
Systemy robotów autonomicznych

Wykład nr 9 Wybór trasy, mapy, planowanie ścieżki.

Akademia Górniczo-Hutnicza
12.06.2013, Kraków

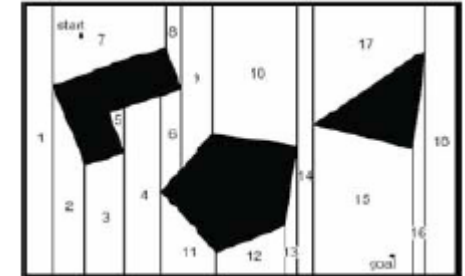
mgr inż. Andrzej Opaliński
opal@tempus.metal.agh.edu.pl

- Mapy i ich rodzaje
- Planowanie trasy – metody planowania trasy
 - Ze względu na dostępność informacji o otoczeniu
 - Ze względu na sposób reprezentowania otoczenia
- Metody pokonywania labiryntu
- Algorytmy mrówkowe

Mapa

Mapa – reprezentacja otoczenia, sposób odwzorowania środowiska

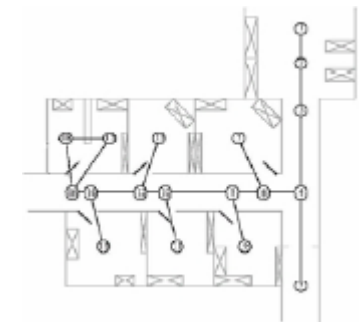
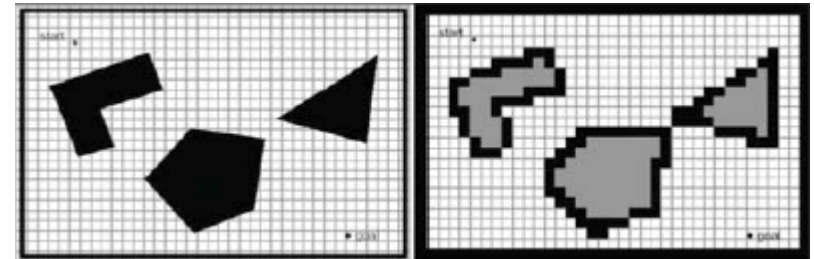
Definicja 1: swoiste przedstawienie na płaszczyźnie dowolnego obszaru Ziemi w zmniejszonych rozmiarach.



Definicja 2: zmniejszony, uogólniony, matematycznie określony (umowny) obraz powierzchni ziemi lub jej części na płaszczyźnie, w skali, według zasad odwzorowania kartograficznego, przy użyciu umownych znaków graficznych, przedstawiający stan i wzajemny związek różnych zjawisk przyrodniczych i społecznych

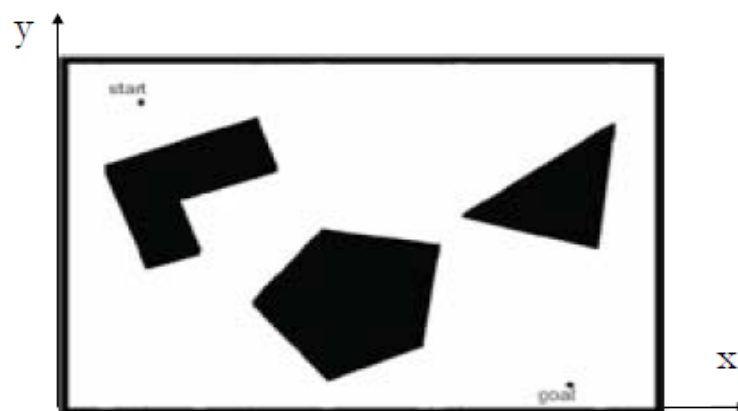
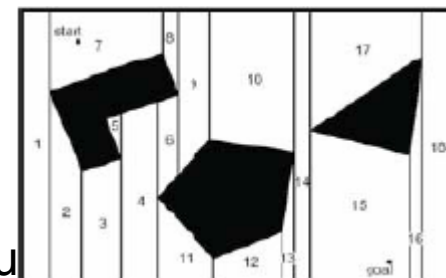
Rodzaje map:

- ciągła metryczna
- dyskretna metryczna (siatka)
- topologiczna (bazująca na znacznikach)



Mapa ciągła metryczna

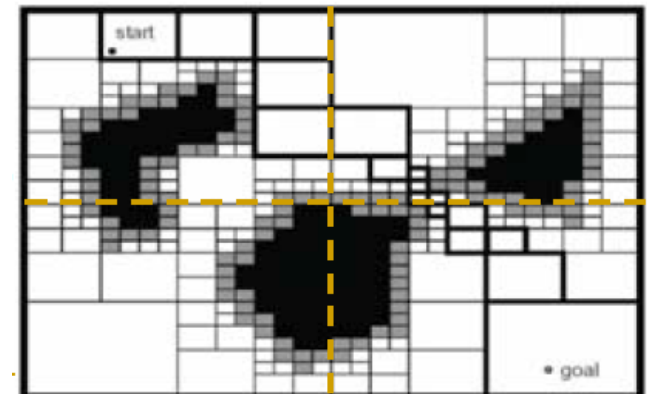
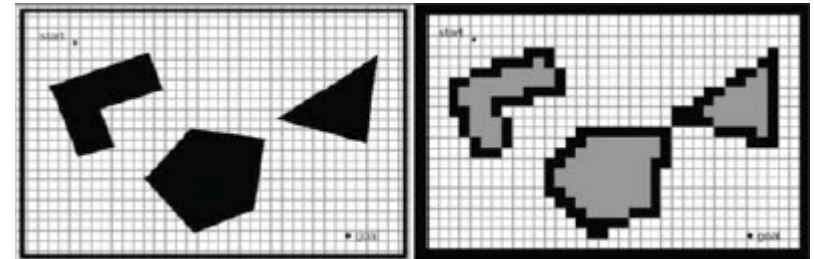
- model otoczenia bazujący na :
 - absolutnym układzie odniesienia,
 - dokładnych wymiarach i pozycjach obiektów w otoczeniu
- tworzenie mapy opiera się na dokładnej dekompozycji
- puste przestrzenie modeluje się za pomocą trapezów i trójkątów
- pozycja robota wewnątrz danego obszaru nie ma znaczenia
- istotne jest to, że robot może przemieścić się z jednego wolnego obszaru do drugiego przy wykorzystaniu grafu przejść



Mapa dyskretna metryczna

Mapa dyskretna metryczna (siatka):

