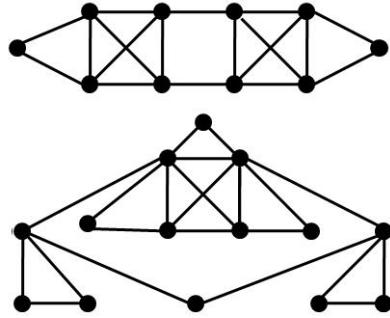


**Teleinformatyka, rok I**  
**2 ZESTAW ZADAŃ Z WZMW**

1. Podaj po dwa przykłady grafów, które:
  - są hamiltonowskie i eulerowskie,
  - są hamiltonowskie, ale nie są eulerowskie,
  - nie są hamiltonowskie, ale są eulerowskie,
  - nie są ani hamiltonowskie ani eulerowskie.
2. Podaj warunek konieczny i wystarczający, aby graf trójdzielny pełny  $K_{p,q,r}$  był eulerowski.
3. Czy istnieje graf Eulera z parzystą liczbą wierzchołków i nieparzystą liczbą krawędzi?
4. Niech  $G$  będzie grafem rzędu  $n \geq 3$ . Udowodnij, że jeśli  $\|G\| \geq \binom{n-1}{2} + 2$ , to w grafie  $G$  istnieje cykl hamiltonowski.  
Podaj przykład grafu rzędu  $n \geq 3$  mającego  $\binom{n-1}{2} + 1$  krawędzi, który nie zawiera  $C_n$ . Jak wygląda  $n$ -te domknięcie Bondy'ego-Chvatala takiego grafu?
5. Wskaż  $n$ -te domknięcia Bondy'ego-Chvatala dla grafów:  $P_n$ ,  $C_n$  oraz  $K_{p,q}$  dla  $p + q = n$ .
6. Czy ograniczenie występujące w twierdzeniu Diraca można obniżyć?
7. Korzystając z algorytmu Fleury'ego wskaż cykl Eulera dla następujących grafów



**Definicja.** Niech  $G = (V, E)$  będzie dowolnym grafem. Wówczas *grafem krawędziowym* grafu  $G$  nazywamy graf  $L(G)$  zdefiniowany następująco:

- zbiór *wierzchołków* grafu  $(L(G))$  jest równy zbiorowi *krawędzi* grafu  $G$  (czyli  $V(L(G)) = E(G)$ ),
- jeśli  $e_1, e_2 \in E(G)$ , gdzie  $e_1 \neq e_2$ , to

$$[e_1 e_2 \in E(L(G))] \Leftrightarrow [\text{krawędzie } e_1, e_2 \text{ są sąsiednie w grafie } G].$$

8. Czy z faktu, że graf  $G$  jest eulerowski, wynika że graf  $L(G)$  jest hamiltonowski? Odpowiedź uzasadnij.
9. Czy z faktu, że graf  $G$  jest eulerowski, wynika że graf  $L(G)$  jest eulerowski? Odpowiedź uzasadnij.
10. Czy z faktu, że graf  $G$  jest hamiltonowski, wynika że graf  $L(G)$  jest eulerowski? Odpowiedź uzasadnij.
11. Czy z faktu, że graf  $G$  jest hamiltonowski, wynika że graf  $L(G)$  jest hamiltonowski? Odpowiedź uzasadnij.