

Zadanie 1. Napisz równanie hiperpłaszczyzny w przestrzeni afinicznej $\mathbb{C}^2(\mathbb{R})$ przechodzącej przez punkty A , B i C oraz równoległej do wektora $\vec{u}$, gdzie:

- a) $A = (1 + 4i, 3 + 2i)$, $B = (2, -1 + i)$, $C = (1, 2i)$, $\vec{u} = (1 + i, 1 + i)$;
b) $A = (-1 + 3i, i)$, $B = (-2i, 1 + 3i)$, $C = (1 - i, 2 - 3i)$, $\vec{u} = (-2 + i, 3 - i)$.

Zadanie 2. W przestrzeni afinicznej $\mathbb{R}^4$ dane są prosta l i płaszczyzna π . Znajdź równanie ogólne hiperpłaszczyzny H spełniającej warunki $l \subset H$ oraz $\pi \parallel H$:

- a) $l = (1, 1, 2, 1) + \text{lin}\{[3, 1, 0, 2]\}$, π - wyznaczona przez punkty $A = (4, 4, 4, 0)$, $B = (5, 5, 3, 0)$, $C = (6, 3, 3, 1)$;

b) $l: \begin{cases} 8x_1 - x_2 - 3x_3 + 7x_4 = 14 \\ 6x_1 - x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 9 \\ 4x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 5 \end{cases}, \quad \pi: \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 2 \end{cases}.$

Zadanie 3. Sprawdź, czy w przestrzeni afinicznej $\mathbb{R}^4$ płaszczyzna π jest równoległa do hiperpłaszczyzny H , jeżeli:

$$\pi: \begin{cases} 11x_1 - x_2 - 3x_3 + 2x_4 = -4 \\ 9x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = -3 \end{cases} \quad H: \quad x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 5.$$

Zadanie 4. Napisz równanie prostej afinicznej w $\mathbb{R}^4$ przechodzącej przez punkty przecięcia prostych $l_1: (x, y, z, t) = (1, 2, -1, 2) + \alpha[1, -5, 2, -1]$ i $l_2: (x, y, z, t) = (-2, 3, -4, 2) + \beta[2, 4, 6, 3]$ z płaszczyzną $\pi: 2x + y - 3z + t + 1 = 0$.

Zadanie 5.

- a) Udowodnij, że zbiór $Y = \{(1 + 2a + 3b, -1 + a + 2b + c, a + b - c, 2 + a + 2b + c): a, b, c \in \mathbb{R}\}$ jest podprzestrzenią afiniczną w $\mathbb{R}^4$. Wyznacz jej kierunek i wymiar.
b) Wyznacz równanie hiperpłaszczyzny H takiej, że $Y \subset H$ oraz $l \parallel H$, gdzie prosta $l: (x, y, z, t) = (2, -1, 2, 0) + \alpha[1, 1, -1, -1]$ dla $\alpha \in \mathbb{R}$.
c) Znajdź współrzędne punktu $A = (0, 1, -3, -5)$ w układzie współrzędnych $(P; \vec{B})$, gdzie $P = (1, 1, 1, 1)$, natomiast $B = (e_1, e_2, e_3)$ jest dowolnie wybraną bazą przestrzeni $\vec{H}$.