- Dyskretyzacja pozwala dostarczyć dokładniejszych informacji o pozycjach obiektów i ich wymiarach.
- Polega na nałożeniu na mapę siatki i podzieleniu ich na komórki o takim samym wymiarze.
- Komórka może być
 - pusta (brak przeszkody)
 - zajęta (przeszkoda, wymagająca wyminięcia).
- Im mniejszy rozmiar komórki tym większy rozmiar mapy.
- W niektórych przypadkach może prowadzić to do błędów.
- Rozwiązaniem jest stosowanie dyskretyzacji adaptacyjnej:
 - komórki rekursywnie zmniejszają swój rozmiar, aż staną się całkowicie pełne lub puste
 - podział regionu mieszanego na cztery równe podregiony



Mapa topologiczna

Mapa topologiczna (bazująca na znacznikach)

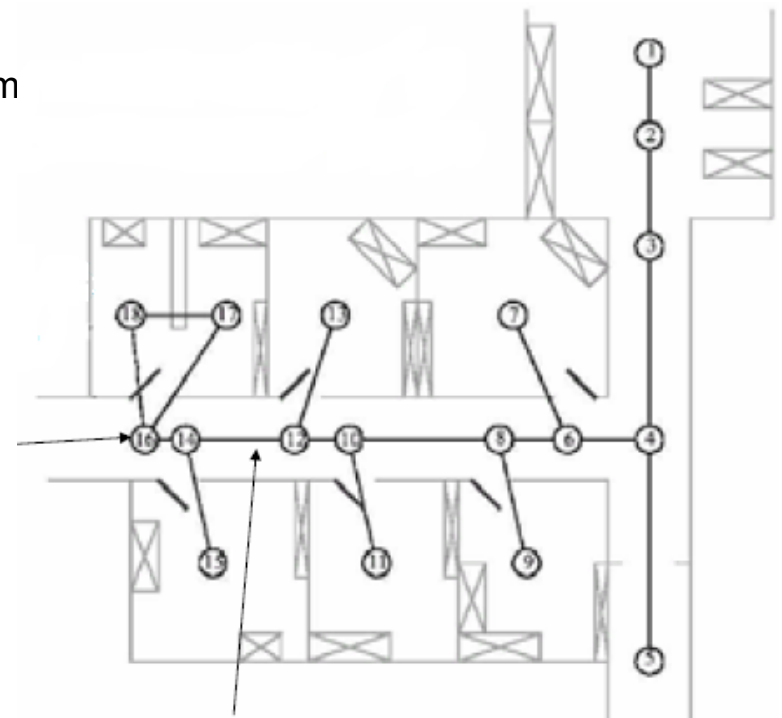
Wykorzystuje charakterystyczne obiekty z otoczenia (znaczniki / landmarks)

Opiera się na utworzeniu grafu przejścia między znacznikami, które w grafie umieszczane są jako węzły

- Węzły nie mają określonego rozmiaru ani nie opisują wolnej przestrzeni
- Węzły muszą być rozpoznawane przez robota

Aby robot mógł korzystać z mapy musi

- zlokalizować siebie w jednym z węzłów
- być w stanie przemieszczać się między węzłami



Planowanie trasy

Planowanie trasy

1. Transformacja pierwotnego, geometrycznego opisu otoczenia (mapy), na inną abstrakcyjną formę reprezentacji wiedzy, bardziej dogodną dla przyjętej koncepcji poszukiwania ścieżki.
2. Znalezienie oddziaływań przenoszących układ ze od stanu początkowego do zadanego stanu końcowego. Poszukiwanie krzywej geometrycznej przejścia (ścieżki) pomiędzy początkową i zadaną końcową pozycją robota tak, aby nie występowały kolizje z przeszkodami napotkanymi na jego drodze oraz planowany ruch mieścił się w zakresie możliwości dynamicznych robota.

Podział metod planowania trasy ze względu na dostępność informacji o otoczeniu robota:

- metody globalne
- metody lokalne

Podział metod planowania trasy ze względu na sposób reprezentacji wiedzy o otoczeniu:

- metody mapy dróg
- metody dekompozycji komórkowej
- metody rastrowe
- metody pól potencjałów
- metody wektorowe

Metody panowania trasy

Podział ze względu na dostępność informacji o otoczeniu:

a) Metody globalne

- cała ścieżka obliczana jest iteracyjnie.
- działanie opiera się o minimalizację jakiejś funkcji błędu.
- z góry zakład się znajomość
 - całego otoczenia,
 - rozkładu wszystkich przeszkód
 - pozycji robota
- robot i jego otoczenie są pojmowane w wyidealizowany sposób.

🕒 Zaleta: otrzymujemy potencjalnie optymalną ścieżkę

🕒 Wady:

- bardzo złożone obliczeniowo
- mała odporność na zmiany początkowe (np. pojawienie się ruchomych przeszkód);
- ze względu na złożoność obliczeniową nazywane metodami „offline” (tzw. Wstępnego planowania ruchu), gdyż cała ścieżka jest najpierw planowana a następnie dopiero przesyłana do wykonania przez układ sterowania robota

b) Metody lokalne

Metody panowania trasy

Podział ze względu na dostępność informacji o otoczeniu:

a) Metody globalne

b) Metody lokalne

- ich założeniem jest posiadanie informacji o najbliższym otoczeniu robota
- metody typu „online”, czyli planowanie zachodzi w czasie rzeczywistym, a ścieżka tworzona jest przyrostowo.

🕒 Zalety:

- duża szybkość działania metod;
- bardzo duża odporność na zmiany zachodzące w środowisku
- zapewniają głównie bezkolizyjność i ewentualną optymalizację lokalnej jakości ruchu

🕒 Wady:

- tworzona ścieżka globalna zazwyczaj jest mało optymalna,
- może zdarzyć się, że nie zostanie odnaleziona pomimo swojego istnienia.

