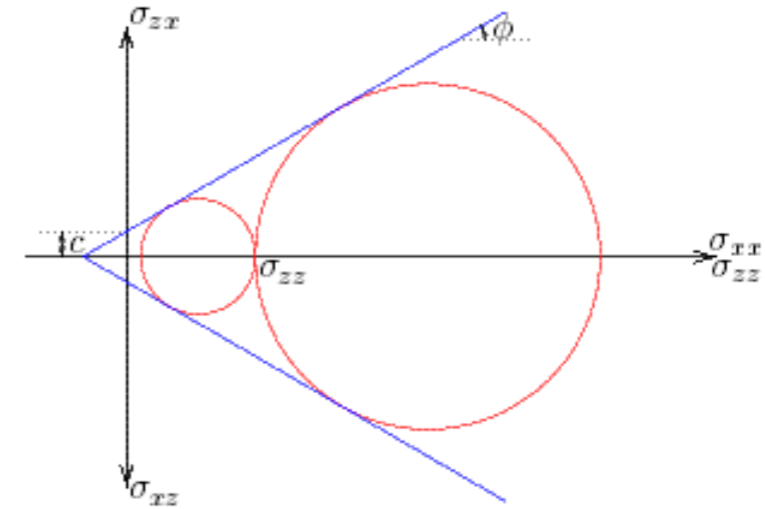
Środek koła Mohra jest odległy od początku układu o:

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

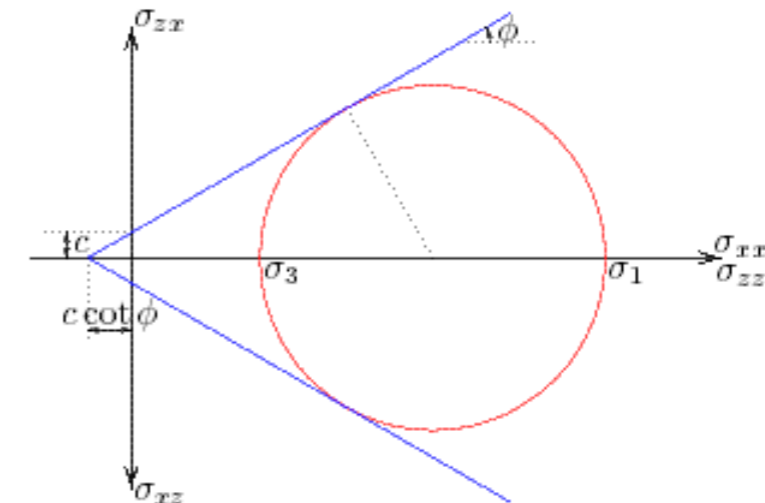
Dla koła Mohra mamy:

$$\sin \varphi = \frac{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}}{\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + c \cdot \cot \varphi}$$

$$\sigma_3 = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \sigma_1 - 2c \frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi}$$



$$\tau < \tau_f = c + \sigma \tan \varphi$$



## Rozwiązanie Rankine'a

Podstawiając:

$$\frac{\cos \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \phi}}{1 + \sin \phi} = \frac{\sqrt{(1 + \sin \phi)(1 - \sin \phi)}}{1 + \sin \phi} = \sqrt{\frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi}}$$

Otrzymujemy:

$$\sigma_3 = K_a \sigma_1 - 2c\sqrt{K_a}$$

Gdzie współczynnik czynnego parcia gruntu (coefficient of active earth pressure)  $K_a$ :

$$K_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi}$$

Formułę:

$$\sigma_3 = K_a \sigma_1 - 2c\sqrt{K_a}$$

można zapisać jako:

$$\sigma_1 = K_p \sigma_3 + 2c\sqrt{K_p}$$

## Rozwiązanie Rankine'a

Gdzie  $K_p$  to współczynnik biernego parcia (odporu) gruntu (*coefficient of passive earth pressure*):

$$K_p = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

Dla gruntów idealnie sypkich ( $c = 0$ ) zachodzi:

$$K_a < K < K_p$$

Przyjmując dalej  $\varphi = 30^\circ$  (typowa wartość dla piasku) otrzymujemy:

$$\frac{1}{3} < K < 3$$

# Rozwiązanie Rankine'a – parcie czynne

## Active earth pressure

$$\sigma_{zz} = \gamma \cdot z$$

gdzie:  $\gamma$  – ciężar objętościowy gruntu,  $\text{kN/m}^3$   
 $z$  – głębokość, m

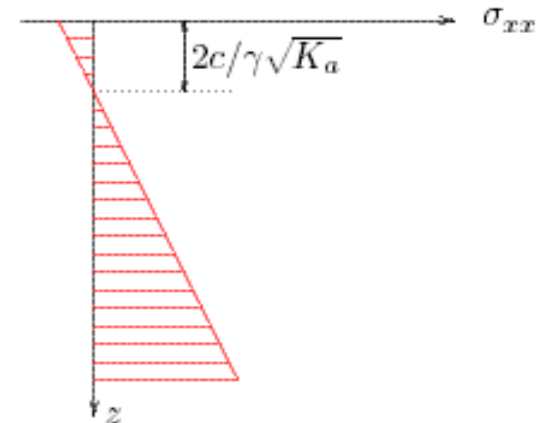
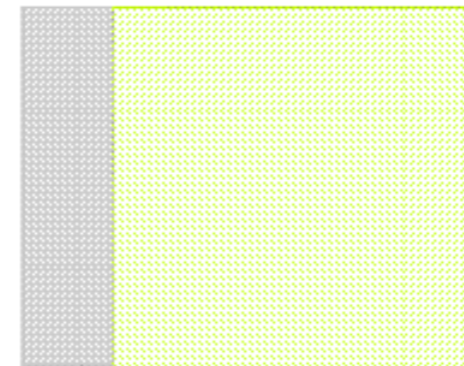
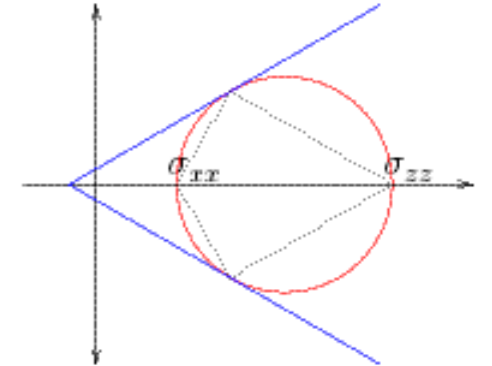
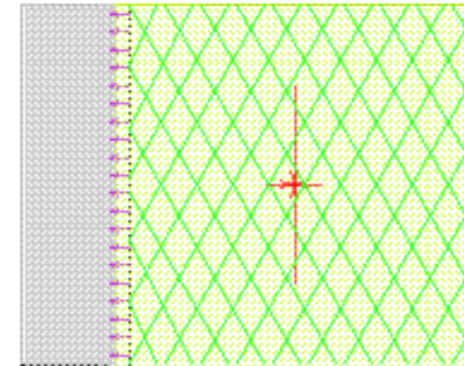
$$e_a = \sigma_{xx} = K_a \gamma \cdot z - 2c\sqrt{K_a}$$

