Laboratorium z Metod numerycznych i statystyki dla inżynierów

opracował dr inż. Ireneusz Czajka

2011

Uwagi wstępne

Organizacja zajęć
Zasady zaliczenia – praktyczne kolokwium końcowe
Uproszczona metodyka układania algorytmów

Ogólne zasady

Prowadzący określa, w jakiej formie przygotowywać sprawozdania z kolejnych zajęć. W sprawozdaniu należy uwzględnić wnioski (sensowne i nietrywialne) dotyczące między innymi błędów.

Student powinien na każdych zajęciach skończyć rozwiązywany problem. Nie wolno korzystać z forów i stron internetowych. Prace należy realizować samodzielnie. Z napotykanymi problemami należy się zwracać do prowadzącego.

1. Wprowadzenie do Matlaba

Opanowanie umiejętności niezbędnych do samodzielnego tworzenia m-plików rozwiązujących zadania z zajęć

1. Wprowadzanie danych do przestrzeni roboczej Matlaba i odwoływanie się do elementów macierzy i wektorów
2. Notacja dwukropkowa
3. Operatory tablicowe i macierzowe
4. Proste wykresy (zadanie narysować wykres)

$$x \in < -1, 5 >, \quad \delta = 0.1$$
$$y = 2x^3 - 5$$

5. Pętle w Matlabie (for, while)
6. Instrukcja warunkowa if
7. zadanie: dla wektora `x=rand(1,100)` napisać pętlę, w której sprawdzone zostaną wszystkie elementy wektora i jeżeli $x(i) < 0.5$ to $x(i) = 0$ oraz $x(i) > 0.8$ to $x(i) = 1$
8. M-pliki skryptowe (napisać m-plik skryptowy dla powyższego zadania)
9. Polecenia i zagadnienia:
   — length
   — whos
   — wybieranie co drugiego elementu z wektora
   — dopisywanie elementu na końcu wektora

2. Metoda Newtona

Umiejętność posługiwania się pętlą while, analiza szybkości zbieżności metody

1. Wybrać równanie nieliniowe (różne od równania sąsiada), pierwsze przybliżenie i dokładność
2. Napisać m-plik skryptowy implementujący metodę Newtona
3. Analiza szybkości zbieżności metody
   — dla stałego pierwszego przybliżenia, zmieniać dokładność i określać ilość kroków niezbędnych do otrzymania wyniku
   — dla stałej dokładności zmieniać pierwsze przybliżenie i określać ilość kroków prowadzących do właściwego wyniku.

Pytania:
1. Kiedy metoda Newtona nie jest zbieżna?
2. Graficzna interpretacja metody Newtona.

3. Całkowanie numeryczne

Umiejętność numerycznego przybliżonego wyznaczenia wartości całki oznaczonej. Ekstrapolacja Richardsona

1. Wybrać całkę oznaczoną (inną niż sąsiad), krok całkowania h (będący całkowitą podwielokrotnością długości przedziału całkowania).
2. Napisać m-plik skryptowy implementujący całkowanie metodą trapezów (sposób implementacji dowolny, raczej bez polecenia `sum`)
3. Analiza dokładności metody
   — Wyznaczyć analitycznie wartość całki oznaczonej.
   — Wyznaczyć wartość całki oznaczonej dla kroku h.
   — Wyznaczyć wartość całki oznaczonej dla kroku $\frac{1}{2}h$
   — Obliczyć wartość błędu względnego dla kroku h i $\frac{1}{2}h$
   — Określić zysk obliczeniowy wynikający z ekstrapolacji Richardsona (ile razy większy krok można stosować)

4. Numeryczne rozwiązywanie równań różniczkowych pierwszego rzędu metodą Eulera

Zaznajomienie się z praktyczną stroną rozwiązywania równań różniczkowych

1. Wybrać równanie różniczkowe pierwszego rzędu, warunek początkowy, krok całkowania, przedział całkowania:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad (x_0, y_0), \quad \delta$$

Można zrobić przykład ładowania kondensatora przez opornik lub inny przykład fizyczny

2. Napisać m-plik skryptowy implementujący metodę Eulera
3. Analiza dokładności metody
4. Zbadać obszar stabilności metody Eulera dla podanego problemu

Analiza dokładności:
— Rozwiązać równanie różniczkowe dla kroku δ.
— Rozwiązać równanie różniczkowe dla kroku $\frac{1}{2}\delta$.