Metody planowania trasy – mapy dróg

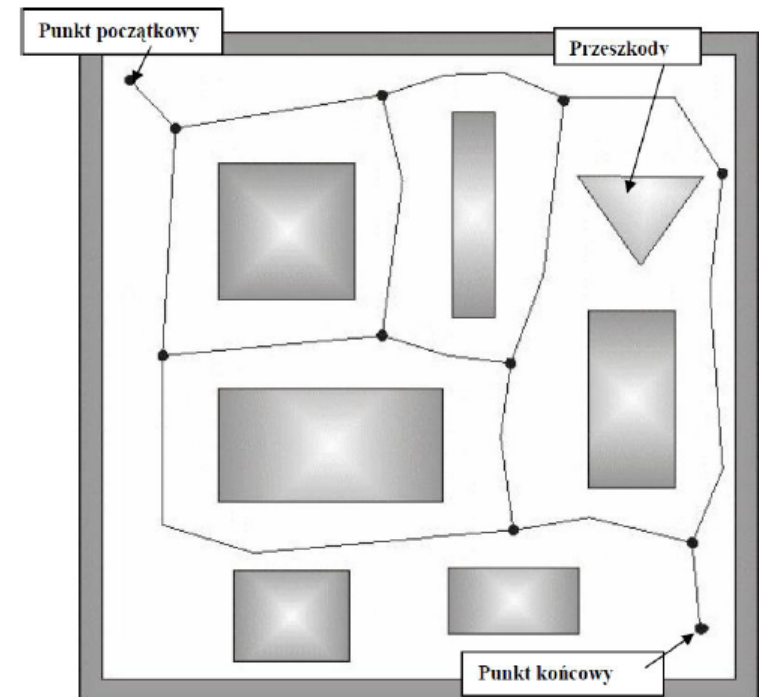
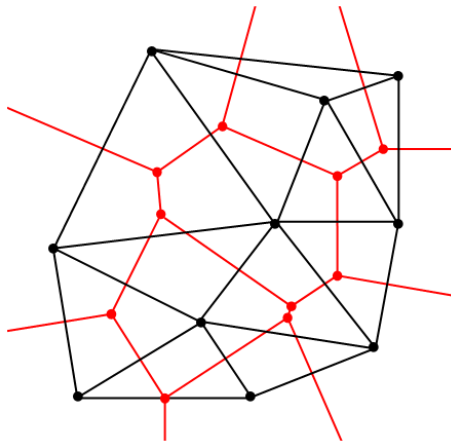
Polega na uchwyceniu i odwzorowaniu spójności przestrzeni za pomocą sieci 1-wymiarowych krzywych, zwanej mapą dróg R . Planowanie ścieżki sprowadza się do połączenia konfiguracji początkowej (init) i końcowej (goal) z R i poszukiwaniu ścieżki w R .

Do tej grupy należą:

- metoda diagramu Voronoi'a
- metoda grafu widoczności
- metoda elastycznej wstęgi

Metoda diagramu Voronoi'a

- metoda globalna, pozwalająca robotowi poruszać się z dala od przeszkód
- polega na wyznaczeniu dróg tak, aby znajdowały się dokładnie pośrodku wolnej przestrzeni
- w przypadku dwóch równoległych ścian trasa zostanie poprowadzona w połowie odległości pomiędzy nimi
- wykorzystywana jest dla środowisk o niezbyt dużej liczbie przeszkód
- środowisko robota musi być ograniczone (zamknięte)
- przeszkody powinny być wypukłe. W innym wypadku wpisuje się je w figury wypukłe
- jeśli przeszkody są bardzo małe i nieznacznie od siebie oddalone, dokonuje się ich agregacji
- liczba wierzchołków w grafie jest funkcją liczby przeszkód, rośnie szybciej niż liniowo
- może prowadzić do torów przesadnie bezpiecznych



Metoda grafu widoczności

Polega na utworzeniu grafu łączącego wierzchołki ze sobą w ten sposób, aby linie łączące nie przecięły krawędzi przeszkód. (ale mogą się z nimi pokrywać).

Rysowane są linie od punktu startowego i końcowego, do wszystkich widocznych wierzchołków z tych miejsc.

W kolejnych krokach rekurencyjnie rysuje się linie z nowych wierzchołków, do kolejnych widocznych z nich wierzchołków.

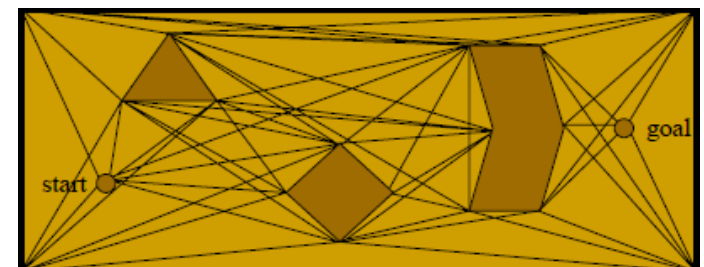
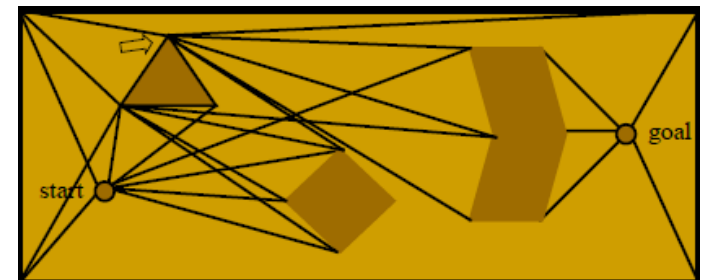
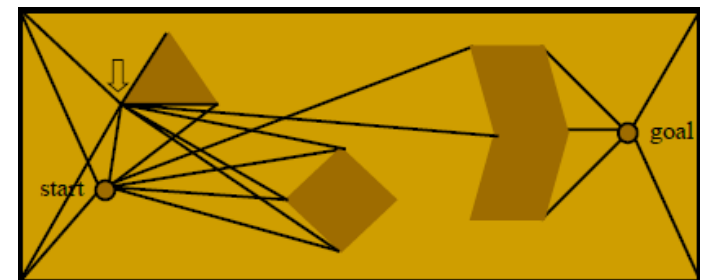
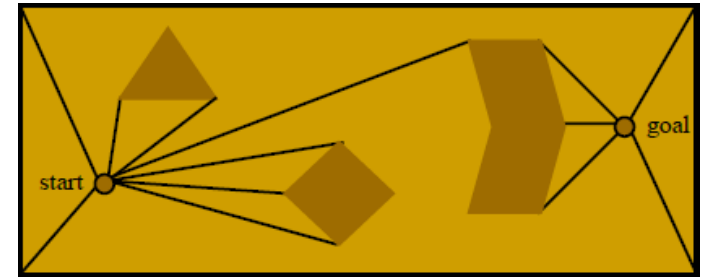
Linie w grafie opisane są odległością pomiędzy wierzchołkami.

Po utworzeniu grafu wyznacza się najkrótszą trasę od punktu początkowego do punktu końcowego.

Jest metodą globalną, której zaletą jest możliwość uzyskania najkrótszej możliwej trasy.

Wymaga znajomości przestrzeni oraz :

- przeszkody muszą być wielokątami,
- rasa może prowadzić po ścianach przeszkód.



