

Liczby dualne

1. Stosując liczby dualne należy obliczyć wartość funkcji $f(x_1, x_2) = 2x_1 + 7x_2$ w punkcie $x_1 = 5$, $x_2 = 3$ oraz pochodnej $\frac{\partial f}{\partial x_2}$ w tym punkcie.
2. Należy wykonać mnożenie liczb dualnych $(a + b\varepsilon)/(c + d\varepsilon)$.

Arytmetyka przedziałowa.

1. Należy obliczyć iloczyn $[a, b] \cdot [c, d]$ w przypadku, gdy

- $a, b, c, d > 0$,
- $a, b, c, d < 0$.

2. Z którego wzoru należy skorzystać:

- $\sin(p) \cos(p)$,
- $\frac{1}{2} \sin(2p)$.

Dlaczego? Proszę wykonać obliczenia dla przedziału $p = [\pi/4, 3\pi/4]$.

3. Niech $y = f(x)$ oznacza funkcję liczbo - liczbową, a $p = F[q]$ – jej odpowiednik w arytmetyce przedziałowej (p, q - przedziały liczb rzeczywistych).

Czy czas obliczeń wartości funkcji F zależy od monotoniczności funkcji f ? Dlaczego?

Różniczkowanie numeryczne

1. Jak określa się pojęcie rzędu metody różniczkowania?
2. Jedną z metod obliczania przybliżonej wartości pochodnej funkcji f wykorzystuje wzór

$$f'(x) = \frac{1}{12h} [-25f(x) + 48f(x+h) - 36f(x+2h) + 16f(x+3h) - 3f(x+4h)] + \frac{h^4}{5} f^{(5)}(\xi), \quad \xi \in [x, x+4h]$$

Czy na podstawie tego wzoru można dokładnie określić rząd tej metody?

Proszę krótko uzasadnić, a jeżeli tak, to proszę napisać jaki jest rząd.

Różniczkowanie automatyczne

1. $f(x_1, x_2) = x_1x_2 - \sin(\pi x_1) \cos(2\pi x_2)$. Należy narysować graf obliczeń wartości tej funkcji (i przyjąć oznaczenia wyników pośrednich).
 - Na tej podstawie należy zbudować graf obliczeń pochodnej cząstkowej $\frac{\partial f}{\partial x_2}$ metodą w przód.
 - Obliczenia należy wykonać dla $x_1 = 2$, $x_2 = 3$.
2. $f(x_1, x_2) = x_1 \sin(\pi x_2) - x_2 \cos(2\pi x_1)$. Należy narysować graf obliczeń wartości tej funkcji (i przyjąć oznaczenia wyników pośrednich). Na tej podstawie należy zbudować graf obliczeń obu pochodnych cząstkowych w punkcie $x_1 = x_{10}$, $x_2 = x_{20}$ metodą różniczkowania wstecznego.