Całkowita siła parcia czynnego oddziałującego na mur o wysokości  $h$  jest równa:

$$E_a = \frac{1}{2} K_a \gamma \cdot h^2 - 2ch\sqrt{K_a} + \frac{2c^2}{\gamma}$$

Znak siły zmienia się na głębokości:

$$h_c = \frac{2c}{\gamma\sqrt{K_a}}$$



Naprężenia poziome w gruncie dla przypadku parcia czynnego

# Rozwiązanie Rankine'a – parcie czynne

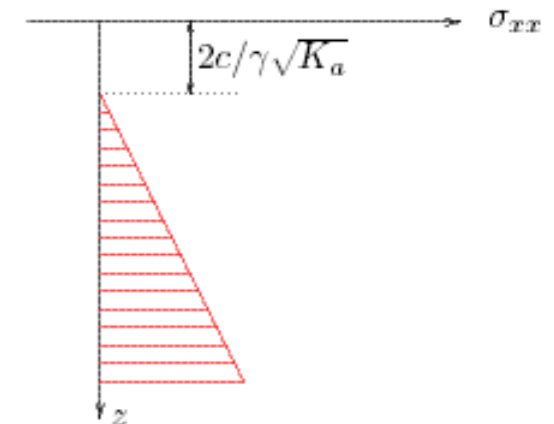
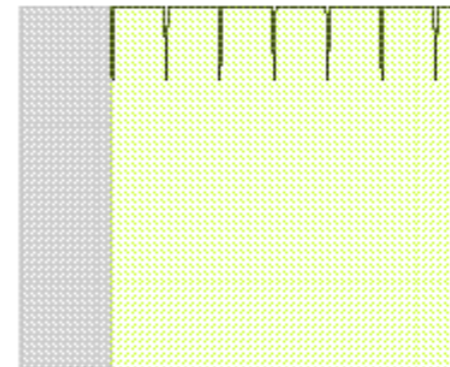
Czyli do głębokości  $h_c$  powinny w gruncie występować naprężenia rozciągające, co jest możliwe tylko przez krótki czas. Stąd też przyjmuje się, że do głębokości  $h_c$  pojawią się szczeliny zarówno w gruncie jak i pomiędzy gruntem i murem.

Całkowita siłę parcia czynnego oddziałującego na mur o wysokości  $h$  jest równa:

$$E_a = \frac{1}{2} K_a \gamma \cdot h_r^2 - 2c h_r \sqrt{K_a}$$

gdzie  $h_r$  jest zredukowaną wysokością muru równą:

$$h_r = h - \frac{2c}{\gamma \sqrt{K_a}}$$



Naprężenia poziome w gruncie ze szczelinami dla przypadku parcia czynnego

# Rozwiązanie Rankine'a – parcie bierne

## Passive earth pressure

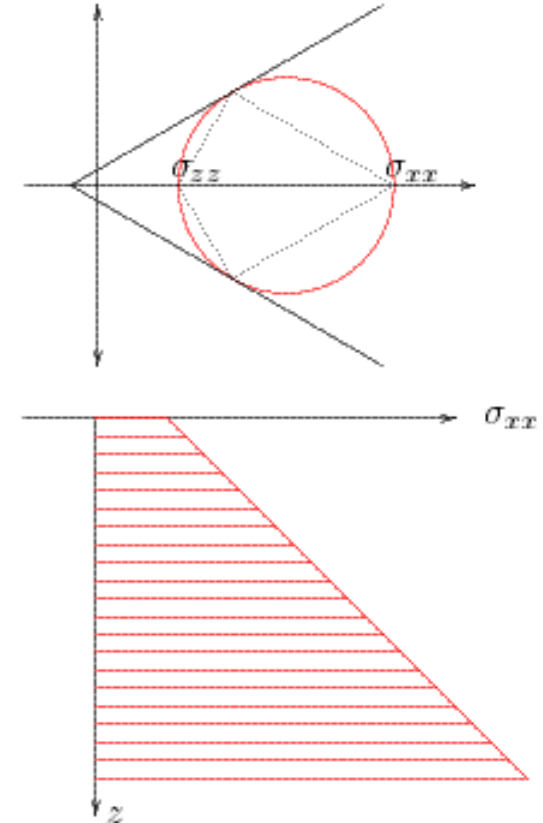
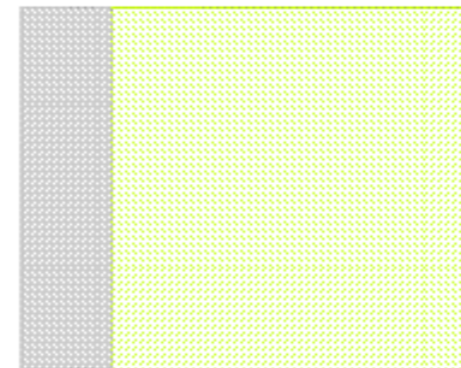
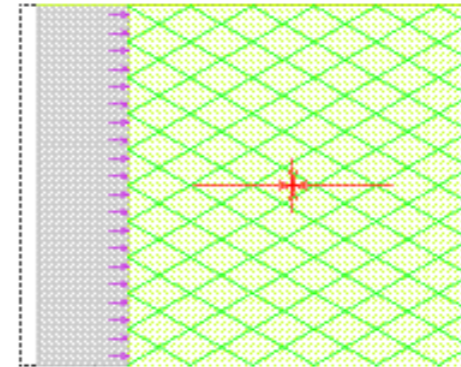
$$e_p = \sigma_{xx} = K_p \gamma \cdot z + 2c\sqrt{K_p}$$

Całkowita siła parcia biernego oddziałującego na mur o wysokości  $h$  jest równa:

$$E_p = \frac{1}{2} K_p \gamma \cdot h^2 + 2ch\sqrt{K_p}$$

Naprężenia poziome są tylko ściskające, więc nie ma możliwości wystąpienia szczelin w gruncie.

W przypadku murów oporowych, rzeczywiste naprężenia poziome będą przyjmowały wartości pomiędzy wynikającymi z parcia biernego i aktywnego, które mogą się różnić nawet dziewięciokrotnie. Pozostawia to wysoki margines nieoznaczoności.



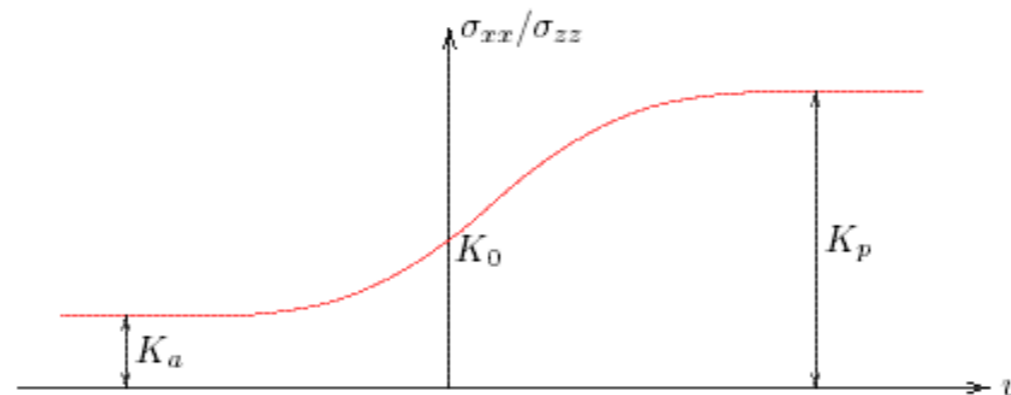
Naprężenia poziome w gruncie dla przypadku parcia biernego

## Parcie neutralne, spoczynkowe

W praktyce parcie i odpór gruntu wyznacza się korzystając z rozwiązań Coulomba, Rankine'a lub rozwiązań empirycznych. W obu tych teoriach analizuje się grunt w stanie odłamu, a więc katastrofalnym, gdy na skutek ścinania nastąpiło oddzielenie się klina gruntu od masywu. Obie te metody dają więc błędne wyniki gdy grunt napiera na niepodatną konstrukcję oporową, która nie dopuszcza do powstania odłamu. Wtedy, naprężenie poziome oddziałujące na mur można określić ze wzoru:

$$\sigma_{xx} = K_0 \gamma \cdot z$$

gdzie:  $K_0$  – współczynnik parcia bocznego w stanie spoczynku (*neutral earth pressure coefficient*).