— Jeżeli się uda rozwiązać analitycznie równanie różniczkowe.
— Wyznaczyć wartość błędu względnego rozwiązania przy δ, przyjmując za dokładne rozwiązanie analityczne.
— Wyznaczyć wartość błędu względnego rozwiązania przy δ, przyjmując za dokładne rozwiązanie przy $\frac{1}{2}\delta$.

Uwagi:
Wynikiem ma być wykres!
Zrobić wykres błędu.
Pytania:

1. Jaka interpolacja stosowana jest w metodzie Eulera?
2. Jak ulepszyć metodę Eulera?

5. Rozwiązywanie równań różniczkowych wyższych rzędów przy pomocy funkcji Matlaba

Nabycie praktycznej umiejętności rozwiązywania równań różniczkowych wyższych rzędów przy pomocy funkcji Matlaba ode45

1. Pozyskać od prowadzącego układ dwóch równań różniczkowych drugiego rzędu.
2. Napisać równoważny układ równań różniczkowych pierwszego rzędu i zapisać go w postaci macierzowej.
3. Napisać m-plik funkcyjny zwracający wartości pochodnych zmiennych stanu i przyjmujący czas oraz wartości zmiennych stanu.
4. Napisać m-plik skryptowy rozwiązujący równanie różniczkowe zapisane w postaci m-pliku funkcyjnego.
5. Przedstawić wyniki w postaci zespołu opisanych wykresów z wykorzystaniem polecenia `subplot`

6. Aproksymacja wielomianowa kwadratowa

Nabycie praktycznej umiejętności aproksymacji wielomianowej zbioru punktów przy zastosowaniu notacji macierzowej

1. Pozyskać zbiór węzłów aproksymacji ze źródła wskazanego przez prowadzącego (min. 20 węzłów).
2. Zbudować macierz Vandermonde'a dla wielomianu stopnia 2
3. Napisać m-plik pozwalający na wyznaczenie współczynników wielomianu aproksymującego zbiór węzłów wielomianem danego stopnia
4. Określić średni błąd aproksymacji, określić niepewność wyznaczenia współczynników wielomianu
5. Powyższy punkt powtórzyć dla wielomianów stopni 1-6

7. Zaliczenia

Wykazanie się wiedzą praktyczną z przedmiotu

1. Uzyskać zadanie od prowadzącego.
2. Nie korzystając z niedozwolonych pomocy samodzielnie rozwiązać problem.
3. Objaśnić sposób rozwiązania i zastosowane konstrukcje, wskazać możliwe słabości rozwiązania.

Literatura

[1] Björk Å., Dahlquist G.: *Metody numeryczne*, PWN Warszawa 1987
[2] Kincaid D., Cheney W.: *Analiza numeryczna*, WNT Warszawa 2005

[3] Kleiber M. red: *Metody komputerowe mechaniki ciał stałych*, PWN, Warszawa 1995

[4] Legras J.: *Praktyczne metody analizy numerycznej*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1974

[5] D. Zboś *Metody numeryczne*, Wyd. Politechniki Krakowskiej

[6] Krupka J., Morawski R.Z., Opalski L.J.: *Metody numeryczne dla studentow elektroniki i technik informacyjnych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej Warszawa 1997.

[7] Ralston A. *Wstep do analizy numerycznej*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1983

[8] Krupowicz A. *Metody numeryczne zagadnien poczatkowych rownan rozniczkowych zwyczajnych*, PWN Warszawa

[9] Achiezer N. I.: *Teoria aproksymacji*, PWN Warszawa 1953

[10] Povstenko J.: *Wprowadzenie do metod numerycznych*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2002