Wprowadzenie do Mathcad 15 – część 2

Wykresy

Ważnym elementem opracowania danych czy wykonywanych obliczeń jest możliwość wizualizacji otrzymanych wyników na wykresach, które często dają dużo lepszy obraz niż same tabelki z wynikami. Mathcad oferuje szeroką gamę wykresów, które można stworzyć za jego pomocą.

Aby wstawić wykres należy wybrać odpowiedni typ paska narzędzi ***Plots*** lub wybrać polecenie ***Insert/Graph*** z menu. Dwukrotne kliknięcie na obszarze wykresu pozwala otworzyć dodatkowe okno z właściwościami wykresów (typ wykresu, opisy osi, wygląd)

Przykład

Zdefiniować dwie funkcje p(T) oraz v(T) dla gazu doskonałego. Dla wybranego zakresu temperatur przedstawić obie te funkcje na jednym wykresie (w opcjach wykresach należy włączyć wyświetlanie wyników na dwóch osobnych osiach rzędnych).

Po wykonaniu wykresu, proszę otworzyć jego właściwości, opisać osie i zmienić domyślny typ linii.

Przydatną funkcją Mathcada jest możliwość odczytania wartości dla punktów z których zbudowany został wykres. Aby tego dokonać należy kliknąć prawym klawiszem myszy na wykresie i wybrać polecenie ***Trace***.

Obliczenia symboliczne

Program Mathcad oferuje bardzo szeroki wybór obliczeń przeprowadzonych na symbolach. Odpowiednie polecenia i formuły znaleźć można na pasku narzędzi ***Symbolic*** lub korzystając menu ***Symbolic.***

Sposoby wykonywania obliczeń *(Symbolics/Evaluate):*

- symbolically – dokonuje obliczeń na symbolach
- floating point – wykonuje obliczenia symboliczne, jednak jako wynik podaje wartość liczbową(o ile to możliwe) (na przykład obliczenie liczby PI: ***ctrl+shift+P*** i ***floating point command)***
- complex –zwraca wynik w postaci liczby zespolonej

Po dokładniejszy opis wszystkich funkcji symbolicznych należy zajrzeć do **pomocy**!

Kolejną częścią obliczeń symbolicznych są obliczenia związane z analizą matematyczną. Mathcad pozwala na numeryczne oraz symboliczne obliczanie całek, pochodnych, gradientów, szeregów i granic.

UWAGA!

Aby wykonywać polecenia z paska narzędzi ***Calculus*** należy pamiętać o używaniu <u>symbolicznej strzałki</u> a nie zwykłego znaku równości.

Równania i układy równań

Właściwie w tej kategorii możemy wyróżnić trzy różne zadania, które będziemy rozwiązywać w bardzo podobny sposób – znajdowanie pierwiastków wielomianów, minimalizacji (maksymalizacja) funkcji oraz rozwiązywanie układów równań bądź nierówności. Rozwiązywanie równań różniczkowych będzie przedstawione w osobnej instrukcji.

Rozwiązywanie równań:

Wpisz równanie, pamiętając o użyciu tzw. twardego znaku równości ***ctrl*** + = lub znak równania z paska narzędzi *Boolean.* Wynik otrzymujemy używając polecenia solve z paska narzędzi *Symbolic.*

W przypadku równań w postaci wielomianów można skorzystać z polecenia ***polyroots***. W tym celu tworzymy wektor (pionowy) złożony ze współczynników tego wielomianu (od a_n do a_o) i zadajemy go jako argument funkcji polyroots.

<u>**Przykład:**</u>

Znaleźć pierwiastki poniższych równań (tam gdzie to możliwe użyć funkcji *polyroots* i *solve).* Narysuj wykresy przedstawiające poniższe krzywe.

- $4x^2 + 3x - 5 = 3$
- $\sin\left(x^2\right) + 2\,|x| + 1 = 5$
- $5x^5 - 4x^3 + 7x^2 - 3 = 0$

Rozwiązywanie układów równań

W celu rozwiązania układu równań lub nierówności (można łączyć warunki z równaniem i nierównościami w jednym bloku) możemy wykorzystać metodę blokową.

Stosując metodą blokową na samym początku należy zdefiniować wartości startowe wszystkich zmiennych które mają być poszukiwane. Jest to bardzo ważny krok, ponieważ w wielu przypadkach od wyboru wartości początkowych zależeć będzie poprawność (a nie raz **możliwość** znalezienia rozwiązań). Po zdefiniowaniu wartości początkowych otwieramy blok poleceniem ***Given,*** umieszczamy w nim warunki które maja być spełnione i zamykamy poleceniem ***Find(x,y,z…)***, gdzie w nawiasie umieszczamy nazwy wszystkich poszukiwanych zmiennych.

W przypadku układu równań liniowych możemy zastosować prostszy zapis macierzowy, tj. układ przedstawić w postaci *Ax=B. T*worzymy macierz A zawierającą współczynniki ze wszystkich równań oraz wektor b, tzw. Wektor wyrazów wolnych. Rozwiązanie otrzymujemy stosując polecenie ***lsolve(A,B).***

Minimalizacja i maksymalizacja funkcji

Problem ten można właściwie sprowadzić do rozwiązania jednego zagadnienia minimalizacji (jako maksimum możemy przyjąć minimum z funkcji –f(x)), jednakże dla ułatwienia Mathcad posiada wbudowane zarówno funkcje minimalizujące jak i maksymalizujące. Obie działają dokładnie tak samo jak omówiona powyżej funkcja *Find* z tą różnicą, że blok warunków zamykamy komendą ***Minimize(F(X),X)/Maximize(F(X),X).***

ZADANIE 1 – obliczenia symboliczne

1. Zdefiniuj funkcję $F(x)=\ln[(3x+2)^2]$. Przedstaw jej wykres (dla wybranego przedziału argumentu x)
2. Oblicz pochodną, trzecią pochodną oraz całkę nieoznaczoną z funkcji F(x).
3. Rozwiń funkcje F(x) w szereg Taylora rzędu 6
4. Wiedząc że ciepło właściwe można obliczyć ze wzoru $\int_{T0}^{T1} F(T)dT$ oraz funkcja F(T) dla pary wodnej dana jest : $F(T) = 32{,}23 + 1.92 * 10^{-3}T + 10.55 * 10^{-6}T^2$
   a. Oblicz średnie ciepło właściwe w przedziale temperatur 298-T_{end} K (napisać funkcję która będzie liczyła tą wartość dla dowolnie zadanego T_{end})
   b. Przedstaw zmiany ciepła właściwego wraz z temperaturą na wykresie.

ZADANIE 2 – rozwiązywanie równań

Obliczyć objętości gazu (SO_2) przy użyciu równania stanu dla gazu idealnego oraz dwóch równań gazu rzeczywistego. Wyniki należy przedstawić w postaci jednego wykresu V(T).

Zakres temperatur: 25-300°C (krok=10°C)

Ciśnienie: 10MPa

$T_c = 430K$

$P_c = 7.873*10^6$ Pa

van der Waals equation:

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT$$

gdzie:

$a = \frac{27(RT_c)^2}{64p_c}$, $b = \frac{RT_c}{8p_c}$

Redlich-Kwong equation:

$$p = \frac{RT}{V_m - b} - \frac{a}{\sqrt{T}V_m(V_m + b)}$$

gdzie:

$a = \frac{0,42748R^2{T_c}^{2.5}}{p_c}$, $b = \frac{0,08662RT_c}{p_c}$

Bibliografia:

1. Matchad user guide
2. R. Motyka, D.Rasała – MATHCAD – od obliczeń do programowania