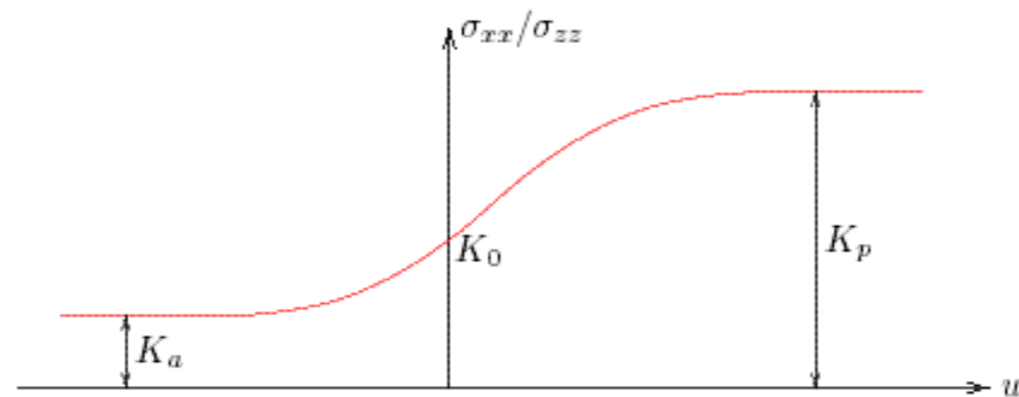
## Parcie neutralne, spoczynkowe

$$K_0 = \frac{\nu}{1-\nu} \text{ – teoria sprężystości}$$

$$K_0 = 1 - \sin \varphi \text{ – wzór Jaky'ego}$$

$$K_0 = (1 - \sin \varphi) \cdot OCR^{\sin \varphi} \text{ – Mayne i Kuhlawy (1982)}$$

gdzie: OCR – stopień konsolidacji (*overconsolidation ratio*)



# Wpływ wody na naprężenia

W przypadku występowania poza murem wody gruntowej należy zamiast ciężaru objętościowego  $\gamma$  przyjąć ciężar objętościowy gruntu pod wodą  $\gamma'$ , ciśnienie wody  $u$  uwzględnić oddzielnie obliczając je według wzoru:

$$u = \gamma_w h_w$$

gdzie  $h_w$  jest wysokością słupa wody w rozpatrywanym punkcie.

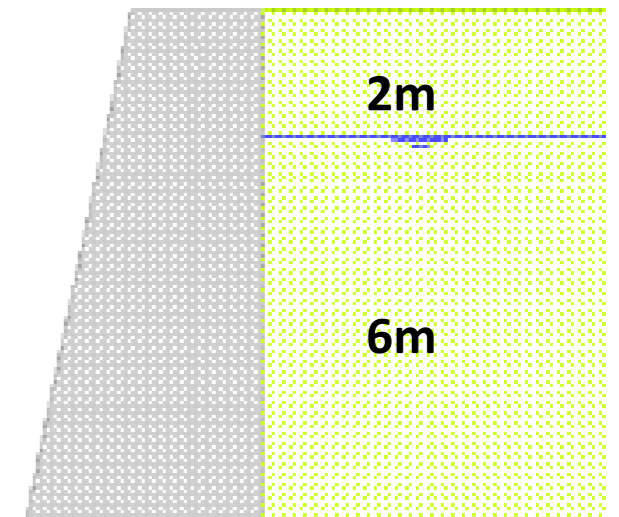
Założmy mur o wysokości 8 m w gruncie o parametrach:

$$c = 0$$

$$\varphi = 30^\circ$$

$$\gamma_{dry} = 16 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma_{sat} = 20 \text{ kN/m}^3$$



# Wpływ wody na naprężenia

Dla  $h = 2$  m:

$$\sigma_{zz} = \gamma_{dry} h = 32 \text{ kPa}$$

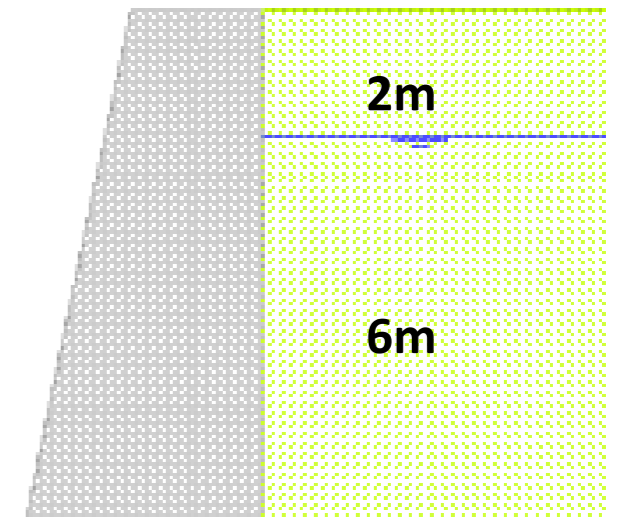
$$\sigma_{xx} = K_a \sigma_{zz} = \frac{1}{3} 32 = 10.67 \text{ kPa}$$

Dla  $h = 8$  m:

$$\sigma_{zz} = \gamma_{dry} 2 \text{ m} + \gamma_{sat} 6 \text{ m} = 32 + 120 = 152 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{zz} = \sigma_{zz} - u = 152 - 60 = 92 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{xx} = K_a \sigma'_{zz} = \frac{1}{3} 92 = 30.67 \text{ kPa}$$



