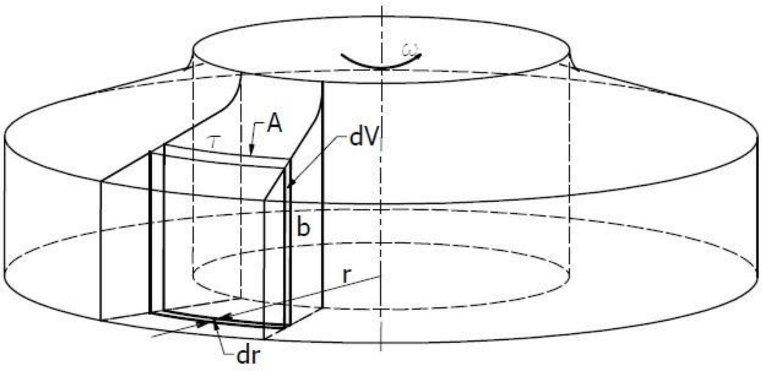
Zasada działania maszyny przepływowej.

Przyrost ciśnienia statycznego.



Rys. 1. Izotermiczny schemat wirnika maszyny przepływowej z kanałem miedzy łopatkowym.

Na rys.1. pokazano schemat wirnika maszyny przepływowej, w której przez kanał międzyłopatkowy przepływa płyn (gaz, ciecz) od wlotu do wylotu z wirnika. Obracający się wirnik powoduje przyrost ciśnienia statycznego przepływającego płynu, jak również ciśnienia dynamicznego (jednak nie w każdym przypadku). Przyrost ciśnienia statycznego wynika z prostej zależności, czyli stosunku siły do powierzchni.

Na elementarną cząstkę masy (płynu) działa siła odśrodkowa dF , która z kolei podzielona przez jej powierzchnię $A = \tau \cdot b$ (rys. 1.) wytwarza przyrost ciśnienia dp w maszynie.

$$dp = \frac{dF}{A}$$

$$A = \frac{2\pi r}{z} \cdot b = \tau \cdot b \qquad z - \text{ilość łopatek}$$

$$dF = \frac{dm \cdot u^2}{r}$$

gdzie: $u -$ prędkość obwodowa

$$dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot A \cdot dr = \rho \cdot \tau \cdot b \cdot dr$$

$$dF = \frac{\rho \tau b dr (\omega r)^2}{r} = \rho \cdot \tau \cdot r \cdot b \cdot \omega^2 \cdot dr$$

$$dp = \frac{\rho \tau b \omega^2 r dr}{\tau b}$$

$$dp = \rho \cdot \omega^2 \cdot r \cdot dr$$

- więc przyrost ciśnienia w wirniku pomiędzy promieniami r_1 i r_2 wyniesie

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \int_{r_1}^{r_2} \rho \cdot \omega^2 \cdot r \cdot dr$$

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2} \cdot \omega^2 \cdot (r_2^2 - r_1^2)$$

- wiedząc , że $\omega \cdot r = u$ otrzymujemy odpowiednio

$$\boldsymbol{p_2 - p_1 = \Delta p = \frac{\rho}{2} \cdot (u_2^2 - u_1^2)}$$

$$\boldsymbol{\rho g H_{th} = \frac{\rho}{2} \cdot (u_2^2 - u_1^2)}$$

$$\boldsymbol{H_{th} = \frac{1}{g} \cdot (\frac{u_2^2 - u_1^2}{2})}$$

Wyrażenie to przedstawia teoretyczną wysokość ciśnienia statycznego, czyli energię jaką wykonuje ciecz w wirniku wskutek działania siły odśrodkowej. Wynika z tego , że wielkość przyrostu ciśnienia statycznego lub jego wysokości, zależy wprost od różnicy prędkości unoszenia (obwodowej) $u_2^2 - u_1^2$.

Czyli aby zwiększyć Δp_c lub H_u w danej maszynie należy zwiększyć jej obroty lub średnicę D_2. Oczywiści musimy się liczyć z ograniczeniami wytrzymałościowymi, które jak wiadomo nie są nieskończone.

