

Zadanie 1. W zależności od wartości parametru $p \in \mathbb{R}$ wyznacz rząd macierzy:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 3 & p & 3 & p \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ p & p & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } \begin{bmatrix} p-1 & p-1 & 1 & 1 \\ 1 & p^2-1 & 1 & p-1 \\ 1 & p-1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 3 & p-4 & 6 & 3 \\ 1 & p-2 & p+1 & 1 \\ -1 & 1 & p-3 & -1 \\ -1 & 2-p & -2 & p-3 \end{bmatrix},$$

Zadanie 2. Rozwiąż układy równań:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} x + y + z + t = 3 \\ x - y - z + t = 3 \\ 2x - y + 2z - t = 3 \\ -x + y + 2z + t = 3. \end{cases} & \text{b) } & \begin{cases} x + y - z = -3 \\ 2x + 3y + z = 7 \\ -z + 2y + 3z = 2 \end{cases} & \text{c) } & \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 1 \\ 3x_1 + x_3 - x_4 - x_5 = 2 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 3 \\ -3x_1 - x_2 - 2x_5 = 4 \\ x_2 + 4x_4 + 2x_5 = 5 \end{cases} \\ \text{d) } & \begin{cases} x + 2y = 3 \\ x + y + z = -2 \\ -3y + 2z = -12 \end{cases} & \text{e) } & \begin{cases} -3x + 2y - z + 4t = -5 \\ -z - 3y - 2z - t = -2 \\ 2x - y + z - 3t = 3 \\ x + y + z = 2 \\ -x = 2y - 3z + 4t = 1 \end{cases} & \text{f) } & \begin{cases} x - y + z + 3t = 4 \\ 2x - 5y - z = -1 \\ -2x + 6y + 2z + 2t = 4 \\ -3x + 5y - z - 5t = -6 \end{cases} \\ \text{g) } & \begin{cases} -x - y - z = 2 \\ -2x - 3y + 2z = 1 \\ x + 2y - z = 6 \\ 3x + y + z = -2 \end{cases} & \text{h) } & \begin{cases} -3x + 3y + z - t = -2 \\ 3x - y - z + 2t = 1 \\ -x + 5y + z = -3 \\ 7x - 2z + 5t = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Zadanie 3. Zbadaj istnienie rozwiązania układów ze względu na parametry. Jeśli rozwiązanie istnieje, wyznacz je.

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} x - y + 2z = -2 \\ -x + (p+1)y - z = 3 \\ x + y + 4z = 0 \\ -px + 6y + (p+2)z = 2, \end{cases} & \text{b) } & \begin{cases} px + py + (p+1)z = p \\ px + py + (p-1)z = p \\ (p+1)x + py + (2p+3)z = 1, \end{cases} \\ \text{c) } & \begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = l^2 \\ x + y + kz = kl, \end{cases} & \text{d) } & \begin{cases} (a-2)x + ay + (a+2)z = a+1 \\ (2a-4)x + 2ay + (3a-2)z = 2a-1, \end{cases} \\ \text{e) } & \begin{cases} kx + y + 2z = k+1 \\ 2x + (k-1)y - kz = 1 \\ -x + y + z = -k, \end{cases} & \text{f) } & \begin{cases} x + ay + z = b \\ x + y + z = a \\ 2x + y + (a-2)z = 2a+2, \end{cases} \\ \text{g) } & \begin{cases} (k-1)x + y + kz = 1 \\ kx + y - z = 1 \\ 2x - y + z = k, \end{cases} & \text{h) } & \begin{cases} kx - y - 3z = -1 \\ -x + ky + 2z = k \\ (k+2)x + y - 5z = k-1. \end{cases} \end{aligned}$$