## Rozwiązanie Rankine'a - obciążenie

W przypadku występowania naziomu obciążonego równomiernie wzory dla parcia czynnego i biernego przyjmują następującą postać:

$$\sigma_{xx} = e_a = K_a(\gamma \cdot z + q) - 2c\sqrt{K_a}$$

$$E_a = K_a \left( \frac{1}{2} \gamma \cdot h^2 + qh \right) - 2ch\sqrt{K_a} + \frac{2c^2}{\gamma}$$

$$\sigma_{xx} = e_p = K_p(\gamma \cdot z + q) + 2c\sqrt{K_p}$$

$$E_p = K_p \left( \frac{1}{2} \gamma \cdot h^2 + qh \right) + 2ch\sqrt{K_p}$$

## Rozwiązanie Coulomba – parcie czynne

W przypadku parcia czynnego ciężar klina jest równy:

$$W = \frac{1}{2} \gamma h^2 \tan \theta$$

Siła tarcia, działająca w płaszczyźnie poślizgu o długości  $h / \cos \theta$  jest równa:

$$T = N \tan \varphi$$

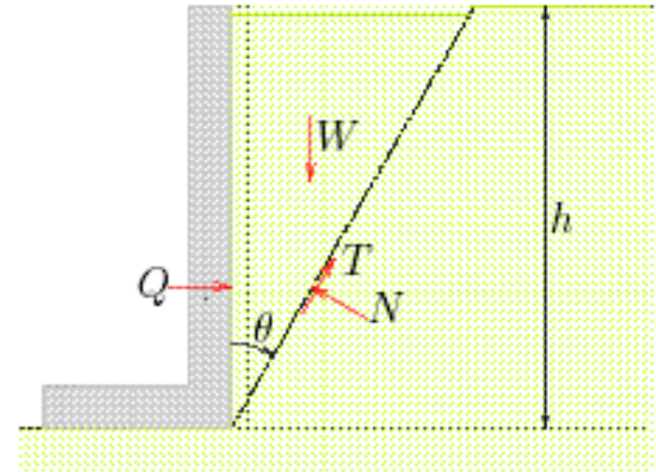
Równania równowagi (w postaci sum rzutów sił na obie osie układu współrzędnych):

$$Q + T \sin \theta - N \cos \theta = 0$$

$$W - N \sin \theta - T \cos \theta = 0$$

Eliminując siłę tarcia otrzymujemy:

$$Q = \frac{N}{\cos \varphi} \cos(\theta + \varphi) \quad W = \frac{N}{\cos \varphi} \sin(\theta + \varphi)$$



## Rozwiązanie Coulomba – parcie czynne

Eliminując siłę nacisku otrzymujemy:

$$Q = W \frac{\cos(\theta + \varphi)}{\sin(\theta + \varphi)}$$

oraz:

$$W = \frac{1}{2} \gamma h^2 \tan \theta$$

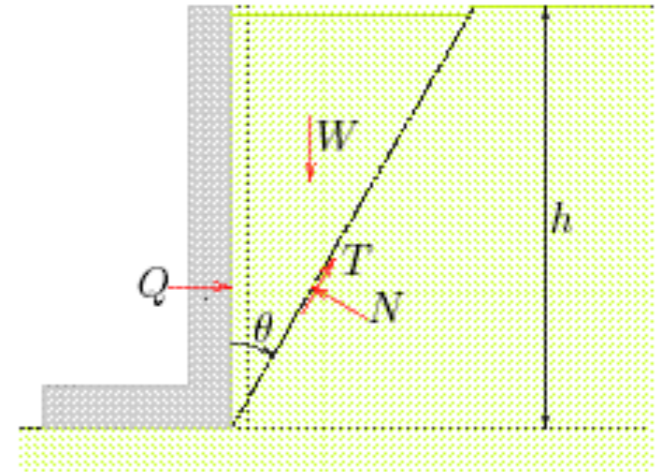
$$Q = \frac{1}{2} \gamma h^2 \frac{\sin \theta \cos(\theta + \varphi)}{\cos \theta \sin(\theta + \varphi)}$$

Podstawiając:  $\sin \theta \cos(\theta + \varphi) = \cos \theta \sin(\theta + \varphi) - \sin \varphi$

Otrzymujemy:  $Q = \frac{1}{2} \gamma h^2 - \frac{\frac{1}{2} \gamma h^2 \sin \theta}{\cos \theta \sin(\theta + \varphi)}$

Maksymalna wartość siły  $Q$  przypadnie dla maksymalnej wartości funkcji

$$f(\theta) = \cos \theta \sin(\theta + \varphi)$$



# Rozwiązanie Coulomba – parcie czynne

Pierwsza i druga pochodna funkcji przyjmują wartości:

$$\frac{df}{d\theta} = \cos(2\theta + \phi) \qquad \frac{d^2f}{d\theta^2} = -2 \sin(2\theta + \phi)$$

$$\frac{df}{d\theta} = 0 \quad \text{dla} \quad 2\theta + \phi = \frac{\pi}{2}$$

Wtedy:  $\theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}$

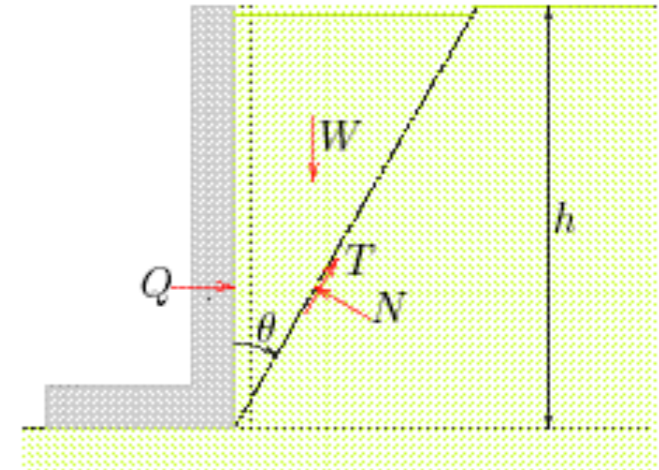
Dla takiej wartości kąta  $\theta$  otrzymujemy:

$$\frac{d^2f}{d\theta^2} = -2$$

Czyli ekstremum funkcji jest maksimum.

Wtedy pozioma siła  $Q$  przyjmuje wartość

$$Q = \frac{1}{2} \gamma h^2 \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_a \qquad \text{gdzie:} \quad K_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi}$$



## Rozwiązanie Coulomba – parcie bierne

W przypadku parcia biernego ciężar klina jest równy:

$$W = \frac{1}{2} \gamma h^2 \tan \theta$$

Siła tarcia, działająca w płaszczyźnie poślizgu o długości  $h / \cos \theta$  jest równa:

$$T = N \tan \varphi$$

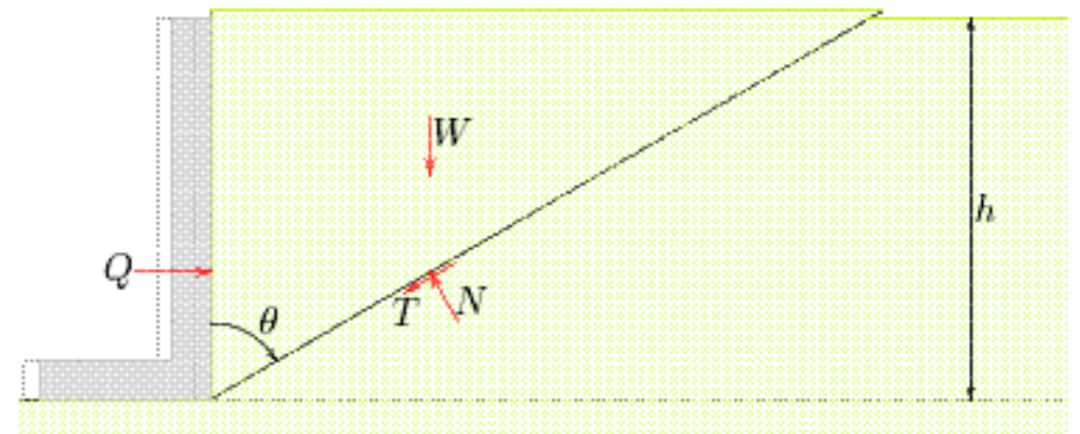
Równania równowagi (w postaci sum rzutów siła na obie osie układu współrzędnych):

$$Q + T \sin \theta - N \cos \theta = 0$$

$$W - N \sin \theta - T \cos \theta = 0$$

Eliminując siłę tarcia otrzymujemy:

$$Q = \frac{1}{2} \gamma h^2 - \frac{\frac{1}{2} \gamma h^2 \sin \phi}{\cos \theta \sin(\theta - \phi)}$$