Metoda elastycznej wstęgi

Wymaga znajomości gotowej trasy

Trasę odpowiednio się modyfikuje tak, aby przyjęła ona jak najmniejszą długość, przy zachowaniu bezpiecznej odległości od przeszkód.

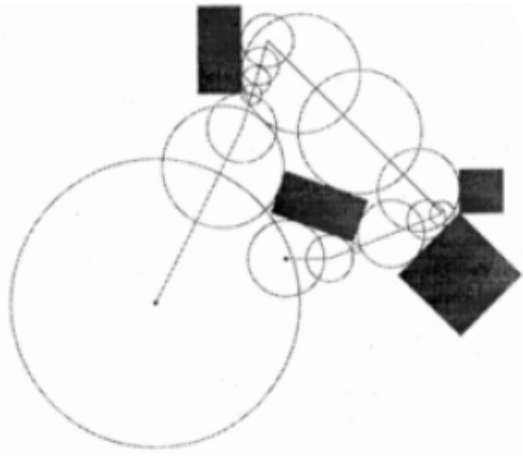
W tym celu :

- na całej trasie ustawia się okręgi, które:
 - muszą się przecinać
 - ich promień to odległość od środka do najbliższej przeszkody
 - każdemu okręgowi przypisuje się pewną siłę sprężystości, która stara się „wygładzić” łamaną pomiędzy środkiem danego okręgu i środkami okręgów sąsiadującymi.
 - następnie zaczyna się rozciągać lub skracać trasę tak długo, aż uzyskamy optymalną długość trasy.

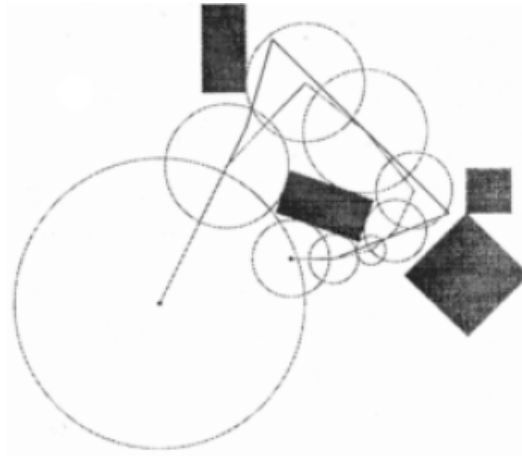
Metoda daje najlepsze rozwiązanie ze względu na długość trasy i bezpieczeństwo.

Przy źle poprowadzonej gotowej trasie zysk jest niewielki.

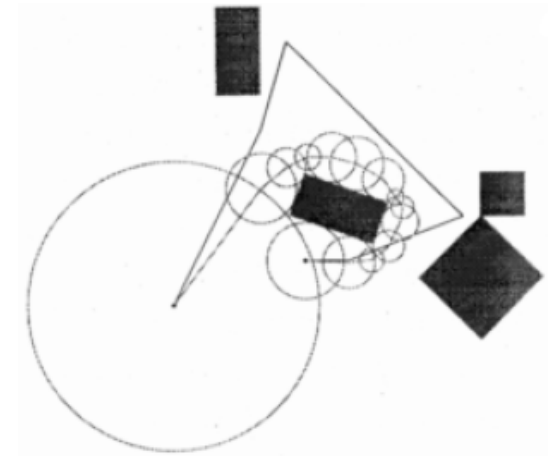
Tor inicjalizujący



Tor po 3 iteracjach



Tor po 28 iteracjach

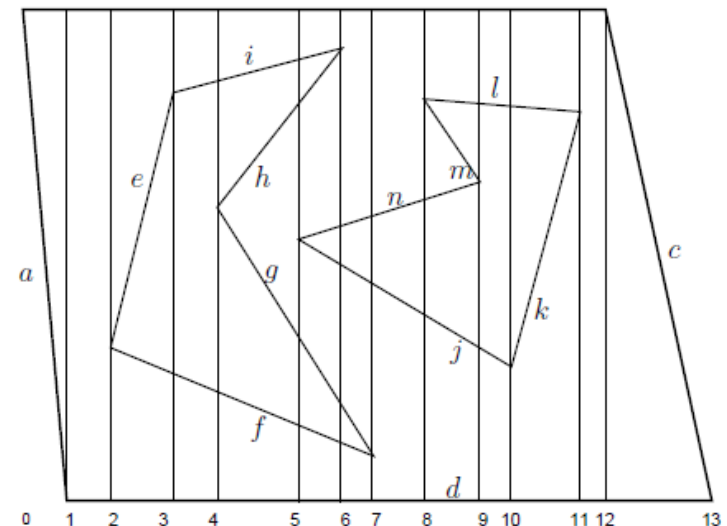
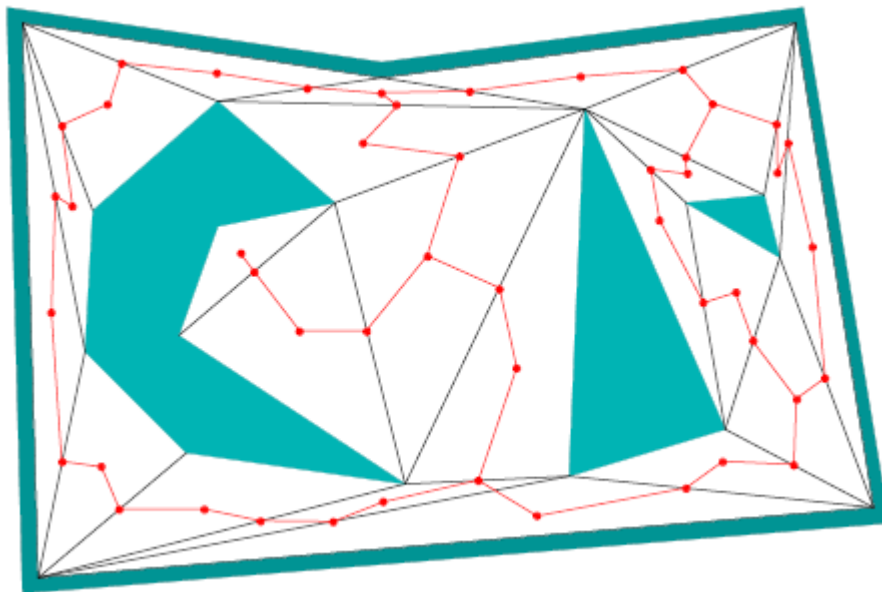
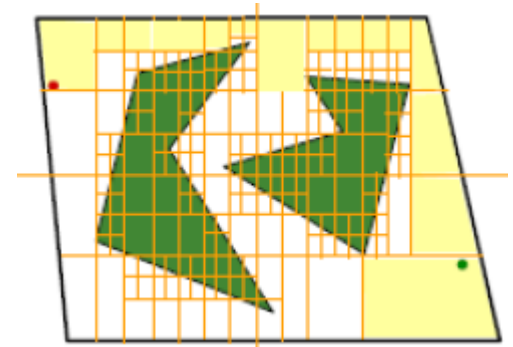


Metody planowania trasy – dekompozycja komórkowa

Polega na podziale przestrzeni swobodnej na regiony wypukłe, zwane komórkami, wewnątrz których ścieżka jest odcinkiem prostej. Sąsiedztwo komórek opisuje graf spójności, w którym wierzchołki połączone krawędzią reprezentują sąsiednie komórki.

