

2 Zagadnienia sprawdzianu nr 2

Wersja 1.

Dla grup piszących sprawdzian w drugiej połowie stycznia, ten zestaw może ulec rozszerzeniu.

2.1 Interpolacja wielomianami sklejanymi

1. Czy błąd interpolacji wielomianowej sklejaney (w ustalonym przedziale) może rosnać gdy liczba węzłów rośnie?
2. Jaki rozkład węzłów minimalizuje górne oszacowanie błędu interpolacji sklejaney?
3. Jakie wersje sześciennnej interpolacji sklejaney są najczęściej stosowane? Czym się różnią?
4. Ile współczynników ma sześcienna funkcja sklejana interpolująca 10 węzłów?
5. Którego stopnia gładkości sklejenia można żądać od funkcji interpolującej będącej sklejeniem wielomianów 5. stopnia? Jakie warunki można dodać (w stosunku do sześciennnej interpolacji sklejaney) w interpolacji sklejanymi wielomianami 5. stopnia?
6. Sklejane wielomiany którego stopnia umożliwiają spełnienie warunku ciągłości 1., 2. i 3. pochodnej?
7. Czy można oszacować z góry błąd sześciennnej interpolacji sklejaney funkcji $f(x) = \sin(3x)$, $x \in [0, \pi]$ przy użyciu 5 węzłów? Jaki rozkład tych węzłów da najmniejsze oszacowanie?
8. *Extra: wielomiany którego stopnia należy sklejać aby zapewnić zgodność nie tylko wartości funkcji w węzłach, ale także zgodność z zadaną 1. pochodną w każdym węźle?*

2.2 Układy równań liniowych z kwadratową, nieosobliwą macierzą współczynników

1. Bezpośrednie („dokładne”) algorytmy rozwiązywania układów równań.
2. Metody iteracyjne rozwiązywania układów równań - różnice, zalety, wady?
3. Czy metody iteracyjne rozwiązywania układów równań liniowych są zawsze zbieżne? Ew. warunki? W metodach bezpośrednich stosuje się rozkład macierzy na macierz L i U, a w metodach iteracyjnych - na macierze L, D i U. Który rozkład jest obliczeniowo łatwiejszy i dlaczego?
4. Macierze rzadkie - określenie, różnice w pamiętaniu, rozwiązywaniu układów równań.
5. Jakiego typu macierze współczynników (kwadratowe i nieosobliwe) ułatwiają rozwiązywanie układu $Ax = b$ (w stosunku do dowolnej kwadratowej, nieosobliwej macierzy).
Albo inaczej: Równania z jakimi „specyficznymi” macierzami da się rozwiązać znacznie szybciej (niż z macierzami „zwykłymi”)? Jak wygląda taki „ekspresowy” algorytm?
6. Kolejność obliczeń w zadaniu rozwiązania układu równań - od czego należy zacząć?
7. Jak definiuje się i jak można obliczyć wskaźnik uwarunkowania macierzy?
8. Jaka jest teoretycznie możliwa, jaka „niebezpieczna” i jaka najkorzystniejsza wartość wskaźnika uwarunkowania macierzy.
9. Czy można (ew. jak?) poprawić wskaźnik uwarunkowania macierzy?
10. Jak jest realizowany (i po co?) wybór elementu głównego?
11. 3 kroki metody Jacobiego dla zadanego układu równań.

2.3 Symetryczna zagadnienie własne

1. Algorytm metody potęgowej znajdowania wartości własnych macierzy.
2. Co można obliczyć odwrotną metodą potęgową?
3. Czy w odwrotnej metodzie potęgowej trzeba odwracać macierz?
4. Czy metody potęgowe zawsze są zbieżne?
5. Algorytm z rozkładem QR.

2.4 Metody iteracyjne znajdowania miejsc zerowych funkcji nieliniowych

1. Jak definiuje się stałą i wykładnik zbieżności?
2. Elementarne metody: iteracji prostej, bisekcji, siecznych, stycznych, odwrotnej interpolacji kwadratowej.
 - zalety, wady, wykładniki zbieżności,
 - które metody gwarantują zbieżność, przy jakich warunkach?
 - ile punktów startowych, jakie warunki muszą spełniać?
3. Metoda Δ^2 Aitkena przyspieszania zbieżności.
4. Metoda Brenta-Dekкера.
5. Wykładnik zbieżności metod w przypadku zer wielokrotnych.