

# Zasady planowania eksperymentu i opracowania wyników pomiarów

## Podstawy rachunku prawdopodobieństwa

12 marca 2017

### 1 Podstawy rachunku prawdopodobieństwa

1. Czy zdarzenia polegające na wyciągnięciu z talii liczącej 52 karty dowolnej karty pik (zdarzenie A) oraz wyciągnięciu asa (zdarzenie B) są niezależne? Czy dołożenie do talii
  - (a) jokera,
  - (b) dodatkowego asa pikzmieni Twoją odpowiedź?
2. Z talii liczącej 52 karty wyciągamy jedną i przenosimy do drugiej talii. Powiększoną talię kart tasujemy i losujemy z niej jedną kartę. Jakie jest prawdopodobieństwo że wylosujemy asa?
3. Jakie jest prawdopodobieństwo trafienia szóstki” w popularnym Lotto? Jakie jest prawdopodobieństwo ”trójki”?
4. W pewnej miejscowości rodzi się średnio 52 chłopców i 48 dziewczynej na każde 100 dzieci. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w rodzinie posiadającej piątkę dzieci:
  - (a) będzie więcej chłopców niż dziewczynek?
  - (b) będzie 5 dziewczynek?
5. W urnie znajduje się 20 kul białych i 2 czarne. Losujemy kolejno  $N$  kul. Jaka najmniejszą liczbę kul ( $N$ ) powinniśmy wylosować, aby prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej było większe niż  $\frac{1}{2}$  jeżeli:
  - (a) każda wylosowana wraca do urny?
  - (b) wylosowane kule odrzucamy?
6. Z talii 52 kart losujemy 13. Jaka jest szansa na wylosowanie układu:
  - (a) 5 pik, 4 kier, 3 trefl, 1 karo
  - (b) 4, 3, 4, 2?
7. Grając w pokera otrzymujemy 5 spośród 24 kart. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w takim rozdaniu trafimy na dokładnie 2 pary? Jakie jest prawdopodobieństwo, że taka sytuacja będzie miała miejsce w trzech spośród pięciu kolejnych rozdań?
8. Grając w brydża (4 graczy ma po 13 kart) jeden z graczy nie ma żadnego asa. Jaka jest szansa że wszyscy pozostali mają przynajmniej po jednym asie dowolnego koloru?
9. Matematyk ma dwa pudełka po  $n$  zapalek w każdym. Obliczyć prawdopodobieństwo, że gdy chcąc zapalić papierosa sięgnie po puste pudełko w drugim będzie dokładnie  $k$  zapalek.

10. Co jest najbardziej prawdopodobne: uzyskanie co najmniej jednej 6 w 6 rzutach, co najmniej dwóch 6 w 12 rzutach, czy co najmniej trzech 6 w 18 rzutach.
11. W urnie jest  $M$  białych i  $N$  czarnych kul. Dwaj gracze na przemian losują kule z urny, aż do momentu kiedy jeden z nich wyciągnie kulę białą. Obliczyć prawdopodobieństwa następujących zdarzeń:
  - (a) wygra gracz który zaczynał grę (numer 1),
  - (b) wygra gracz numer 2,
  - (c) gra się nie skończy,
  - (d) gracz numer 1 wygra co najmniej 3 z 5 rozgrywek.
12. Z talii 52 kart wybrano 13. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania
  - (a) dokładnie 7 kart tego samego koloru?
  - (b) nie mniej niż 8 kart tego samego koloru?
  - (c) nie więcej niż 10 kart tego samego koloru?
13. Ania i Robert umówili się między 16 a 17 w centrum miasta. Ponieważ MPK w godzinach szczytu działa mniej lub bardziej losowo, przyjmujemy że osoba która przyjedzie pierwsza, czeka na drugą 20 minut. Jaka jest szansa że dojdzie do spotkania?
14. Oczekiwania ciąg dalszy.. Jakie jest prawdopodobieństwo, że Ania przyjdzie później od Roberta, jeśli wiadomo, że nie pojawiła się przez pierwsze pół, godziny?
15. Przyjmijmy, że mamy szachownicę o polach, których krawędź ma długość  $a$ . Obliczyć prawdopodobieństwo, że rzucona moneta o promieniu  $r (r < a)$  w całości będzie znajdowała się wewnątrz pola szachownicy (nie przetnie żadnej krawędzi).
16. W meczu piłki nożnej gospodarze wygrywają z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{2}$ , goście  $\frac{1}{6}$  a remis pada z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{3}$ . Obliczyć prawdopodobieństwo, że w 14 meczach będzie 7 wygranych gospodarzy, 3 remisy i 4 wygrane gości.
17. Pewna informacja składa się z ciągu 7 impulsów postaci A, B, C odpowiednio w ilości 4, 2 i 1. Znaleźć prawdopodobieństwo, że:
  - (a) pierwszym odebrany impuls będzie A
  - (b) pierwszym odebrany impuls będzie A lub C
  - (c) trzema pierwszymi impulsami będzie A,B,C.
18. Mając do dyspozycji tylko 2 zapalki chcemy rozpałić ognisko. Co będzie bezpieczniejsze - rozpalanie ogniska najpierw jedną, później drugą zapalką, czy dwoma złączonymi razem, jeśli wiadomo, że prawdopodobieństwo zapalenia się ogniska od jednej zapalki wynosi 0,7; a od dwóch złączonych 0,95?
19. Z odcinka  $[0, 1]$  losujemy 2 punkty A i B. Jakie jest prawdopodobieństwo, że z tak utworzonych odcinków uda się złożyć trójkąt?
20. Wśród 65 monet umieszczono jedną z dwoma orłami. Z pudełka wybrano losowo jedną monetę na której 6 razy z rzędu wypadł orzeł. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wybrano właśnie monetę z dwoma orłami.

21. Do poszukiwania zaginionego rozbitka przydzielono 20 helikopterów. Każdy z nich można skierować do jednego z rejonów A i B. Rozbitek znajduje się w rejonie A z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{3}$  oraz w rejonie B z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{6}$  (z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{2}$  rozbitka nie ma w żadnym z tych rejonów). Prawdopodobieństwo znalezienia rozbitka przez helikopter jest stałe i wynosi  $p = \sqrt[10]{0.5}$ . Jak należy rozdzielić helikoptery, aby prawdopodobieństwo znalezienia rozbitka było największe? (wskazówka: prawdopodobieństwo znalezienia rozbitka poza wyznaczonymi obszarami wynosi zero)
22. Zestaw pytań egzaminacyjnych składa się z 3 kategorii, które zawierają odpowiednio 200, 100 i 100 pytań. Student zna odpowiedzi na 150 pytań K1, 70 pytań K2 i tylko 40 pytań K3. Wiedząc, że przychodząc na egzamin student najpierw losuje kategorię, a następnie jedno pytanie:
- (a) jakie jest prawdopodobieństwo, że student prawidłowo odpowie na jedno wylosowane pytanie,
  - (b) wiedząc, że student odpowiedział poprawnie na wylosowane pytanie, obliczyć prawdopodobieństwo, że pytanie to należało do kategorii K3?
  - (c) czy student miałby większe szanse na zdanie egzaminu, gdyby jego zaliczenie polegało na odpowiedzi na 2 z 3 wylosowanych pytań (zasady losowania nie ulegają zmianie)?