

Odpowiedzi i wskazówki — Zestaw 1

Mechanika - 1

WMS — Matematyka, rok II

1. Proszę skorzystać z definicji prędkości i przyspieszenia.

$$\vec{v} = 8t\hat{y} + \hat{z},$$

$$\vec{a} = 8\hat{y}.$$

Torem jest parabola $y = 4z^2$ leżąca w płaszczyźnie $x = 1$.

2. Rzut ukośny jest złożeniem dwóch ruchów (jakich?, dlaczego takich — powiemy przy okazji rozmowy o zasadach dynamiki Newtona). Tor ruchu:

$$y = \left(\tan \alpha - \frac{gx}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \right) x.$$

Zasięg rzutu ukośnego:

$$x_{\max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Maksymalna wysokość na jaką wzniesie się ciało:

$$y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

3. Znow proszę skorzystać z definicji *wektora* prędkości. Tor ruchu:

$$x(y) = \frac{L}{\pi v_1} \left(1 - \cos \frac{\pi y}{L} \right).$$

Prędkość łódki liczymy ze wzoru:

$$v(t) = \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t)}.$$

4. Wektor wodzący \vec{r} punktu proszę w obu układach współrzędnych zapisać jako kombinację liniową wektorów ortonormalnych osi a następnie skorzystać z definicji prędkości i przyspieszenia. Do liczenia pochodnych czasowych wektorów dobrze przygotować sobie odpowiedni rysunek i przypomnieć definicję pochodnej.

Układ kartezjański:

$$\vec{v} = (\dot{x}, \dot{y}), \quad \vec{a} = (\ddot{x}, \ddot{y}).$$

Układ biegunowy:

$$\vec{v} = (\dot{r}, r\dot{\varphi}), \quad \vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2, 2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi}).$$

5. Proszę zastanowić się jak powinna zmieniać się odległość samolotu od lotniska i dlaczego tak:

$$r(t) = r_0 - v_d t, \text{ gdzie } v_d \text{ — prędkość dźwięku.}$$

Rachunki najwygodniej prowadzić w biegunowym układzie współrzędnych. Korzystając z definicji prędkości dostajemy proste równanie różniczkowe.

Tor ruchu:

$$\varphi(r) = \beta - \frac{\sqrt{v^2 - v_d^2}}{v_d} \ln \frac{r}{r_0}.$$

Krzysztof Malarz, Kraków, 23 maja 2002