Równania różniczkowe rzędu pierwszego

---

opracowanie: Agnieszka Görlich

1. Rozwiąż równiania różniczkowe:
   (a) $yy' = \frac{1-2x}{y}$
   (b) $y' = 10^{x+y}$
   (c) $y' + \sin\frac{x+y}{2} = \sin\frac{x-y}{2}$
   (d) $y'\sin x = y\ln y$ z warunkiem początkowym $y(\frac{\pi}{2}) = 1$
   (e) $y' = \frac{\cos}{x} x\ln y$
   (f) $y' = (2-x)y$
   (g) $y' = x^3$, $y(0) = 1$
   (h) $y' = \sqrt{\frac{y}{x}}$
   (i) $y' = -\frac{y}{x}$
   (j) $e^y(1+x^2)y' = x(1+e^y)$
   (k) $y'y = y - y^2$.

2. Rozwiąż równania różniczkowe liniowe rzędu pierwszego:
   (a) $y' + \frac{y}{x} = \frac{1}{x}$
   (b) $y' = y + e^{2x}$, $y(0) = 2$
   (c) $y' - yx = 2\cos^2 x$
   (d) $y' = -y + x^2$
   (e) $xy' + (1-x)y = xe^x$.

3. Rozwiąż równania różniczkowe sprowadzając je do równań o zmiennych rozdzielonych:
   (a) $y' = \frac{y^2}{x^2} - 2$

(b) $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$ z warunkiem początkowym $y(1) = 0$

(c) $y' = \frac{y^2 - 2xy - x^2}{y^2 + 2xy - x^2}$

(d) $y' + 2y = 4x$

(e) $y' - ytgx + y^2 \cos x = 0$

(f) $xy' - 4y + x^2\sqrt{y} = 0$

(g) $y' = \frac{1-2x}{x^2} y + 1$

(h) $y' = \frac{1}{2x+y} + 2x + y - 2$

(i) $y' = \frac{1-3x-3y}{1+x+y}$

(j) $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$

(k) $y' = (x + y)^2$

(l) $xy' = y \ln \frac{y}{x}$

(m) $y' = \cos(x - y)$

(n) $3xy' - y = 3xy^4 \ln x$

(o) $xy' + xy^2 - y = 0$

(p) $xy' + y = y^2 \ln x$

(q) $2 \cos x dy = (y \sin x - y^3)dx$ z warunkiem początkowym $y(0) = 1$.

4. Rozwiąż równiania różniczkowe:

(a) $(3x^2 + y^2)dx + 2y(x - 1)dy = 0$

(b) $e^x(1 + e^y)dx + e^y(1 + e^x)dy = 0$

(c) $e^y dx + (xe^y - 2y)dy = 0$

(d) $\frac{xdx - ydy}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{ydx + xdy}{x^2}$

(e) $(x^2 + y \cos x)dx + (y^3 + \sin x)dy = 0$.

5. Znajdując odpowiedni czynnik całkujący rozwiąż równanie:

(a) $(x^2 + y)dx - xdy = 0$

(b) $(e^x - \sin y)dx + \cos y dy = 0$

(c) $(2xy + y^4)dx - (2x^2 - xy^3)dy = 0$