

Różniczki wyższych rzędów funkcji wielu zmiennych

(opracowanie: Agnieszka Görlich)

1. Oblicz:

- (a) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, gdzie $f(x, y) = xe^{-y}$,
- (b) $\frac{\partial^3 f}{\partial y \partial x^2}$, gdzie $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$,
- (c) $\frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y^2}$, gdzie $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$.

2. Oblicz różniczki pierwszego, drugiego i trzeciego rzędu funkcji:

- (a) $z = xy^2 - x^2y$,
- (b) $u = x^{yz}$.

3. Napisz wzór Taylora z resztą R_n dla funkcji f w otoczeniu punktu P :

- (a) $f(x, y) = \sin^2(x + y)$, $P(\pi, \pi)$, $n = 1$,
- (b) $f(x, y) = -x^2 + 2xy + 3y^2 - 6x - 2y - 4$, $P(-2, 1)$, $n = 2$,
- (c) $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$, $P(0, 0)$, $n = 2$,
- (d) $f(x, y) = \sin x \sin y$, $P(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$, $n \in \mathbb{N}$.

4. Napisz wzór Maclourine'a rzędu trzeciego dla funkcji $z = e^x \sin y$.

5. Oblicz przybliżoną wartość wyrażenia $\ln(\sqrt[3]{8,03} + \sqrt[4]{0,98})$.