Do tej grupy należą:

- dekompozycja rekursywna
- metoda maksymalnych obszarów wypukłych
- dekompozycja trapezowa



Metody planowania trasy – metoda rastrowa

Stosuje podział całej przestrzeni na komórki równomiernej siatki

Poprzez odpowiednie kodowanie komórek wyznaczany jest sposób poruszania się robota w każdym punkcie przestrzeni.

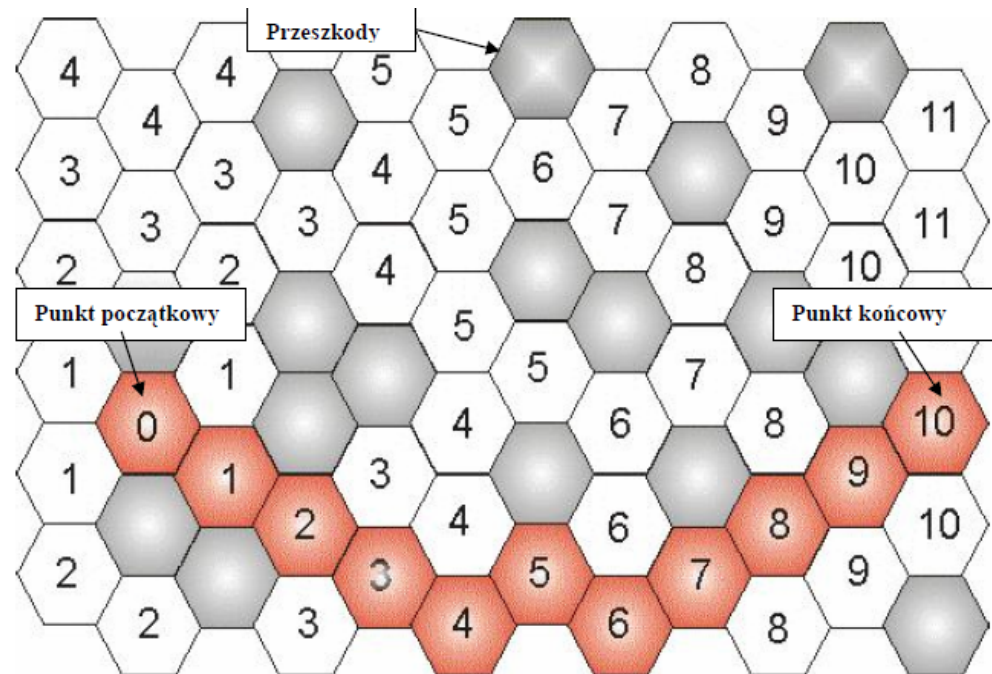
Komórki mają z góry ustalony kształt, a suma komórek reprezentujących przestrzeń podzbiorem tej przestrzeni.

Struktura mapy rastrowej

- nie zależy od konfiguracji przeszkód i natury otoczenia
- jest mało wrażliwa na niepewność informacji o otoczeniu podczas transformacji pierwotnego opisu otoczenia na postać siatki

Do tej grupy należą:

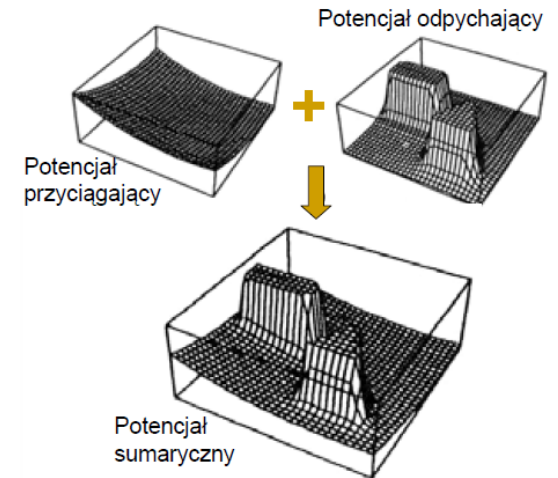
- metoda transformaty odległości
- metoda transformaty drogi
- metoda propagacji fali



Metoda pól potencjałów

Metoda lokalna, całkowicie niewrażliwa na kształt przeszkód;

- układ robot - przeszkoda modelowany jako wzajemnie oddziałujące na siebie ładunki elektryczne
- kierunek ruchu robota jest wypadkową działających na niego sił
- siły pochodzące od przeszkód odpychają robota
- siły pochodzące od punktu docelowego przyciągają go
- w zadanym kroku, ruch w kierunku wyznaczonym przez siłę wypadkową, przemieszcza robota o stałą, niewielką i ustaloną odległość.
- odpowiednio małe przemieszczenie chwilowe gwarantuje, że robot nie zderzy się z przeszkodą.



Mankamenty metody:

1. Problem minimum lokalnego - wektor sił ma wartość równa zero. Niemożliwość wyznaczenia wypadkowego kierunku ruchu robota w następnym kroku.

Sposoby rozwiązania problemu:

- dobór funkcji opisującej oddziaływanie odpychające pozbawionej minimów lokalnych. (dla większej ilości bardziej skomplikowanych przeszkód, staje się to niemożliwe)
- specjalny scenariusz postępowania w sytuacji gdy robot utknie w minimum lokalnym. (np. poruszać się wzdłuż przeszkody, aż do momentu gdy przeszkoda zostanie ominięta)
- przed planowaniem toru ruchu robota, każdej z przeszkód przypisanie tzw. *spin'u*, czyli kierunku ruchu robota gdy ten znajdzie się w pobliżu przeszkody.
- chwilowe wyłączenie siły przyciągania pochodzącą od punktu docelowego.
- techniki błędzenia losowego.

