

Odpowiedzi i wskazówki — Zestaw 3

Mechanika - 3

WMS — Matematyka, rok II

1. Dostajemy rekurencyjną zależność na kolejne wysokości — należy nieskończenie wiele razy skorzystać z zasady zachowania energii mechanicznej. Droga jaką przebędzie piłka do zatrzymania się (po upływie nieskończonego czasu!) wyniesie

$$s = (2k - 1)h.$$

2. Po założeniu kierunku ruchu należy skorzystać z II zasady dynamiki Newtona pisząc równania ruchu *dla każdego z ciał występujących w układzie osobno*

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}g.$$

W przyspieszającej/hamującej windzie na każde z ciał działa dodatkowo siła bezwładności (d’Lamberta). Na przykład dla windy startującej do góry mamy

$$a = \frac{3}{2} \cdot \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}g.$$

3. Należy skorzystać z definicji momentu bezwładności — i to raczej tej z całką niż sumą. Oba ciała należy podzielić na małe fragmenty — takie aby *w ogóle można* było mówić o ich odległości od osi względem której moment bezwładności liczymy:

- dla pręta wokół osi przechodzącej przez jeden z końców

$$I = \frac{1}{3}ml^2,$$

- dla pręta wokół osi przechodzącej przez środek

$$I = \frac{1}{12}ml^2,$$

- dla walca wzdłuż osi symetrii

$$I = \frac{1}{2}mR^2.$$

4. Piszemy drugą zasadę dynamiki Newtona dla klocków, dla ruchu obrotowego dla krążka oraz korzystamy z faktu, że nić nie ślizga się po bloczku ($a = \varepsilon R$):

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{(m_1 + m_2 + I/R^2)}$$

$$T_1 = \frac{2m_2 + I/R^2}{m_1 + m_2 + I/R^2} \cdot m_1g$$

$$T_2 = \frac{2m_1 + I/R^2}{m_1 + m_2 + I/R^2} \cdot m_2g$$

5. Piszemy drugą zasadę dynamiki Newtona *dla każdego z klocków osobno*. Siłę tarcia wyznaczamy z definicji współczynnika tarcia.

$$a = \frac{m_0 - k_1m_1 - k_2m_2}{m_0 + m_1 + m_2}g$$

$$N_2 = \frac{(1 + k_1)m_0 + (k_1 - k_2)m_2}{m_0 + m_1 + m_2}m_1g$$

6. Tym razem piszemy drugą zasadę dynamiki Newtona *dla każdego z klocków osobno*. Wyznaczamy przyspieszenie układu pamiętając, że kierunek siły tarcia jest zawsze przeciwny do założonego kierunku ruchu. Ruch w założoną do obliczeń stronę oznacza, że wyliczona wartość przyspieszenia jest dodatnia:

- m_2 w górę

$$a > 0 \iff \frac{m_2}{m_1} < \sin \alpha - k \cos \alpha,$$

- m_2 w dół

$$a > 0 \iff \frac{m_2}{m_1} > \sin \alpha + k \cos \alpha,$$

- m_2 pozostanie w spoczynku — w pozostałych przypadkach

$$\sin \alpha - k \cos \alpha < \frac{m_2}{m_1} < \sin \alpha + k \cos \alpha.$$

Krzysztof Malarz, Kraków, 23 maja 2002