

Automaty komórkowe

[http://home.agh.edu.pl/malarz/dyd/ak/
v. 2.718281828459045235360287](http://home.agh.edu.pl/malarz/dyd/ak/v.2.718281828459045235360287)
Samozorganizowany stan krytyczny

Krzysztof Malarz

2 maja 2024

Terry Pratchett, *Maskarada*, Prószyński i S-ka (Warszawa 2003)

Większość mieszkańców Lancre, jak mówi stare powiedzenie, kładzie się spać z kurami a wstaje z krowami*.

*Ehm. To znaczy, że kładą się do łóżek o tej samej porze, kiedy zasypiają kury, a wstają o tej samej porze, kiedy wstają krowy. Takie nieprecyzyjne sformułowania mogą prowadzić do nieporozumień.

Samorganizowany stan krytyczny

Self-Organized Criticality (SOC) = dalekie od równowagi stany uporządkowane. Jest to taki stan krytyczny, do którego prowadzą ośrodki rozchodzące się w nim zaburzenia. Gdy go już do niego doprowadzą, ośrodek pozostaje w SOC; jest to więc stan stabilny mimo dowolnie dużych (krytycznych) fluktuacji.

SOC wymaga ośrodka co najmniej dwuwymiarowego: w ośrodku jednowymiarowym fluktuacje są zawsze skończone, ponieważ istnieje skończone prawdopodobieństwo zatrzymania każdej fluktuacji. Istnieje skończone prawdopodobieństwo dowolnie wysokiej bariery, a więc gdzieś na nieskończonej osi taka bariera istnieje.

SOC w piasku I

Wyobraźmy sobie stertę suchego piasku, uzupełnianą w sposób ciągły przez dosypywanie go z góry wąską strużką.

- Nachylenie ścian utworzonego w ten sposób stożka fluktuuje wokół pewnej wielkości krytycznej.
- Same fluktuacje mają zaś postać lawin, schodzących w nieprzewidywalnych momentach i mających nieprzewidywalne rozmiary.
- Rozkład odstępów czasu między lawinami:

$$P(T) \propto T^{-\alpha}$$

może być użyty do otrzymania:

$$P(f = 1/T) \propto f^{-2+\alpha}.$$

SOC w piasku II

- Wynik eksperymentu komputerowego dla układu 3D brzmi:
 $\alpha = 0.94$. Modelowa sterta piasku opisuje zjawisko szumu $1/f$.
- Numeryczne badanie rozkładu rozmiaru s lawin:

$$P(s) \propto s^{-\tau}$$

dają dla układu 3D $\tau = 1.37$. Reguły automatu były takie, że lawina zaczynała się obsypywać, gdy przekroczony został pewien kąt krytyczny $\rightarrow$ ziarno piasku przesuwało się wtedy o jedną komórkę $\rightarrow$ co mogło powodować przekroczenie kąta krytycznego w kolejnej komórce $\rightarrow$ itd.

- Kłopot — co robić gdy w danym punkcie spotykają się dwie lawiny (problem komutacji reguł AK)?

SOC w piasku III

- Co gorsza, dla *rzeczywistej* sterty piasku, jeśli średnica podstawy sterty przekracza 1.5 cala teoria SOC przestaje działać — przewagę zyskują większe lawiny budzone pod powierzchnią zbocza.

Przykład numeryczny:

- Sberta piachu *bez* zdefiniowanej odległości między ziarnami: sąsiedzi są dobierani przypadkowo spośród wszystkich ziaren na zboczu, niezależnie od ich położenia.
- Jeśli ziarno piasku wyląduje na już zajętych miejscu, to uruchamiana jest lawina: oba ziarna są przenoszone w losowo wybrane miejsca dopóki wszystkie ziarna nie upadną w wolnych miejscach.
- Wtedy dostarczane jest do układu nowe ziarno z zewnątrz.

SOC w piasku IV

- Rozmiar lawiny s — to liczba uruchomionych ziaren między uzupełnieniami.
- Czas trwania lawiny t to liczba kroków czasowych między uzupełnieniami.
- Część położeń uważa się za brzeg stożka; ziarno, które tam upadnie, znika.
- W takim sformułowaniu znika również problem komutacji reguł: dla dużego układu jest małe prawdopodobieństwo spotkania się dwóch ziaren lądujących w tym samym położeniu [1].



SOC w „Game of Life” I

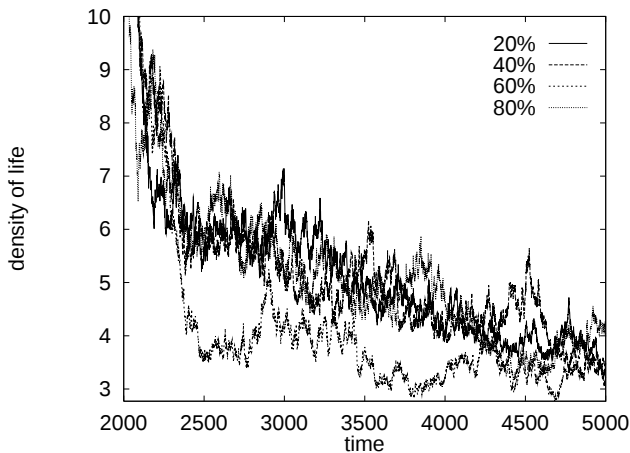
Reguły *Life*: śmierć z natłoku, jak i z samotności — można porównać do znanego równania logistycznego, z jego tłumiącą wzrost zależnością kwadratową (bądź członem Verhulsta):

$$x_{t+1} = r \cdot x_t(1 - x_t).$$

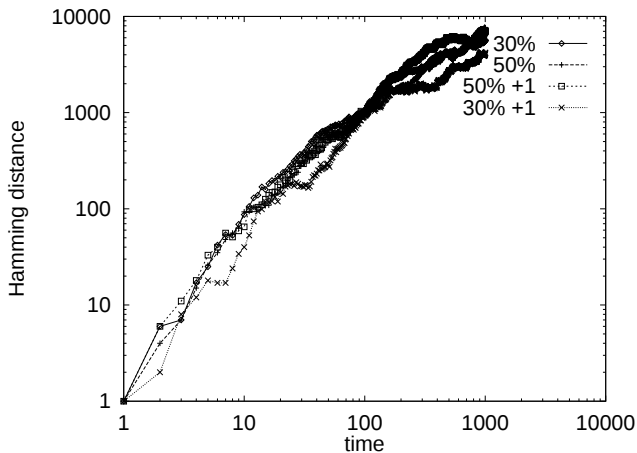
- „Game of Life” pozostawiony sam sobie zastyga w formie „skamielin” — małych izolowanych form statycznych bądź oscylujących z okresem 2.
- Niektóre z nich mogą się poruszać bez żadnych ograniczeń (np. szybowce).
- Czy przy pewnym rozmiarze układu reakcja szybowców ze skamienieniami będzie się samopodtrzymywać?

SOC w „Game of Life” III

- Wynik jest nieco kontrowersyjny, gdyż *Life* jest uważany za AK klasy IV — dla klasyfikacji danego automatu istotne są warunki brzegowe [2].



Rysunek: Gęstość życia w funkcji czasu



Rysunek: Odległość Hamminga w funkcji czasu

- [1] K. Kułakowski. *Automaty Komórkowe*. Kraków: OEN AGH, 2000.
- [2] K. Malarz, K. Kułakowski, M. Antoniuk, M. Grodecki, and D. Stauffer. "Some new facts of Life". *International Journal of Modern Physics C* **9.3** (1998), 449–458.