

Zasady planowania eksperymentu i opracowania wyników pomiarów

Leszek Stępień

7 maja 2019

1 Estymacja wartości średniej

1. Pośrednik w handlu nieruchomościami chce oszacować średnią wartość domu mieszkalnego o określonej powierzchni. Pośrednik jest przekonany, że odchylenie standardowe wartości domu wynosi $\sigma = 5500$ i że rozkład ceny domów jest w przybliżeniu normalny. Średnia cena w losowej próbie 16 domów wynosiła 89673,12. Wyznaczyć 95% przedział ufności ceny dla tych domów? Jak zmieni się on, gdy weźmiemy przedział dla $1 - \alpha = 0.99$?
2. Importer win chce ustalić średni procent alkoholu w butelkach nowego francuskiego wina. Z poprzednich doświadczeń wynika, że $\sigma = 1.2\%$. W losowo wybranej próbie 60 butelek stwierdzono, że średnia zawartość alkoholu wynosi 9.2%. Znaleźć 90% przedział ufności zawartości alkoholu w winie.
3. Rozpiętość 95% przedziału ufności dla wartości średniej wynosi dla pewnej próby 10 jednostek. Jaka będzie szerokość tego przedziału 90% dla tej samej próby (przyjąć że zmienna podlega rozkładowi normalnemu)?
4. Producent baterijek chce oszacować przeciętną długość życia baterijki. W losowej próbie 12 sztuk orztymano: $\bar{x} = 34.2h$, $s = 5.9h$. Wyznaczyć 96% przedział ufności dla wartości średniej.
5. Bank zamierza rozszerzyć swoje usługi o sieć automatycznych okienek do obsługi klientów. W celu zbadania przydatności tej usługi przeprowadzono ankietę w której można było ocenić okienka w skali 0-100 pktów. Z 10 losowych anket otrzymano następujące wyniki:
53, 40, 39, 10, 12, 60, 72, 90, 50, 45
Wyznacz 99% przedział ufności.
6. Wielka drogeria chce oszacować tygodniową wartość sprzedaży pewnego mydła. Obserwacja sprzedaży w ciągu losowo wybranych 13stu tygodni dała następujące wyniki:
123, 110, 95, 120, 87, 89, 100, 105, 98, 88, 75, 125, 101.
Wyznacz przedział ufności na poziomie 90%.

2 Estymacja wskaźnika struktury

1. Producent leczniczego kremu do twarzy interesuje się jaki procent ludzi może skorzystać z tego lekarstwa. Losowa próba 68 osób wykazała skuteczność leczenia w 42 przypadkach. Wyznacz 96% przedział ufności dla odsetka ludzi dla których krem jest skuteczny. Jaki będzie ten przedział dla odsetka ludzi dla których krem jest nieskuteczny?
2. Podjęto badanie nad powodzeniem klonów IBM na rynku komputerowym. Spośród wylosowanych 590 firm, aż 88 używało komputerów konkurencyjnych dla IBM. Wyznaczyć 95% przedział ufności dla udziału konkurencji na rynku komputerów.
3. Z książki adresowej pewnego domu wysyłkowego wybrano próbę o liczebności 900 osób, w celu oszacowania odsetka gospodyń domowych pośród klientów. W próbie naliczono 360 gospodyń. Na podstawie tych danych należy:
 - (a) wyznaczyć 96% przedział ufności gospodyń domowych w ogólnej liczbie klientów
 - (b) określić jak duża powinna być próbka, jeżeli maksymalna długość 95% przedziału ufności miałyby wynosić odpowiednio i) 0.05; ii) 0.10.

3 Estymacja odchylenia standardowego/wariancji

1. Wykonano pomiary czasu napraw urządzenia pracującego w pewnej fabryce (w godzinach) otrzymując:
4,5;3,6;6,0;7,9;6,9;6,1;7,4;4,3;6,1;4,9;7,5;5,8;8,2;6,4;9,0. Znaleźć 90% realizację przedziału ufności dla odchylenia standardowego czasu naprawy tego urządzenia.
2. Ustalić jak liczna powinna być próba aby na jej podstawie oszacować wartość oczekiwaną wagi noworodków, jeżeli wiadomo że rozkład ich masy jest zgodny z rozkładem normalnym o odchyleniu standardowym estymowanym na poziomie 250g. Do obliczeń przyjąć, że maksymalny błąd oszacowania wagi nie może przekroczyć 50g na poziomie istotności równym 0.1. Dla tak wyznaczonej minimalnej liczebności próby określić przedział ufności odchylenia standardowego na poziomie ufności 0.95.
3. Testując nową metodę badawczą dokonano 12 pomiarów tej samej próbki uzyskując następujące wyniki:
1,25;1,34;1,27;1,21;1,29;1,20;1,26;1,32;1,24;1,19;1,23;1,22;
na tej podstawie obliczyć powtarzalność (tj. połowę 95% przedziału ufności dla odchylenia standardowego) oraz określić czy jest ona lepsza od metody starej, dla której estymator odchylenia standardowego $S_n = 0.09$ obliczono na podstawie 32 pomiarów.
4. W pewnym zakładzie zbadano partie 500 nowych urządzeń otrzymując następujący rozkład usterek:

<i>L.usterek</i> :	0	1	2	3	4	5	6
<i>L.urzadzen</i> :	112	168	119	63	28	9	1

- (a) Wyznaczyć na poziomie ufności 0.95 przedział ufności dla wartości przeciętnej liczby liczby usterek urządzeń produkowanych w fabryce.

- (b) Jak należałoby zmienić liczebność próby aby zachować tą samą szerokość obliczonego przedziału ufności dla poziomu istotności 0.01?
- (c) Wyznaczyć 99% przedział ufności dla odchylenia standardowego usterek.

4 Zadania dodatkowe

Za rozwiązanie zadań z tej listy można otrzymać po 4 punkty. Rozwiązania należy przygotować do oddania w wersji papierowej i umieć wytłumaczyć sposób rozwiązania.

1. Korzystając z metody największej wiarygodności (omówić na czym ona polega!) na podstawie n -elementowej próby prostej wyznaczyć estymator parametru p dla rozkładu geometrycznego o funkcji gęstości prawdopodobieństwa:

$$P(K = k) = pq^{k-1}.$$

2. Korzystając z metody momentów (wyjaśnić na czym polega!) wyznaczyć estymator parametru λ dla rozkładu Poissona. Czy estymator ten ma sens? Jeśli tak, sprawdzić czy jest on estymatorem zgodnym i nieobciążonym?
3. Niech X_1, \dots, X_n jest próba prosta pobraną z pewnej populacji w której cecha X ma skończoną i niezerową wariancję σ^2 . Sprawdzić, czy obliczona na podstawie znanego Państwo wzoru

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

gdzie \bar{X} oznacza średnia arytmetyczną jest nieobciążonym (co to oznacza?) estymatorem szukanej wariancji σ^2 .