Teoretyczne podstawy maszyn przepływowych - równanie Eulera.

Korzystając z zasady zachowania krętu Euler dowiódł, że moment obrotowy wirnika powstały w wyniku doprowadzenia mocy na wał maszyny, jest ściśle powiązany z energią , która jest przekazywana do płynu w kanale międzyłopatkowym.

Równanie Eulera opisuje model przepływu w oparciu o następujące założenia:

- czynnik przepływający przez maszynę jest nieściśliwy i nielepki,
- wirnik ma nieskończoną liczbę łopatek,
- w przepływie przez wirnik zachodzi symetria osiowa przepływu,
- czynnik jest wstępnie zawirowany.

Jak wiadomo z fizyki, pędem nazywamy iloczyn masy ciała i jego prędkości, kierunek i zwrot jego jest zgodny z kierunkiem i zwrotem prędkości.

$$p = m \cdot c \qquad (1)$$

a dla ruchu okrężnego można napisać, że moment pędu – kręt , jest równy

$$K = m \cdot c \cdot l$$

gdzie ; $c -$ prędkość bezwzględna masy m przepływającego czynnika przez kanał międzyłopatkowy

Rozpatrując strugę poruszającą się wzdłuż łopatki wirnika rys.2 przyrost krętu (momentu pędu) pomiędzy przekrojami wejściowym 1 i wyjściowym 2 jest równy

$$\Delta K = K_2 - K_1 = mc_2 l_2 - mc_1 l_1 \qquad (2)$$

Euler dowiódł, że moment obrotowy przyłożony do wirnika „ idzie ‘’ na przyrost krętu w czasie zgodnie z zasadą

$$\frac{dK}{dt} = M$$

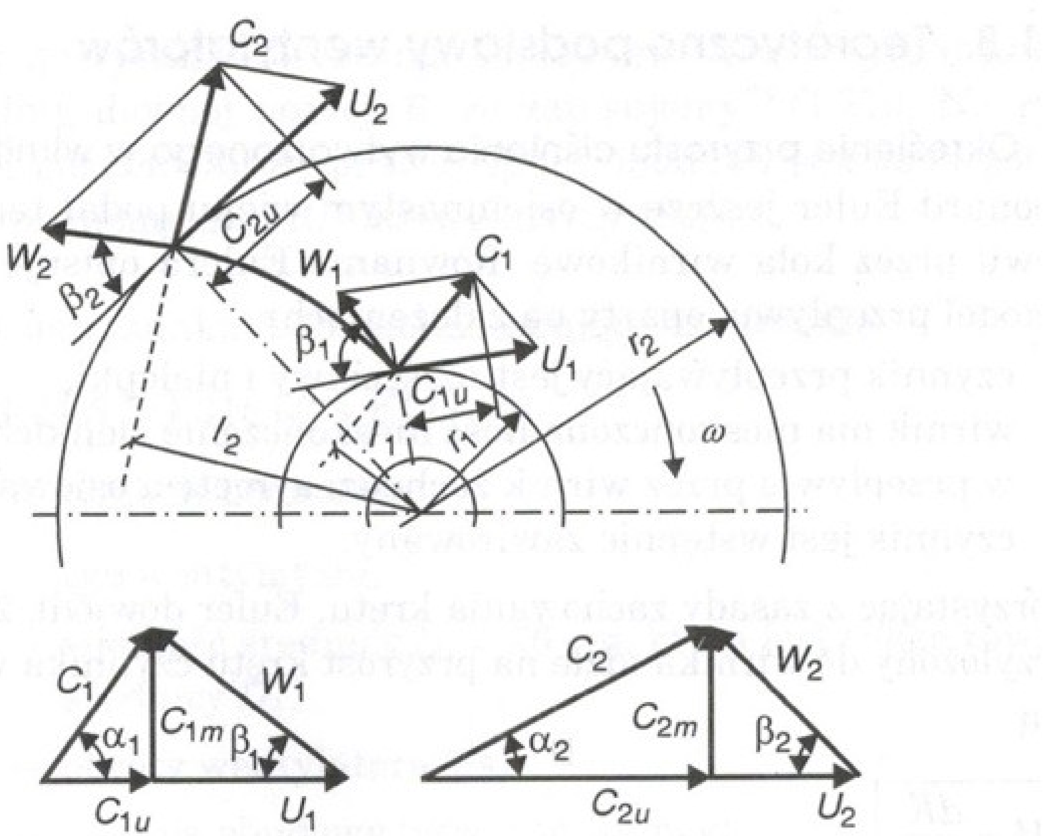
dzieląc równanie (2) stronami przez czas $\Delta\tau$ otrzymamy

