

## Cyberbezpieczeństwo, Analiza 2

### ZESTAW 2

1. Znajdź gradient funkcji  $f(x, y) = \arctg \frac{y}{x}$  w punkcie  $A = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ , a następnie wykorzystując tę informację oblicz pochodną kierunkową funkcji  $f$  w punkcie  $A$  w kierunku wektora stycznej w tym punkcie do okręgu o równaniu  $x^2 + y^2 = 2x$ .
2. Oblicz pochodną kierunkową funkcji  $f(x, y) = 2x^2 - 3y^2$  w punkcie  $A = (1, 0)$  w kierunku wektora tworzącego z osią OX kąt  $120^\circ$ .
3. Oblicz pochodną kierunkową funkcji  $f(x, y, z) = \frac{x}{x^2+y^2+1}$  w punkcie  $(0, -1, 2)$  w kierunku wektora  $[2, 3, 1]$ .
4. Wyznacz ekstrema lokalne funkcji  $f$ , jeśli:
  - a)  $f(x, y, z) = x + \frac{y^2}{4x} + \frac{z^2}{y} + \frac{2}{z}$  oraz  $\mathbb{D}_f = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > 0, y > 0, z > 0\}$ ,
  - b)  $f(x, y, z) = 2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2$ ,
  - c)  $f(x, y) = xy(3 - x - y)$ ,
  - d)  $f(x, y, z) = 2x - y + z + \frac{8}{x} - \frac{4}{y} + \frac{4}{z}$ ,
  - e)  $f(x, y, z) = x^3 + 2y^2 + z^2 - xy + 2yz - x$ .
5. Znajdź odległość punktu  $A = (0, 1, 0)$  od powierzchni o równaniu  $y = xz$ .
6. Liczbę dodatnią  $a$  przedstaw w postaci sumy takich trzech składników dodatnich, aby ich iloczyn był największy.
7. Zbadaj ekstrema funkcji  $z = x^2 - y^2$  przy warunku  $x^2 + y^2 - 1 = 0$ .
8. Zbadaj ekstrema funkcji  $z = 5 - 2x^2 - 2y^2$  przy warunku  $x + y = 8$ .

**9.** Zbadaj ekstrema funkcji  $z = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y$  przy warunku  $x^2 + y^2 = 1$ .

**10.** Zbadaj ekstrema funkcji  $f(x, y, z) = x + y + 2z$  przy warunku  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .

**11.** Znajdź wartość największą i najmniejszą funkcji  $z$  w obszarze

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$$

gdy  $z = x^2 - y^2$ .

**12.** Znajdź wartość największą i najmniejszą funkcji  $z$  w obszarze

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$$

gdy  $z = x^2 - xy + y^2$ .

**13.** Znajdź wartość największą i najmniejszą funkcji  $z$  w obszarze

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^2 \leq 1\}$$

gdy  $f(x, y, z) = x + y + z$ .

**14.** Znajdź wartość największą i najmniejszą funkcji  $z$  w obszarze

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 100\}$$

gdy  $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ .