

Analiza matematyczna – zestaw nr 8

Zadanie 1 Znajdź n -tą sumę częściową oraz sumę szeregu:

$$\text{a)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}, \quad \text{b)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(4n^2-1)^2}, \quad \text{c)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)(2n+5)}, \quad \text{d)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 \cdot 3^n - 3 \cdot 2^n}{6^n}.$$

Zadanie 2 Zbadaj zbieżność szeregów:

$$\text{a)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}, \quad \text{b)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\sin \frac{1}{n}\right), \quad \text{c)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sqrt{\sin \frac{1}{n}}, \quad \text{d)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right),$$

$$\text{e)} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}, \quad \text{f)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}}}{n}, \quad \text{g)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\cos \frac{1}{n} + \sin \frac{1}{n}\right), \quad \text{h)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \ln \frac{n+1}{n}\right),$$

$$\text{i)} \quad \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln n \ln \ln n}, \quad \text{j)} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \left(\frac{n+1}{n-1}\right), \quad \text{k)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}, \quad \text{l)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n + 3^n},$$

$$\text{m)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \ln(n!)}, \quad \text{n)} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \left(\arctg(n^2 + 1)\right)^n, \quad \text{o)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+\frac{1}{n}}}{\left(2n + \frac{1}{n}\right)^n}, \quad \text{p)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^n}{n^{n^2}}.$$

Zadanie 3 Zbadaj zbieżność szeregów:

$$\text{a)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+100}{3n+1}\right)^n, \quad \text{b)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^{100} n}{n} \sin \frac{(2n+1)\pi}{2}, \quad \text{c)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - \ln n}, \quad \text{d)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 3^n}{3^n}.$$

Zadanie 4 Zbadaj zbieżność bezwzględną i warunkową szeregów:

$$\text{a)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n+1}}{n+2}, \quad \text{b)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2+1}, \quad \text{c)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \sin n^2, \quad \text{d)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{2n+2^n}.$$