

Teoria — Zestaw 2

Mechanika - 2

WMS — Matematyka, rok II

- **Siła** jest miarą oddziaływania ciał.
- **Dynamika** to dział mechaniki badający związki pomiędzy ruchem ciał a działającymi na nie siłami.
- **I zasada dynamiki Newtona**: Jeżeli siły działające na punkt materialny równoważą się (wypadkowa siła wynosi zero), to ciało to spoczywa bądź porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym.
- **II zasada dynamiki Newtona** (w postaci uogólnionej): Zmiana pędu ciała jest równa popędowi działającej na nie wypadkowej siły \vec{F}

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

Co przy definicji **pędu**

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

daje

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{dm}{dt} \vec{v} = \vec{F}$$

i dla układów o stałej masie

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Przyspieszenie ciała jest wprost proporcjonalne do wypadkowej siły działającej na to ciało a odwrotnie proporcjonalne do jego masy.

- **III zasada dynamiki Newtona**: Jeśli ciało A działa na ciało B siłą \vec{F} , to B działa na A siłą o tej samej wartości i kierunku, lecz o przeciwnym zwrocie.
- **Zasada zachowania pędu**: **W układach odosobnionych pęd jest stały**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \wedge \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} = \text{const.}$$

- **Momentem bezwładności** układu mechanicznego względem nieruchomej osi nazywamy wielkość fizyczną równą sumie iloczynów mas wszystkich N punktów materialnych układu i kwadratów ich odległości od osi obrotu

$$I = \sum_i^N m_i r_i^2,$$

gdzie m_i jest masą i -tego punktu, a r_i — jego odległością od osi. W przypadku ciała o ciągłym rozkładzie masy powyższa suma musi zostać zastąpiona całką

$$I = \int_M r^2 dm.$$

- Jeśli odległości między poszczególnymi punktami pewnego ciała *nie* zmieniają się w czasie ruchu tego ciała, to takie ciało określamy mianem **bryły sztywnej**.
- **Moment pędu** definiowany jest jako iloczyn wektorowy promienia wodzącego punktu materialnego i wektora pędu

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}.$$

- **Moment siły** definiowany jest jako iloczyn wektorowy ramienia działania siły \vec{r} i siły \vec{F} :

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}.$$

- **II zasada dynamiki Newtona dla ruchu obrotowego** (dla bryły sztywnej)

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}.$$

- Z II ZDN (podobnie jak w przypadku ruchu postępowego) można wyprowadzić **zasadę zachowania** — tym razem **momentu pędu**:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \wedge \vec{M} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L} = \text{const.}$$

Jeśli w układzie nie działają żadne momenty sił, bądź działające momenty sił wzajemnie się równoważą to moment pędu takiego układu pozostaje stały.

- Korzystając ze związku między momentem pędu \vec{L} bryły sztywnej a prędkością kątową $\vec{\omega}$ jej obrotu wokół pewnej nieruchomej osi względem której moment bezwładności wynosi I

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

można II ZDN dla bryły sztywnej zapisać również jako

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}.$$

Przyspieszenie (kątowe) układu jest wprost proporcjonalne do wypadkowego momentu sił działających na układ a odwrotnie proporcjonalne do jego momentu bezwładności.

Krzysztof Malarz, Kraków, 23 maja 2002