# Rozwiązanie Coulomba – parcie bierne

Maksymalna wartość siły  $Q$  przypadnie dla maksymalnej wartości funkcji:

$$f(\theta) = \cos \theta \sin(\theta - \varphi)$$

Pierwsza i druga pochodna funkcji przyjmują wartości:

$$\frac{df}{d\theta} = \cos(2\theta - \varphi) \qquad \frac{d^2f}{d\theta^2} = -2 \sin(2\theta - \varphi)$$

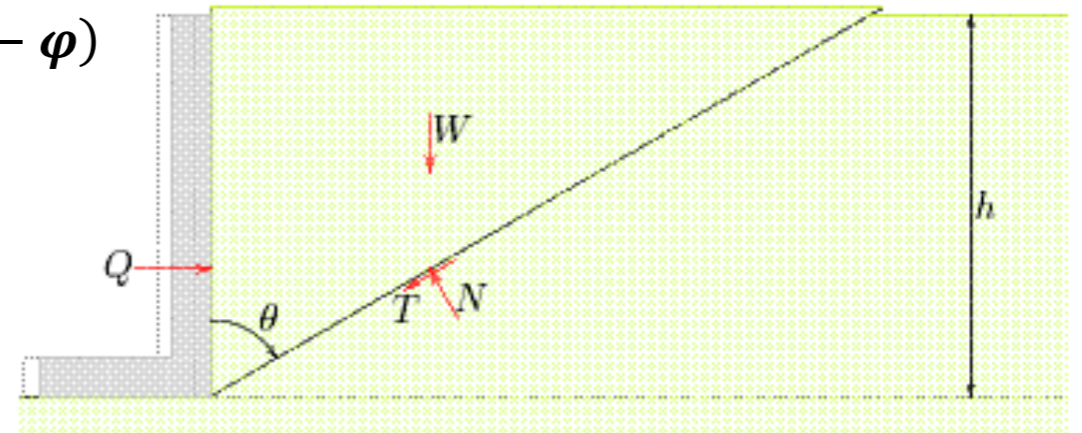
$$\frac{df}{d\theta} = 0 \quad \text{dla: } 2\theta - \varphi = \frac{\pi}{2} \quad \text{wtedy: } \theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$$

Dla takiej wartości kąta otrzymujemy:

$$\frac{d^2f}{d\theta^2} = -2$$

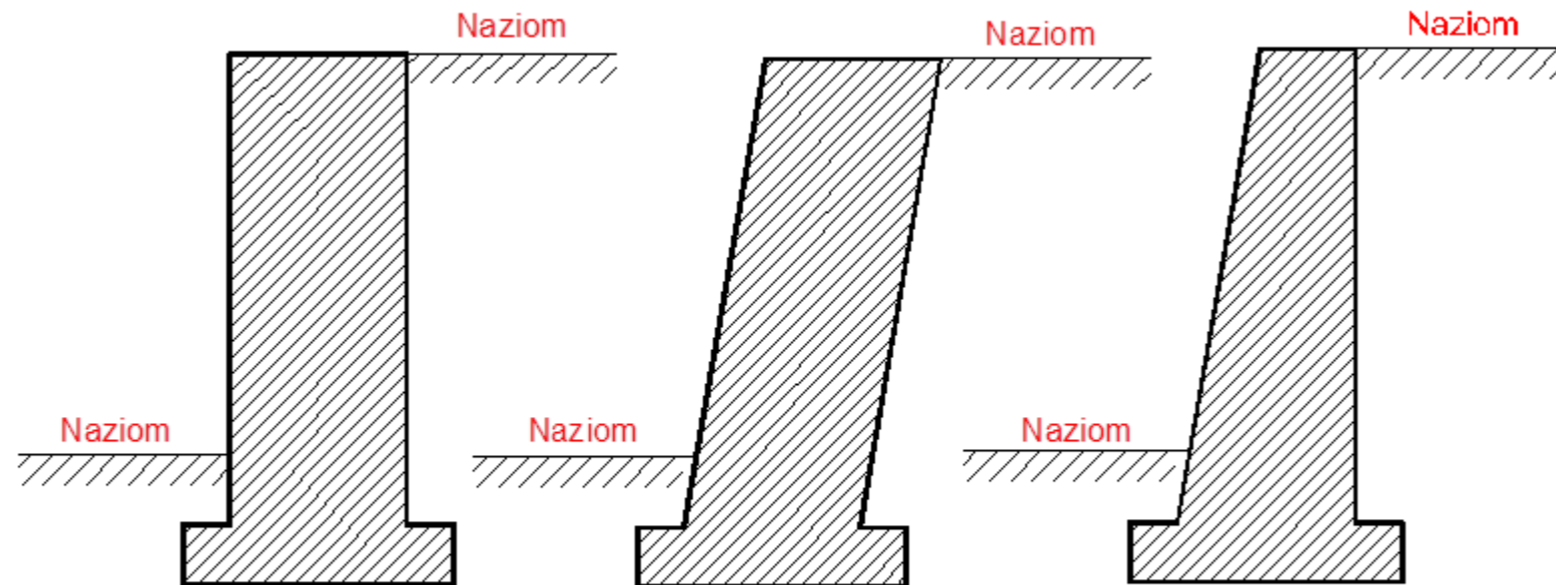
Czyli ekstremum funkcji jest maksimum. Wtedy pozioma siła  $Q$  przyjmuje wartość:

$$Q = \frac{1}{2} \gamma h^2 \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_p \qquad \text{gdzie: } K_p = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$$



