

## Różniczka zupełna. Pole skalarne i wektorowe.

---

---

opracowanie: Agnieszka Görlich

- Wyznacz dywergencję i rotację danych pól wektorowych:
  - $\vec{F} = [y^2 + z^2, z^2 + x^2, x^2 + y^2]$
  - $\vec{F} = [x^2yz, xy^2z, xyz^2]$
  - $\vec{F} = [\cos z, \cos x, \cos y]$ .
- Oblicz  $\operatorname{div} \vec{\nabla}(x^2 + y^2 + z + 2)$ .
- Pokaż, że jeżeli pole  $\vec{F}$  jest klasy  $C^2$  to zachodzi:
  - $\operatorname{div}(\operatorname{rot} \vec{F}) = 0$
  - $\operatorname{rot}(\operatorname{grad} \vec{F}) = \vec{0}$
- Sprawdź, czy poniższe pola są potencjalne i znajdź potencjały dla pól potencjalnych:
  - $\vec{F} = [4xy^3z^4 - 3y^2 - 16x^3z, 6x^2y^2z^4 - 6xy + 2z^3, 8x^2y^3z^3 + 6yz^2 - 4x^4]$
  - $\vec{F} = [\sin yz^2, xz^2 \cos yz^2, 2xyz \cos yz^2]$
  - $\vec{F} = [3x^2 + 2x \sin \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y} \cos \frac{x}{y}, \frac{x^3}{y^2} \cos \frac{x}{y}]$
  - $\vec{F} = [x^3 - 5yz, y^3 - 5xz, z^3 - 5xy]$
  - $\vec{F} = [2xe^{3y} + z^2, 3x^2e^{3y} + z, 2xz + y]$
  - $\vec{F} = [x^2yz, xy^2z, xyz^2]$
  - $\vec{F} = [yz^2 + \frac{2}{x}, xz^2 + \frac{1}{y}, 2xz + \frac{1}{z}]$
  - $\vec{F} = [2x + yz + 1, 3y^2 + xz + 1, 4z^3 + xy]$
  - $\vec{F} = [2x \sin y, x^2 \cos 2y - \sin 2y]$ .
- Znajdź potencjał  $U$  pola  $\vec{F} = [\cos x + 3x^2y, x^3 - y^2]$  wiedząc, że  $U(\frac{\pi}{2}, 1) = 2$ .