**Zadanie 1.** Reszta z dzielenia wielomianu $w(z)$ przez wielomian $z+2+i$ jest równa $-1+i$, natomiast reszta z dzielenia wielomianu $w(z)$ przez wielomian $z-2i+3$ jest równa $3i$. Wyznacz resztę $r(z)$ z dzielenia wielomianu $w(z)$ przez wielomian $p(z)=z^2+(5-i)z+8-i$. Znajdź wielomian $q(z)=w(z)-r(z)=z^4+az^3+bz^2+cz+d$ wiedząc, że jego współczynniki są liczbami rzeczywistymi.

**Zadanie 2.**

1. Wyznacz postać algebraiczną liczby $z_0=\frac{(1+\sqrt{3}i)^{20}}{(1-\sqrt{3}i)^{16}}$.
2. Wiedząc, że liczba $z_0$ jest pierwiastkiem wielomianu $w(z)=z^3+(i-16)z^2+(1-19i)z+48i-16$ wyznacz pozostałe pierwiastki tego wielomianu w dziedzinie zespolonej.

**Zadanie 3.** Rozwiąż równanie w dziedzinie zespolonej:

$$\left[z^2+2iz+3(1+i)\right]\cdot\left[z^4+\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right]=0.$$

**Zadanie 4.** Rozwiąż równanie w dziedzinie zespolonej:

$$\left(\frac{z-i}{z+i}\right)^3+\left(\frac{z-i}{z+i}\right)^2+\left(\frac{z-i}{z+i}\right)+1=0.$$

**Zadanie 5.**

a) Rozwiąż równanie $z^4=(3-i)^8$ w dziedzinie zespolonej.

b) Zaznacz na płaszczyźnie zespolonej zbiory:

$$A=\left\{z\in\mathbb{C}:\left|\frac{z-i}{z+1}\right|>1\right\}\qquad B=\left\{z\in\mathbb{C}:\arg\left(\frac{i}{i-z}\right)=\frac{4\pi}{3}\right\}.$$

**Zadanie 6.**

a) Oblicz: $\left(\frac{-\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)+i\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)}{\sqrt{3}-i}\right)^{12}$.

b) Na płaszczyźnie zespolonej zaznacz zbiór: $A=\{z\in\mathbb{C}:\mathrm{Im}(z^4)>0\}$.

**Zadanie 7.**

a) Rozwiąż równanie: $(1+i)(\overline{z})^3z^6=(8-8i)|z|^6$ stosując odpowiednią postać liczby zespolonej.

b) Na płaszczyźnie zespolonej zaznacz zbiór: $A=\left\{z\in\mathbb{C}:\left|\frac{5-12i}{i-\frac{z}{4}}\right|\geqslant 13\right\}$.