$$\Delta\dot{K} = \dot{K}_2 - \dot{K}_1 = \dot{m}c_1 l_1 = \dot{m}(c_2 l_2 - c_1 l_1) \qquad (3)$$

gdzie $\dot{K}$ – jt. strumień krętu czynnika

A zatem zmiana krętu strugi płynu w wirniku równa się momentowi obrotowemu dostarczonemu na wał wirnika

$$\Delta\dot{K} = M \qquad (4)$$



Rys.2. Trójkąty prędkości, na wlocie i wylocie w wirniku Eulera

Z trygonometrycznych związków trójkątów prędkości na wlocie i wylocie, wirnika wynikają następujące zależności :

$$l_1 = r_1 cos\alpha_1 \ ; \qquad l_2 = r_2 cos\alpha_2$$

które wstawiając do równania 3 otrzymamy że:

$$M = \dot{m}(c_2 r_2 cos\alpha_2 - c_1 r_1 cos\alpha_1)$$

ponieważ $c_2 cos\alpha_2 = c_{2u}$ a $c_1 cos\alpha_1 = c_{1u}$

więc $$\boldsymbol{M} = \dot{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{r_2 c_{2u}} - \boldsymbol{r_1 c_{1u}}) \qquad (5)$$

Moment obrotowy dostarczony na wał wirnika jest przekazywany do przepływającego płynu w kanale międzyłopatkowym wirnika. Łopatki wirnika naciskając na płyn powodują zwiększenie jego krętu, którego wielkość jest równa wartości dostarczonego wcześniej momentu.

Mnożąc moment M przez prędkość kątową wirnika ω dostaniemy wartość mocy potrzebnej do napędu wirnika, dla $z = \infty$:

$$N = M \cdot \omega = \dot{m}(r_2 \omega c_{2u} - r_1 \omega c_{1u})$$

$$u_2 = \omega r_2 \qquad a \qquad u_1 = \omega r_1$$

$$N_{th\infty} = \dot{m}(u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}) \qquad (6)$$

Moc można również wyrazić jako iloczyn jednostkowej pracy $l_{th\infty}$ i strumienia masy $\dot{m}$ dlatego można napisać ,że

$$N_{th\infty} = \dot{m} \cdot l_{th\infty} \qquad (7)$$

z czego wynika , że

$$\boldsymbol{l_{th\infty} = u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}} \qquad (8)$$

Jest to pierwsza postać podstawowego równania maszyn przepływowych zwanego też równaniem Eulera. Mówi ono ile energii jest przekazane do płynu w przepływie przez wirnik spełniający podane wcześniej założenia. Mówi również, że praca wirnikowa nie zależy od gęstości czynnika przepływającego przez wirnik a jedynie od zmiany krętu.

1. <u>Zastosowanie równania Eulera dla pompy</u>

$H_{th\infty} -$ *wysokość podnoszenia pompy przy* $z = \infty$

moc pompy $$N_{th\infty} = H_{th\infty} \cdot g \cdot \rho \cdot \dot{V} \qquad (9)$$

Wstawiając w miejsce mocy, iloczyn jednostkowej pracy i strumienia masy $\dot{m}$ możemy napisać że:

(9) = (7) $$H_{th\infty} \cdot g \cdot \rho \cdot \dot{V} = \dot{m}(u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u})$$

wstawiając za $\rho \cdot \dot{V} = \dot{m}$

to otrzymamy

$$\boldsymbol{H_{th\infty} = \frac{1}{g}(u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u})} \qquad (10)$$

