

Zadania z fizyki — Zestaw A

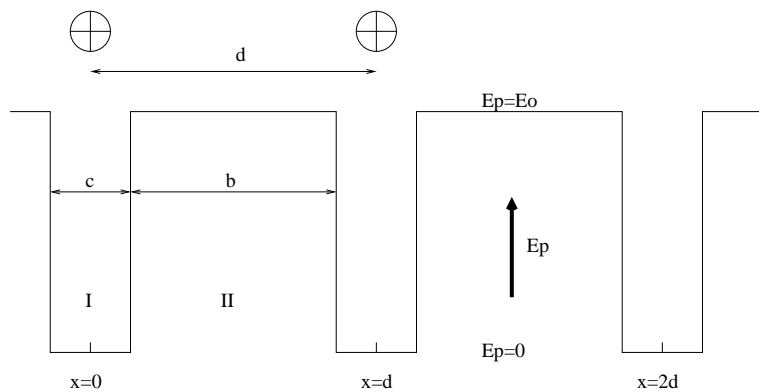
Fizyka ciała stałego
WEAiE — Informatyka, rok I

1. Dla trójwymiarowej nieskończonej studni potencjału operator energii potencjalnej $V(x_i)$ dany jest formułą:

$$V(x_i) = \begin{cases} 0 & \iff x_i \in (0, a) \\ \infty & \iff x_i \in (-\infty, 0] \cup [a, +\infty) \end{cases}, \quad \text{dla } i = 1, 2, 3.$$

Proszę rozwiązać równanie Schrödingera dla cząstki w studni zakładając zerowanie się funkcji falowej na brzegach studni: $\psi(x_i = 0) = \psi(x_i = a) = 0$ dla $i = 1, 2, 3$. Znaleźć dopuszczalne wartości wektora falowego $k_{n_1}, k_{n_2}, k_{n_3}$ i energii $E_{n_1 n_2 n_3}$ cząstki w studni.

2. Znaleźć zależność poziomu Fermiego w temperaturze zera bezwzględnej od gęstości elektronowej n , oraz zależność średniej energii na elektron od energii Fermiego.
3. Proszę znaleźć gęstość stanów $D(k)$ w przestrzeni wektora falowego i $g(E)$ w przestrzeni energii dla cząstki w jedno-, dwu- i trójwymiarowej nieskończonej studni potencjału.
4. Rozwiążmy równanie Schrödingera dla potencjału Kroniga–Penneya (będącego przedstawionym na rysunku przybliżeniem potencjału rdzeni sieci krystalicznej) i energii cząstki $0 < E < E_0$.



- Wyznaczyć numerycznie związek dyspersyjny $E(k)$ dla elektronu o wektorze falowym k poruszającym się w takim potencjale. Przyjąć $mE_0bd/\hbar^2 = 5\pi/2$, $d = 2 \text{ \AA}$, $m = m_e$ w przedziale energii od 0 eV do 200 eV.
 - Jak zmienia się szerokość pierwszego dozwolonego pasma w funkcji stałej sieci krystalicznej d ($d = 1 \text{ \AA}$, $d = 1.5 \text{ \AA}$, $d = 2 \text{ \AA}$ dla $E_0b = 25 \text{ eV\AA}$)?
 - Jak zmienia się ta szerokość w funkcji E_0 ($E_0b = 50 \text{ eV\AA}$, $E_0b = 75 \text{ eV\AA}$, $E_0b = 100 \text{ eV\AA}$ dla $d = 1 \text{ \AA}$)?
5. Pokazać, że dla gazu elektronów swobodnych (o kwadratowym związku dyspersyjnym) $m^* = m_e$. Eksperymentalnie znaleziona energia Fermiego dla sodu wynosi $E_F = 2.5 \text{ eV}$. Proszę znaleźć masę efektywną elektronów walencyjnych w sodzie. Sód jest jednowartościowy, jego masa atomowa wynosi $\mu = 22.99 \text{ g/mol}$, zaś gęstość $\rho = 0.97 \text{ g/cm}^3$.

Krzysztof Malarz, Kraków, 23 maja 2002