2. Nadmierna złożoność obliczeniowa.

Sposoby rozwiązania problemu:

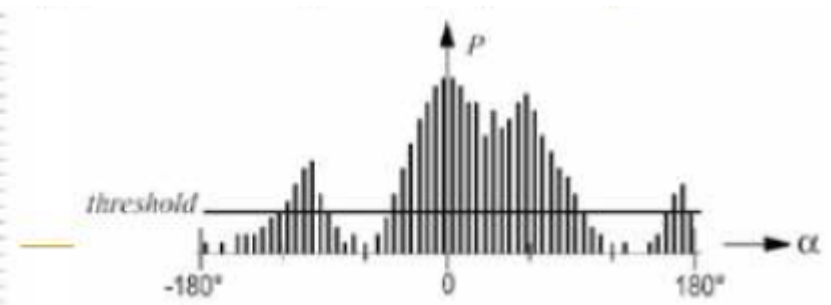
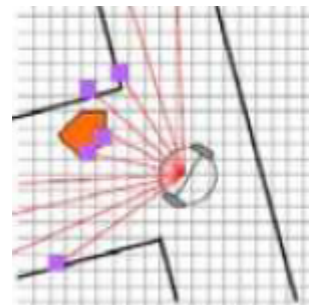
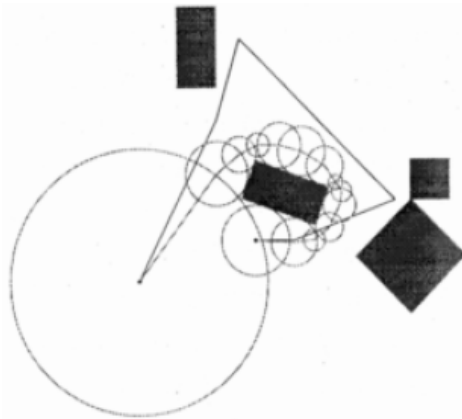
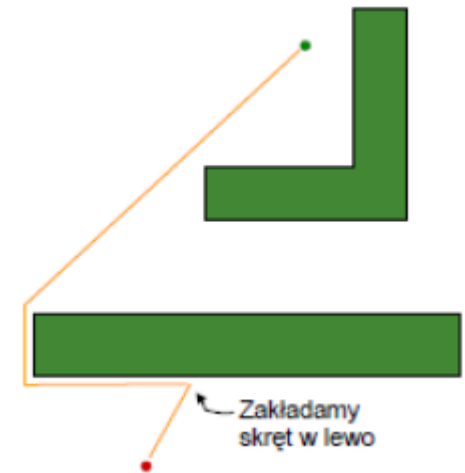
- przeszkody modelowane jako układ ładunków punktowych rozmieszczonych na brzegach. Mała liczba tych punktów
- agregacja grup małych przeszkód położonych blisko siebie
- nie uwzględnianie wpływu przeszkód położonych poza przyjętym zakresem
- pomijanie (lub ograniczanie) wpływu przeszkód ominiętych.

Metody planowania trasy – metody lokalne

Wykorzystuje się do planowania ścieżki na podstawie ograniczonej wiedzy (lokalnej), np. zdobywanej w czasie rzeczywistym z sensorów.

Do tej grupy należą:

- Bug Algorithms
- Vector Field Histogram
- Metoda elastycznej wstęgi



Lokalne metody planowania trasy – bug algorithm

Inspirowany zachowaniami owadów.

Robot wykorzystuje:

- aktualne (chwilowe) odczyty z czujników
- przybliżone dane o kierunku celu

Problem polega na ustaleniu lokalnej percepcji ruchu.

Algorytmy tego typu mogą implementować różne zachowania robota:

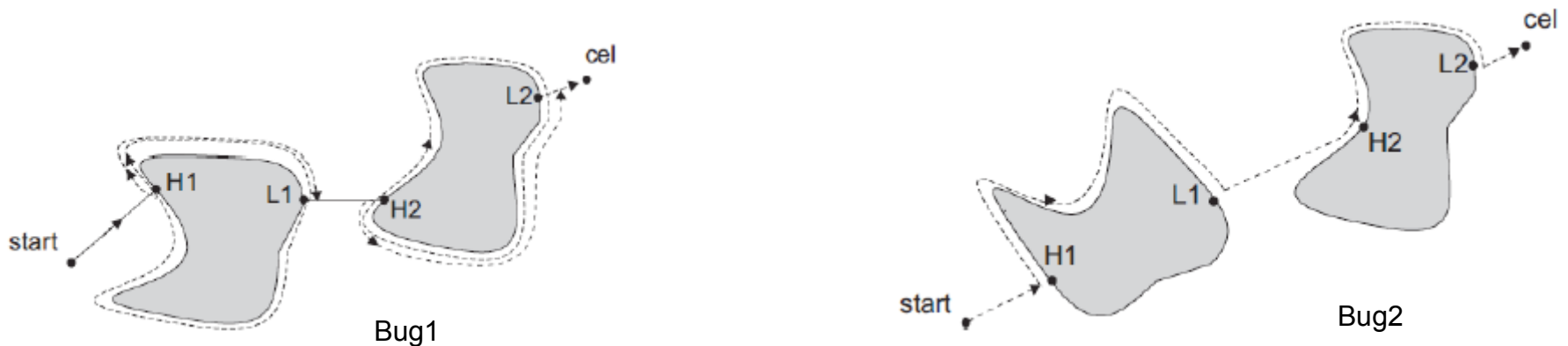
Bug1)

- robot całkowicie okrąży każdą napotkaną przeszkodę
- oddala się od niej w punkcie, który jest najbliższy celu na torze otaczającym przeszkodę.
- podejście jest bardzo nieefektywne w sensie czasu i długości ścieżki, ale gwarantuje dotarcie do celu.

Bug2)

- robot otacza przeszkodę z lewej bądź prawej strony
- oddala się od przeszkody w punkcie przecięcia prostej łączącej punkt startowy i docelowy
- może poruszać się po linii prostej w kierunku celu.

