

6 Differential Inequalities

Theorem 8. Suppose that the functions $m(x)$ and $u(x)$ are continuous and satisfy for $x_0 \leq x < X$

$$D + m(x) \leq g(x, m(x)) \quad (1a)$$

$$D + u(x) > g(x, u(x)) \quad (1b)$$

$$m(x_0) \leq u(x_0). \quad (1c)$$

Then

$$m(x) \leq u(x) \quad \text{for } x_0 \leq x \leq X. \quad (2)$$

The same conclusion is true if both D_+ are replaced by D^+ .

Proof. If (2) were not true, we could choose a point x_2 with $m(x_2) > u(x_2)$ and look for the first point x_1 to the left of x_2 with $m(x_1) = u(x_1)$. Then for small $h > 0$ we would have

$$\frac{m(x_1 + h) - m(x_1)}{h} > \frac{u(x_1 + h) - u(x_1)}{h}$$

and, by taking limits, $D_+m(x_1) \leq D_+u(x_1)$. This, however, contradicts (1a) and (1b), which give

$$D_+m(x_1) \leq g(x_1, m(x_1)) = g(x_1, u(x_1)) < D_+u(x_1).$$

□

Many variant forms of this theorem are possible, for example by using left Dini derivatives [1, Chap. II, §8, Theorem V].

References

- [1] W. Walter (1970): Differential and integral inequalities. Springer Verlag 352pp., german edition 1964.

7 Instrukcja

Jest to 6. sekcja dokumentu klasy *artykuł*. Margines górny ma 3cm, dolny 2 cm, lewy 3,5 cm, prawy 2,5 cm.

7.1 Co należy zrobić

1. Należy utworzyć dokument jak najbliższy temu, który Pani/Pan teraz czyta.¹

¹W kolejnych podsekcjach są wskazania na szczegóły, na które warto zwrócić uwagę

2. Na początku pliku źródłowego (w komentarzu) proszę umieścić swoje Imię i Nazwisko.
3. Plik źródłowy (*.tex*) i ew. inne pliki wymagane przy kompilacji oraz plik wynikowy (*.pdf*) należy wysłać na adres `miller@agh.edu.pl` jako załączniki wiadomości o tytule zawierającym Nazwisko i Imię. Jeżeli kompilacja byłaby konieczna, to proszę zastosować format *zip*.

7.2 Na co zwrócić uwagę

Proszę zwrócić uwagę na wymienione niżej szczegóły.²

- Zamiast Bib \TeX a można użyć środowiska **thebibliography** – bez obniżenia oceny.
- wyrównanie wg operatora relacji;
- odwołania elastyczne;
- ustawienie liczników;
- * Mój adres mailowy w (7.1) jest napisany z użyciem pakietu *hyperref*, ale można tę postać osiągnąć „ręcznie” — bez obniżenia oceny.
-

²Odstępstwa od wzorca w tych miejscach nie dyskwalifikują pracy, ale mogą spowodować delikatne obniżenie oceny.