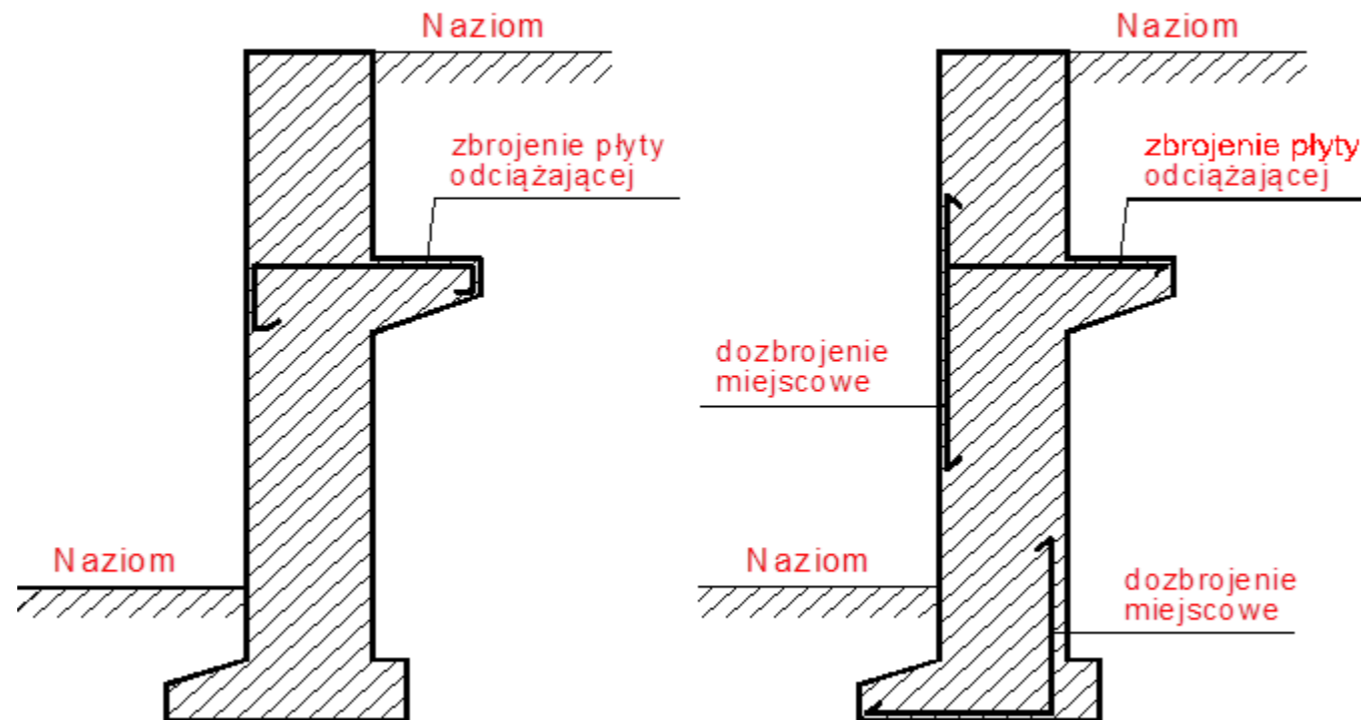
# Mury oporowe

**Ściany masywne** – wykonuje się przeważnie z betonu, kamienia naturalnego lub sztucznego na zaprawie cementowej lub cementowo wapiennej, ściany te można stosować tylko przy małej wysokości 2÷3 m.



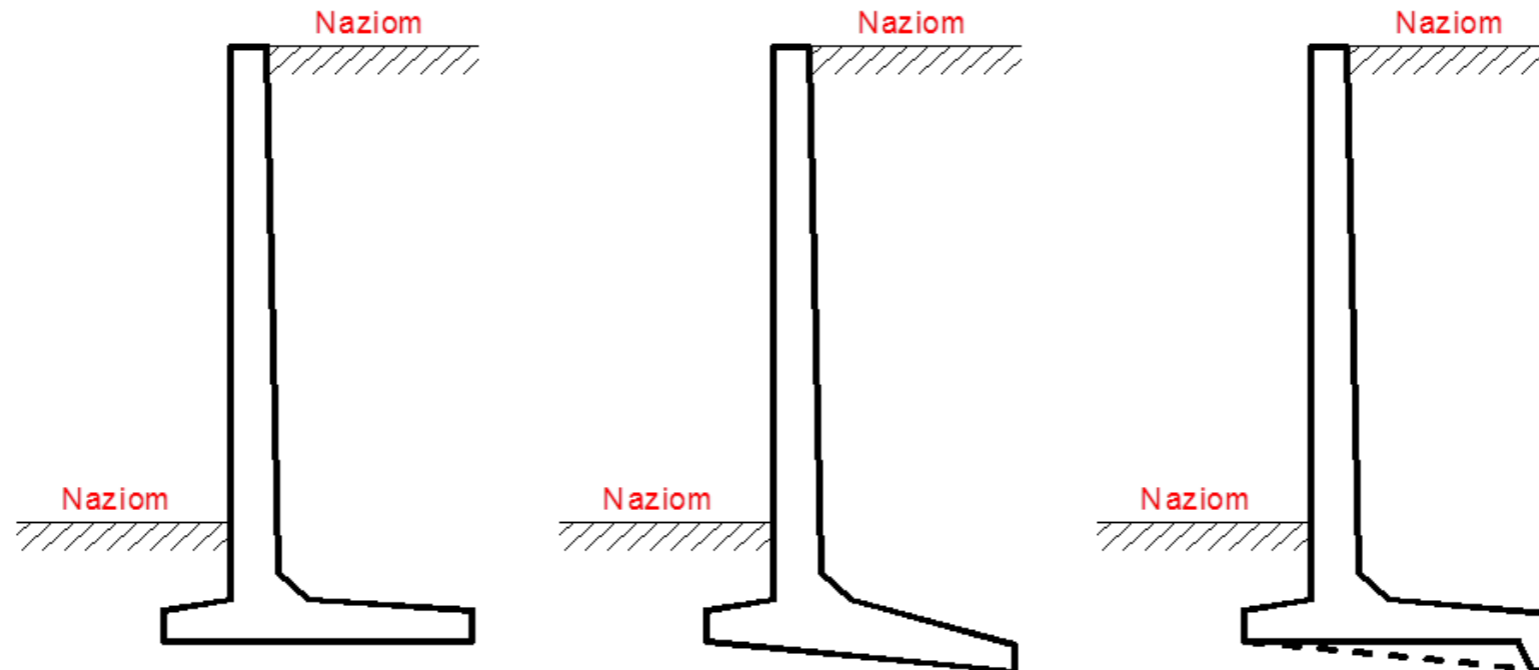
# Mury oporowe

**Ściany masywne ze wspornikowymi płytami odciążającymi** - zastosowanie tego typu ścian oporowych pozwala na zmniejszenie zużycia materiału i zmniejszenie zbrojenia w samej płycie pionowej ściany (pozioma płyta jest żelbetowa), ściany betonowe o jednej płycie odciążającej stosuje się do wysokości ok. 4.0 m, dla wyższych ścian do ok. 6.0 m – stosuje się dwie płyty odciążające. Ściany te stosuje się do max. 10 m.



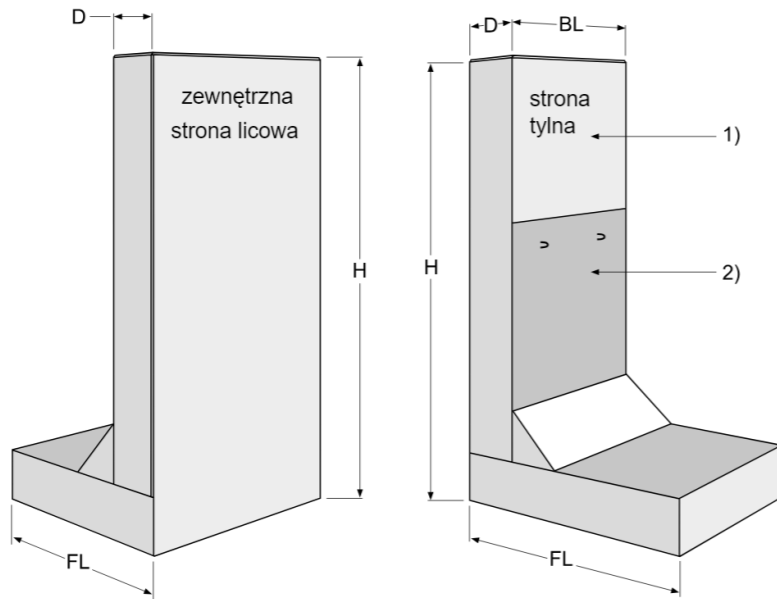
# Mury oporowe

**Ściany płytowo - kątowe** – wykonuje się wyłącznie z żelbetu, stateczność tych ścian jest zapewniona w znacznej mierze dzięki ciężarowi gruntu spoczywającego na poziomej płycie fundamentowej, zastosowanie nachylenia płyty fundamentowej oraz specjalnej ostrogi powoduje zwiększenie stateczności konstrukcji ściany oporowej ze względu na przesunięcie.