Efektywniejsza wersja w stosunku do A, lecz zazwyczaj nadal jest to ścieżka nieoptymalna

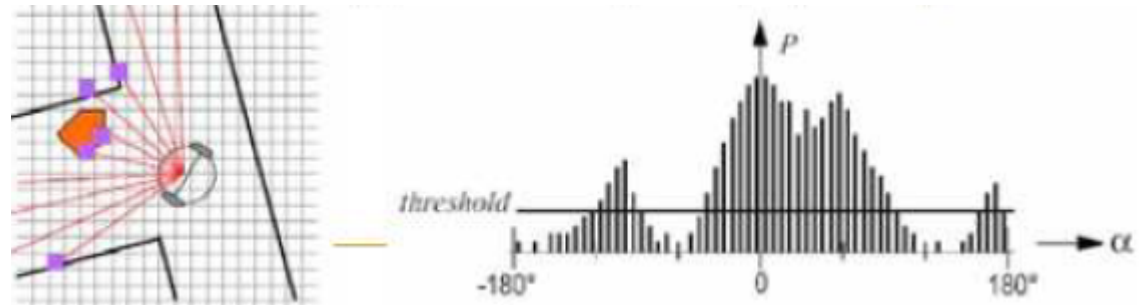


Lokalne planowanie trasy – Vector field histogram

Vector Field Histogram -

- Otoczenie robota zapisywane jest w formie siatki.
- Wartość przypisana każdej komórce to prawdopodobieństwo wystąpienia w niej przeszkody.
- Siatka redukowana jest do postaci histogramu, gdzie zmienna niezależna określa kierunek ruchu.
- W ten sposób można znaleźć wszystkie dostępne ścieżki.
- Wybierana jest ta której funkcja kosztu G jest najniższa:

$$G = a * \text{kąt_cel} + b * \text{orientacja_kół} + c * \text{poprzedni_kierunek}$$



Algorytmy dla robotów poruszających się po labiryncie

Dotyczą autonomicznych robotów pokonujących labirynty w zawodach „MicroMouse”.

Polegają na odnajdywaniu najszybszej drogi wyjścia z labiryntu.

Labirynt można traktować jako graf, w którym każdy kwadrat jednostkowy stanowi wierzchołek, a każde przejście pomiędzy dwoma sąsiednimi kwadratami – krawędź.

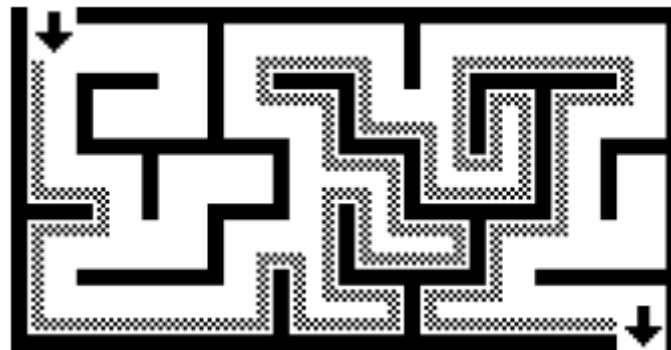
Do wyszukiwania najkrótszej ścieżki pomiędzy dwoma wierzchołkami grafu można wykorzystać algorytmy: Dijkstry, Bellmana – Forda, Minty’ego, Dantzig’a, Floyda-Warshalla, Demoucrona, Bellmana-Kalaby.

Przy rozwiązaniu problemu odnajdywania ścieżki w labiryncie najczęściej stosuje się wariacje niektórych z nich lub jeszcze inne mniej złożone obliczeniowe takie jak:

- Wall follower
- Brute force
- Metoda propagacji fali
- Przyspieszona metoda propagacji fali

Labirynt – Wall Follower

- Jeden z najbardziej znanych algorytmów do przemieszczania się po labiryncie.
- Zwany także zasadą lewej lub prawej ręki.
- Sprawdza się tylko w przypadku prostych algorytmów, w których wszystkie ściany są połączone ze sobą lub z zewnętrzną granicą labiryntu.
- Metoda polega na poruszaniu się do przodu „trzymając się jedną z rąk” ściany.
- Zapewnia to dotarcie do następnego wyjścia o ile takie istnieje, lub dotarcie do miejsca startu
- Pomimo skuteczności nie jest to jednak najczęściej wykorzystywany algorytm, ze względu na długi czas przejazdu robota



Labirynt – Brute Force

Kolejny prosty i niezbyt wymagający algorytm :

- robot jedzie przed siebie
- gdy dojedzie do rozdroża losowo wybiera jedną z możliwości i jedzie dalej
- gdy trafi na ślepą uliczkę wraca do ostatniego rozdroża i wybiera inną drogę (taką której jeszcze nie odwiedził)
- kroki powtarzane są do chwili osiągnięcia celu

Stosując ten algorytm robot na pewno znajdzie rozwiązanie problemu (o ile nie będzie limitu czasowego).

Znaleziona droga raczej nie będzie drogą optymalną (najkrótszą).

Należy zapamiętywać pewne informacje o labiryncie, np. w które części labiryntu robot już odwiedził by nie dopuścić do zapętlenia się robota i błędzenia w nieskończoność.

Labirynt – Metoda propagacji fali

- modyfikacja algorytmu Bellmana – Forda - opiera się na założeniu iż ścieżkę możemy znaleźć analizując ruch wody wlewanej do labiryntu.

- główne założenie - posiadanie przez robota aktualnej mapy labiryntu.

Znane są dwie metody implementacji tej metody.

A) woda porusza się od wejścia w głąb labiryntu.

- miejsce wejścia oznaczamy wartością 0.
- każdy kolejny element dostępny z tego punktu oznaczamy wartością 1.
- następnie wszystkie elementy dostępne z miejsc posiadających wartość największą oznaczamy przez wartość o jeden większą.
- krok ten powtarzamy, aż oznaczymy element docelowy.

