

Teoria — Zestaw 7

Teoria obwodów

WMS — Matematyka, rok II

- **Teoria obwodów** jest działem fizyki zajmujących się badaniem rozplywu prądów i występujących napięć w układach elektrotechnicznych.
- **Prądem stałym** nazywamy prąd elektryczny którego natężenie I w czasie nie ulega zmianie.
- Natężeniem prądu elektrycznego (mierzonym w **amperach**) nazywamy pochodną ładunku elektrycznego (mierzonych w **kulombach**) po czasie

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

- **Prawo Ohma**: prąd (**natężenie prądu**) I płynący przez element o rezystancji (**opozie**) R (mierzonym w **omach**) jest wprost proporcjonalny do występującej między końcami tego elementu różnicy potencjałów (**napięcia**) U (które podobnie jak potencjał mierzymy w **woltach**).
- Stałą proporcjonalności jest wielkość $1/R$.
- **I prawo Kirchhoffa**: suma natężeń prądów wpływających i wypływających z dowolnego węzła obwodu jest równa zeru

$$\sum_i I_i = 0.$$

- **II prawo Kirchhoffa**: suma spadków napięć w dowolnym oczku obwodu równa się sumie sił elektromotorycznych źródeł napięcia znajdujących się w tym oczku

$$\sum_i SEM_i = \sum_j U_j.$$

- **Zasada superpozycji** — natężenie prądu płynącego przez dany element obwodu jest sumą natężeń prądów płynących przez ten element pochodzących od kolejnych źródeł sił elektromotorycznych po zwarcie wszystkich pozostałych.
- **Zasada Thévenina** pozwala znajdować prąd płynący przez dowolny element obwodu poprzez zastąpienie pozostałej części obwodu źródłem o opozie wewnętrznej R_z i sile elektromotorycznej ε_z równej napięciu występującemu pomiędzy punktami między którymi jest rozważany element. Opór zastępczy R_z liczymy jako opór pozostałej części obwodu widziany pomiędzy tymi samymi punktami po zwarcie wszystkich źródeł napięcia w rozpatrywanej części obwodu. Obydwie te wielkości wyznaczone są *po odłączeniu* rozważanego elementu.
- **Metoda prądów oczkowych** jest szczególnie efektywną metodą rozwiązywania obwodów pozwalającą znaleźć rozplyw prądów w *całym* obwodzie. W tym celu należy skonstruować macierz rezystancji \mathbf{R} , będącą macierzą symetryczną, której elementy R_{ii} są sumą oporów w i -tym oczku, zaś R_{ij} są wziętą ze znakiem minus sumą wartości oporów w gałęzi obwodu wspólną dla i -tego i j -tego oczka. Prądy oczkowe I_k „strzałkujemy” konsekwentnie w tą samą stronę (np. zgodnie z kierunkiem ruchu wskazówek zegara). Składowe U_k wektora wyrazów wolnych \mathbf{U} w równaniu

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{U}$$

są sumą *algebraiczną* sił elektromotorycznych występujących w k -tym oczku.

- **Opór właściwy (rezystywność)** jest stałą materiałową charakteryzującą ilościowo zdolność materiału do przewodzenia prądu elektrycznego. Jednorodny przewodnik o długości l , polu przekroju poprzecznego S wykonany z materiału o oporności ρ ma opór

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

- Odwrotność oporu właściwego γ nosi nazwę **przewodności właściwej (konduktywności)** i pojawia się w **mikroskopowym** sformułowaniu prawa Ohma:

$$\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho} = \gamma \vec{E}.$$

- **Kondensator** to element elektrycznie bierny gromadzący energię elektryczną. Dla prądu stałego kondensator stanowi *przerwę* w obwodzie.
- **Pojemność** C kondensatora (mierzona w **faradach**) charakteryzuje ilość ładunku elektrycznego pojawiającego się na okładkach kondensatora po podłączeniu go do źródła napięcia V :

$$q = CV.$$

- **Cewką** nazywamy element obwodu elektrycznego zdolny do gromadzenia energii pola magnetycznego. Dla prądu stałego cewka stanowi *zwarcie* w obwodzie.
- Wielkość L (mierzona w **henrach**) nazywamy **indukcyjnością (własną)** cewki charakteryzującą **siłę elektromotoryczną samoindukcji** SEM_i :

$$SEM_i = -L \frac{di}{dt}.$$

- **Rachunek symboliczny** pozwala na zastąpienie równań różniczkowych opisujących obwodu prądu sinusoidalnie zmiennego równaniami algebraicznymi (formalnie odbywa się to poprzez przekształcenie Fouriera równań różniczkowo-całkowych wynikających bezpośrednio z praw Kirchhoffa). Ominięcie tego formalizmu pozwala traktować kondensatory i cewki jak elementy o rezystancjach X_L i X_C (zwane odpowiednio indukcyjnością i pojemnością) i stosować do rozwiązywania tych obwodów poznane wcześniej metody rozwiązywania obwodów dla prądu stałego.
- **Moc elektryczna** prądu stałego (mierzona w **watach**) dana jest iloczynem natężenia prądu I i napięcia U :

$$P = UI.$$

Krzysztof Malarz, Kraków, 23 maja 2002