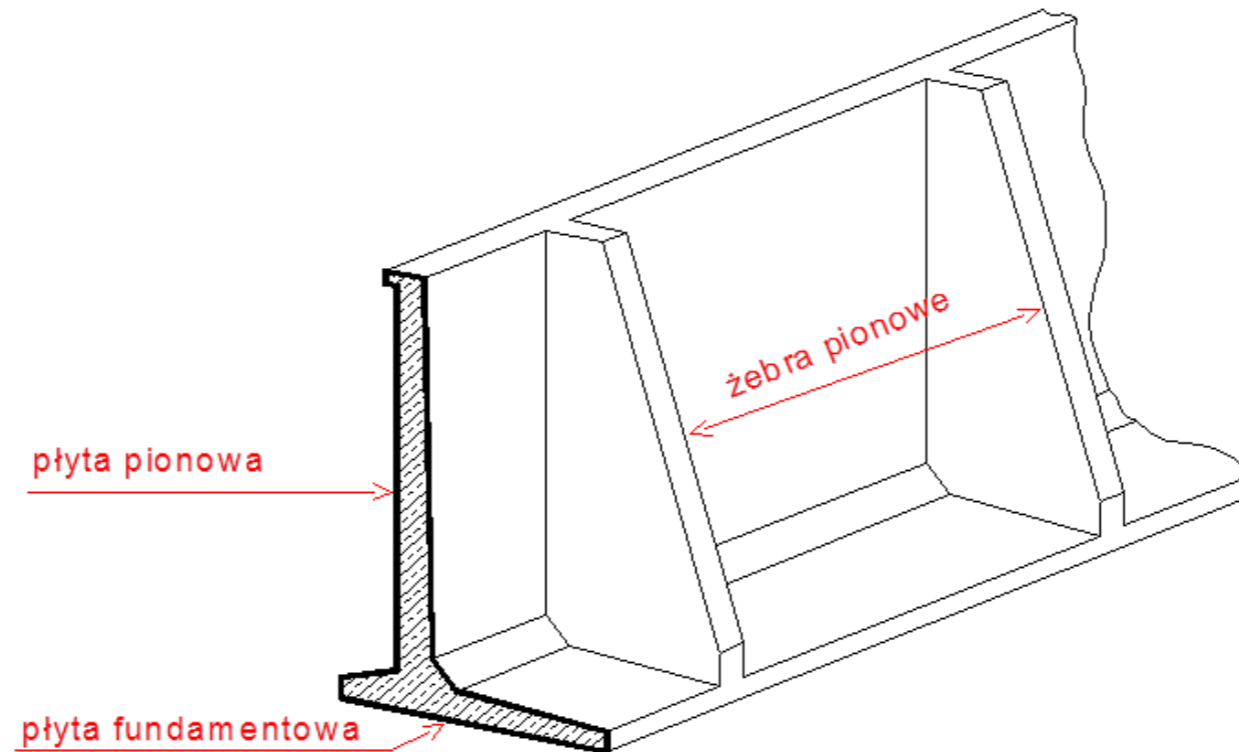
# Mury oporowe

## Ściany płytowo - kątowe – na przykładzie Westerwelle



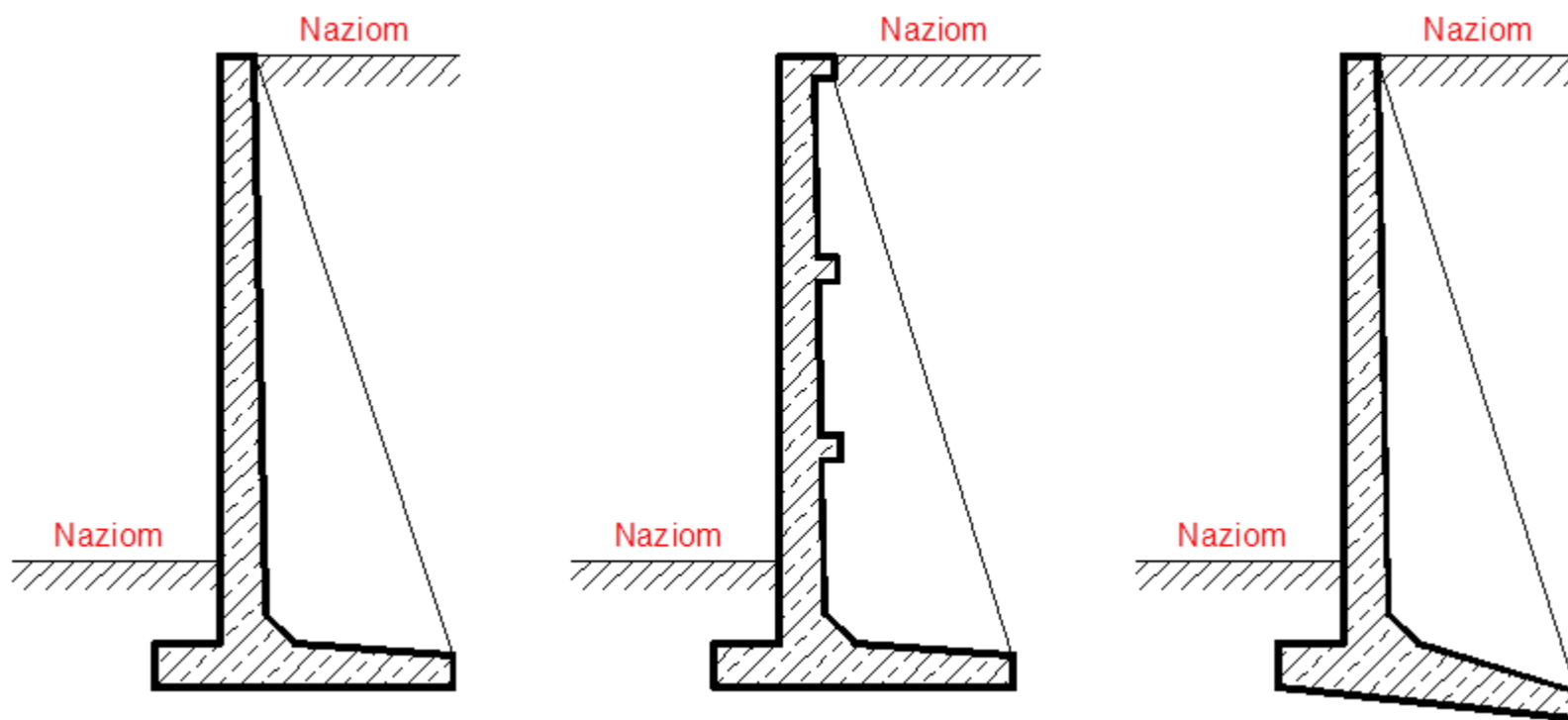
## Mury oporowe

**Ściany płytowo – żebrowe** – składają się z płyty fundamentowej, pionowej oraz pionowych żeber rozstawionych wzdłuż ściany oporowej co 2.5÷3.5m, wykonanie wyłącznie z żelbetu, zalety – duża sztywność i mała odkształcalność na działanie poziomego parcia gruntu w porównaniu z konstrukcjami płytowo kątowymi.