<u>2.Zastosowanie równania Eulera dla wentylatorów</u>

$\Delta p_{th\infty} - \ spiętrzenie\ wentylatora\ przy\ \ z = \infty$

moc wentylatora $N_{th\infty} = \Delta p_{th} \cdot \dot{V}$ (11)

(11) = (7) $\Delta p_{th\infty} \cdot \dot{V} = \dot{m}(u_2 \cdot c_{2u} - u_1 \cdot c_{1u})$

Wstawiając za $\frac{\dot{m}}{\dot{V}} = \rho$, a zatem

$$\boldsymbol{\Delta p_{th\infty} = \rho(u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u})} \qquad (12)$$

Równania (10) i (12) mówią, że **wysokość podnoszenia lub przyrost ciśnienia** w maszynie **zależy** od rozkładu i wartości prędkości (u_1 , u_2 $oraz$ c_{1u} i c_{2u}) w kanale międzyłopatkowym wirnika czyli **od** jego **konstrukcji i obrotów**.

Najczęściej jednak wirnik zasilany jest bezpośrednio z rurociągu bez udziału kierownicy wlotowej a wtedy $c_{1u} = 0$ a zatem :

$$\Delta p_{th\infty} = \rho \cdot u_2 \cdot c_{2u}$$

Czyli o przyroście spiętrzenia całkowitego decydują, składowa obwodowa prędkości bezwzględnej c_{2u} oraz prędkość obwodowa u_2.

Przekształcenia podstawowego równania maszyn przepływowych.

$$H_{th} = \frac{1}{g}(u_2 c_{u_2} - u_1 c_{u_1})$$

W oparciu o trójkąty prędkości na wlocie i wylocie (rys.2) wiadomo już, że :

$c_{2u} = c_2 cos\alpha_2$ a $c_{1u} = c_1 cos\alpha_1$

czyli możemy napisać , że:

$$H_{th} = \frac{1}{g}(u_2 c_2 \cos\alpha_2 - u_1 c_1 cos\alpha_1)$$

a korzystając następnie z twierdzenia cosinusów że:

$$w_2^2 = c_2^2 + u_2^2 - 2c_2 u_2 cos\alpha_2 \quad \rightarrow \quad u_2 c_2 cos\alpha_2 = \frac{1}{2}(c_2^2 + u_2^2 - w_2^2)$$

$$w_1^2 = c_1^2 + u_1^2 - 2c_1 u_1 cos\alpha_1 \quad \rightarrow \quad u_1 c_1 cos\alpha_1 = \frac{1}{2}(c_1^2 + u_1^2 - w_1^2)$$

Otrzymamy drugą postać podstawowego równania maszyn

$$\boldsymbol{H_{th} = \frac{1}{g}\left[\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}\right]}$$

gdzie:

$H_{th\infty\, dyn} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}$ – jt. tzw. dynamiczna wysokość podnoszenia oraz **przyrost energii kinetycznej** na skutek zwiększenia prędkości z c_1 do c_2

$H_{th\infty stat} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}$ – wyrażenie to przedstawia **przyrost wysokość ciśnienia statycznego** czyli energię jaką wykonuje ciecz w wirniku wskutek działania siły odśrodkowej

$H_{th\infty stst} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}$ – to wyrażenie określa przyrost **wysokości ciśnienia statycznego** spowodowany zmniejszenim prędkości z w_1 do w_2 , co jest związane z powiększeniem przekroju międzyłopatkowego w ruchu względnym przez dyfuzor. Należy pamiętać, że powyższe wielkości są prawdziwe tylko przy założeniu, że mamy do czynienia z nieskończoną ilością łopatek . W wirniku rzeczywistym , w którym występuje ich skończona ilość, wartość energii przekazanej do czynnika jest oczywiście mniejsza a uwzględnia to liczba zmniejszenia mocy μ. Straty w przepływie rzeczywistym ujmowane są przez sprawność przepływu wentylatora a w związku z tym rzeczywista praca przekazana do gazu wynosi:

$$\boldsymbol{l_u = \mu \cdot \eta_p \cdot (u_2 \cdot c_{2u} - u_1 c_{1u})}$$

Opracował: W.K.