

Algebra – zestaw nr 3**Zadanie 1** Rozwiązać układy równań:

$$\text{a)} \quad \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3x - y + 2z = 1 \\ -x - 4y - 3z = -3 \end{cases}$$

$$\text{b)} \quad \begin{cases} -3x + 3y + 2z = 2 \\ x - 4y - 3z = -4 \\ -2x + 2y + 4z = 8 \end{cases}$$

$$\text{c)} \quad \begin{cases} x + y + z + t = 3 \\ x - y - z + t = 3 \\ 2x - y + 2z - t = 3 \\ -x + y + 3z + t = 3 \end{cases}$$

$$\text{d)} \quad \begin{cases} -2x - 3y + z = 1 \\ -4x - 6y + 2z = 3 \end{cases}$$

$$\text{e)} \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -1 \\ 3x_2 + x_3 - 2x_4 = -1 \\ -x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = -1 \end{cases}$$

$$\text{f)} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -3 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 7 \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

$$\text{g)} \quad \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 1 \\ 3x_1 + x_3 - x_4 - x_5 = 2 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 3 \\ -3x_1 - x_2 - 2x_5 = 4 \\ x_2 + 4x_4 + 2x_5 = 5 \end{cases}$$

$$\text{h)} \quad \begin{cases} x + 2y = 3 \\ x + y + z = -2 \\ -3y + 2z = -12 \end{cases}$$

$$\text{i)} \quad \begin{cases} 2x - 3y - 5z = 5 \\ -x + y - z = -5 \\ -3x - 4y - 3z = -1 \end{cases}$$

$$\text{j)} \quad \begin{cases} x + y + z + t = -4 \\ -x - y + 2z + 2t = -11 \\ -3x + 3y + 3z - 4t = 8 \\ 2x + 2y - 2z - 2t = 12 \end{cases}$$

$$\text{k)} \quad \begin{cases} x - 3y + 2z = -8 \\ -2x - z = 1 \\ x + 3y - z = 7 \end{cases}$$

$$\text{l)} \quad \begin{cases} x - y + z + 3t = 4 \\ 2x - 5y - z = -1 \\ -2x + 6y + 2z + 2t = 4 \\ -3x + 5y - z - 5t = -6 \end{cases}$$

$$\text{m)} \quad \begin{cases} 2x - y + z - t = 2 \\ -x + y - 2z - 3t = -13 \\ -2x + 3y + z + 2t = 3 \end{cases}$$

$$\text{n)} \quad \begin{cases} -x - y - z = 2 \\ -2x - 3y + 2z = 1 \\ x + 2y - z = 6 \\ 3x + y + z = -2 \end{cases}$$

Zadanie 2 Zbadać rozwiązalność układów ze względu na parametry. Jeżeli rozwiązanie istnieje, znaleźć je.

$$\text{a) } \begin{cases} kx + y + 2z = k+3 \\ 2x + (k-1)y - kz = 1 \\ -x + y + z = -k \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} px + y + z = 4 \\ x + qy + z = 3 \\ x + 2(q-1)y + z = 4 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - ky - 3z = 0 \\ 2x + ky + z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} x + y + z + at = a^3 \\ x + y + az + t = a^2 \\ x + ay + z + t = a \\ ax + y + z + t = 1 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} px + py + (p+1)z = p \\ px + py + (p-1)z = p \\ (p+1)x + py + (2p+3)z = 1 \end{cases} \quad \text{f) } \begin{cases} m^2x - 2y + z = m \\ x - 2y + 2mz = 1 \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} x + ky - z = 1 \\ x + y + kz = 2 \\ kx + y + z = 3 \end{cases} \quad \text{h) } \begin{cases} -x + ky + 2z = k \\ (k+1)x + y + z = 1 \\ 2x + (k-1)y + z = k-1 \end{cases}$$

Zadanie 3 W zależności od parametru k rozwiązać układ równań:

$$\begin{cases} kx + y + kz = 1 \\ z + y + x = 1 \\ (2-k)x + (2-k)y + z = 1 \\ kz + y + kx = k^2 \end{cases}$$

Zadanie 4 W zależności od parametrów $k, m \in \mathbb{R}$ zbadać ilość rozwiązań układu:

$$\begin{cases} (k-1)x - y + (2-k)z = k+1 \\ mx + (m-1)y - 2z = m \\ -y + kz = -k \end{cases}$$

W przypadku, gdy układ jest nieoznaczony podać jego rozwiązanie.