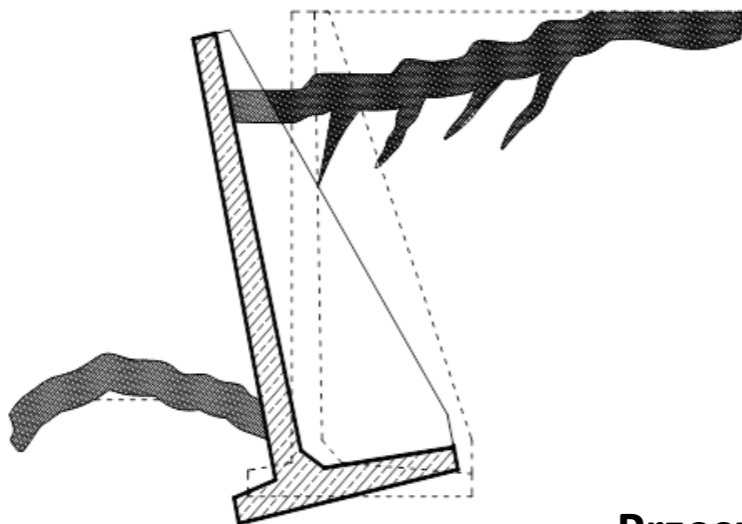
# Mury oporowe

## Ściany płytowo – żebrowe

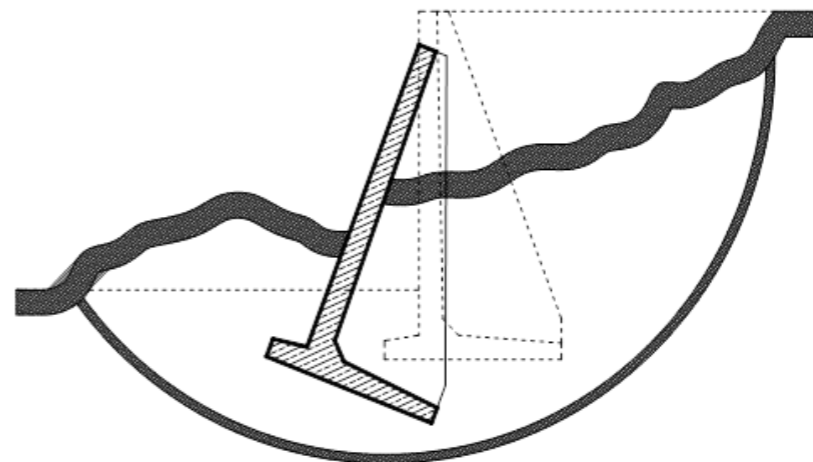


# Mury oporowe

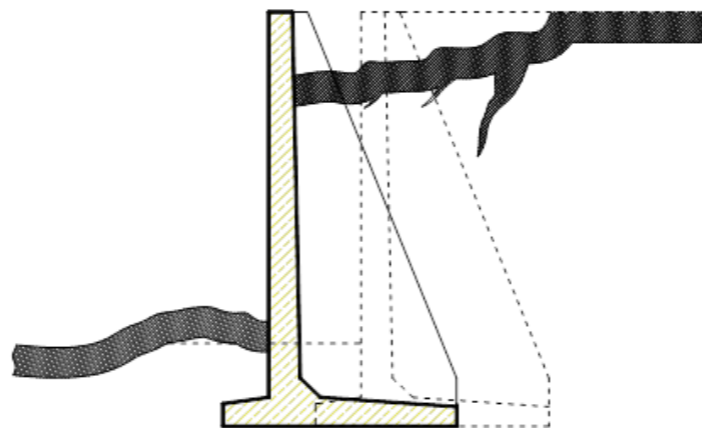
Obrót ściany oporowej



Obrót ściany oporowej z wyparciem



Przesunięcie ściany oporowej



# Mury oporowe



## Mury oporowe – warunki stateczności

Mając określone wartości sił parcia gruntu na ściany oporowe należy sprawdzić ich stateczność przy odpowiednich współczynnikach pewności. Szczegóły definiuje norma PN-83/B-03010.

1. Zgodnie z zaleceniem tej normy, dla wszystkich typów murów oporowych, niezależnie od ich wysokości o obciążen należy wykonać sprawdzenie nośności podłoża z uwzględnieniem mimośrodów i nachylenia obciążenia oraz budowy podłoża. Sprawdzenie to należy przeprowadzić zgodnie z zaleceniami normy PN-81/B-03020.
2. W przypadku usytuowania ściany oporowej na zboczu lub w pobliżu zbocza i w przypadku istnienia w podłożu warstw umożliwiających poślizg części zbocza w stosunku do niżej zalegających warstw należy przeprowadzić sprawdzenie stateczności ściany oporowej łącznie z częścią masywu gruntowego i obiektami sąsiadującymi, według różnych, możliwych w danych warunkach powierzchni poślizgu. Można do tego celu zastosować metody równowagi granicznej (np. SLOPE/W) lub metody numeryczne (np. FLAC, Z\_Soil, Plaxis, GTS NX etc.)

## Mury oporowe – warunki stateczności

3. Przy sprawdzaniu stateczności muru oporowego ze względu na możliwość obrotu względem krawędzi podstawy fundamentu powinien być spełniony warunek:

$$M_o^{(r)} \leq m_o \cdot M_u^{(r)}$$

gdzie:

$M_o^{(r)}$  – moment wszystkich sił obliczeniowych powodujących obrót ściany (składowa pozioma siły parcia gruntu),

$M_u^{(r)}$  – moment wszystkich sił obliczeniowych przeciwdziałających obrotowi ściany (ciężar ściany),

$m_o = 0.8$  w przypadku obciążenia naziomu  $q \geq 10 \text{ kPa}$ ,

$m_o = 0.9$  w pozostałych przypadkach.

## Mury oporowe – warunki stateczności

4. Przy sprawdzaniu stateczności muru oporowego ze względu przesunięcie powinien być spełniony warunek:

$$Q_t^{(r)} \leq m_t \cdot Q_{tf}^{(r)}$$

gdzie:

$Q_t^{(r)}$  – obliczeniowa wartość składowej stycznej (poziomej) obciążenia w płaszczyźnie ściana,

$Q_{tf}^{(r)}$  – suma rzutów na płaszczyznę ściana wszystkich sił obliczeniowych przeciwdziałających przesunięciu ściany,

$m_t = 0.9$  w przypadku obciążenia naziomu  $q \geq 10 \text{ kPa}$ ,

$m_t = 0.95$  w pozostałych przypadkach.