

KSN — III FK — zadanie 6.1

Iteracyjne rozwiązywanie układów równań liniowych

Założmy, że w poszukiwaniu wielomianu interpolacyjnego

$$w(x) = \sum_{i=0}^{N-1} c_i x^i \text{ i } \forall i = 1, \dots, N : w(x_i) = y_i$$

za jego pierwsze przybliżenie uznamy prostą przechodzącą przez pierwszy (x_1, y_1) i ostatni (x_N, y_N) węzeł, tj. prostą daną równaniem

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_N - y_1}{x_N - x_1}.$$

Współczynniki takiego wielomianu proszę potraktować jako przybliżone (odgadnięte) rozwiązanie układu $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ z macierzą \mathbf{A} będącą macierzą Vandermonde'a i rzędnymi węzłów y_i tworzącymi wektor wyrazów wolnych \mathbf{b} :

$$\begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{N-2} & x_1^{N-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{N-2} & x_2^{N-1} \\ \vdots & & & & & \vdots \\ 1 & x_N & x_N^2 & \dots & x_N^{N-2} & x_N^{N-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_{N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Proszę kilkakrotnie (dwa, trzy razy) poprawić to odgadnięte rozwiązanie.

Na wspólnym wykresie proszę nanieść węzły interpolacyjne, pierwsze przybliżone i to poprawione rozwiązanie. Wartości wielomianu $w(x)$ poza węzłami proszę wyznaczyć schematem Hornera.

Krzysztof Malarz, Kraków, 19 listopada 2003