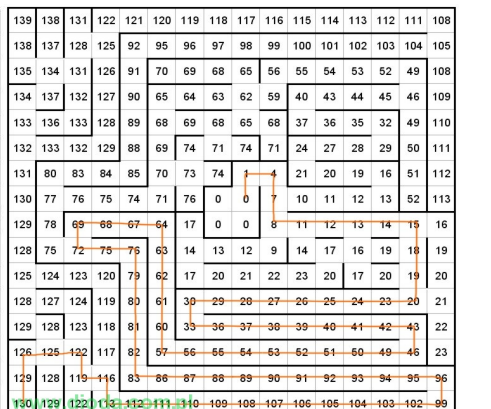
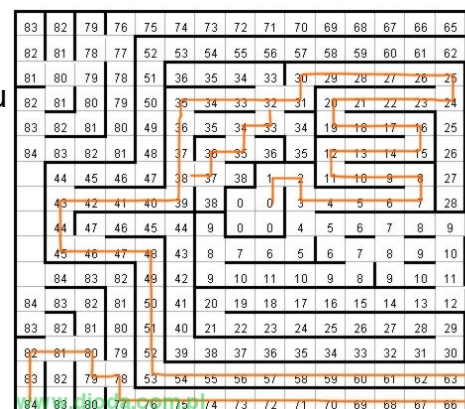
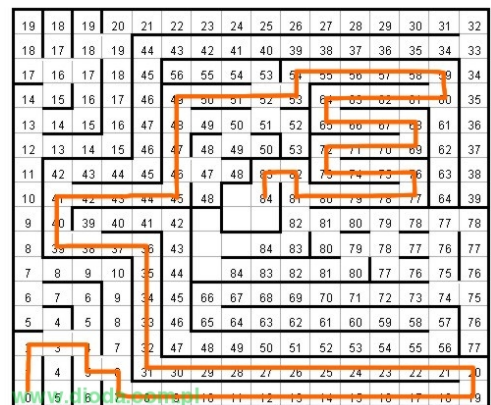
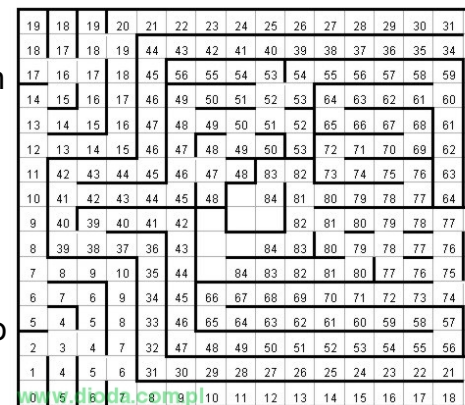
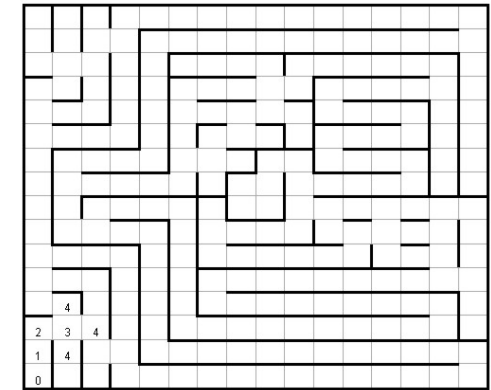
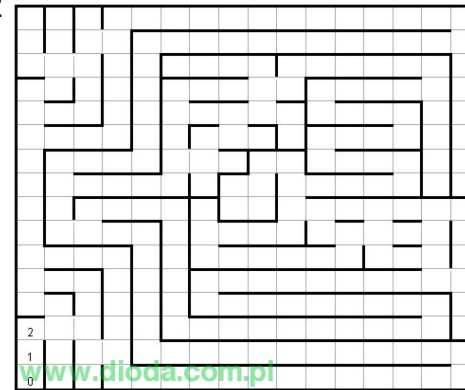
B) rozpoczynamy od miejsca docelowego i poruszamy się do początku labiryntu.

- wartością 0 oznaczamy punkt, z którego startujemy (koniec)
- każdy kolejny z dostępnych segmentów oznaczamy wartością o jeden większą.
- kończymy oznaczanie w momencie dotarcia do punktu będącego uznawanym za początek całego labiryntu.

Zdarza się, że robot odczytuje kilka dróg, z punktu widzenia algorytmu równoważnych. (identyczna odległość)

Rozwiązanie – np. uwzględnić zdolności ruchowe robota - priorytet opcji, która nie wymaga skrętu, co zwiększa szybkość jego przejazdu.

Przyspieszona metoda propagacji fali – wartości kolejnych pól to ilość czasu potrzebna na dotarcie do nich (uwzględnia różnice czasu w skrętach i jeździe po prostej)



Algorytmy mrówkowe

- probabilistyczna technika poszukiwania optymalnego rozwiązania w grafach
- rozwiązanie z początków lat 90 poprzedniego stulecia
- zaproponowane przez Marco Dorigo
- inspirowany przez zachowanie mrówek poszukujących pożywienia dla swojej kolonii
- oparty o „Swarm intelligence” - inteligencję roju – przypadkowe błądzenie pojedynczej mrówki zamienia się w skuteczne poszukiwanie optymalnej drogi
- zastosowanie w rozwiązaniach optymalizacji dyskretnej (m.in) :
 - Problem komiwojażera
 - Tworzenie sieci telekomunikacyjnych
 - Zagadnienia przydziału, szeregowania zadań
 - Sterowanie grupą współpracujących robotów



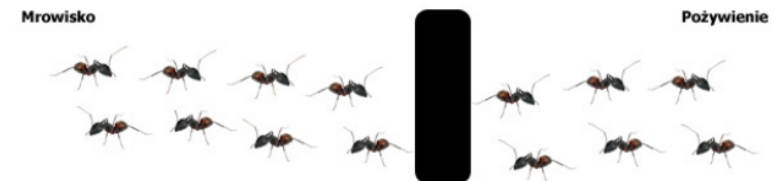
Algorytmy mrówkowe - podstawy biologiczne

Sposób odnajdywania najkrótszej drogi między mrowiskiem a pożywieniem

- mrówki są ślepe
- poruszająca mrówka pozostawia za sobą ślad (feromon) który z biegiem czasu wyparowuje
- poruszające się do pożywienia mrówki pozostawiają tzw. „szlak feromonowy”
- w celu poszukiwania pożywienia inne mrówki wybierają szlak o największej intensywności
- przy pojawieniu się przeszkody mrówki poszukują innej drogi
- trasa krótsza szybciej uzyska większą ilość feromonów, wystąpi dodatnie sprzężenie zwrotne – autokatalizacja – trasa zostanie utrwalona

Komunikacja na zasadzie „Stygmergii”:

- komunikacja niebezpośrednia, nie posiada symboli
- lokalna, tylko osobniki w sąsiedztwie mogą odczytać informacje



Optymalizacja kolonii mrówek

Ant Colony Optimization (ACO) – próba utworzenia algorytmów wzorujących się na koloniach mrówek

Skończonej wielkości kolonia sztucznych mrówek poszukuje rozwiązań danego problemu.

Mrówki działają jednocześnie i niezależnie, nie komunikując się bezpośrednio, a jedynie na zasadzie stygmergii.

Każda mrówka znajduje rozwiązanie lub jego fragment zaczynając od stanu początkowego.

Każda mrówka zbiera informacje o charakterystyce problemu i swoich dotychczasowych osiągnięciach.

Mrówka szukając rozwiązania wybiera następny krok w oparciu o stochastyczną politykę przejść:

- prywatne informacje mrówki (stan/historia lub pamięć)
- szlak feromonowy
- informacje lokalne zależne od problemu

Decyzja kiedy i ile mrówka powinna wypuścić feromonu zależy od problemu i projektu jego rozwiązania.

Mrówki mogą zostawiać feromon podczas szukania rozwiązania lub po jego znalezieniu, wracając po uprzednio znalezionej trasie.

Stochastyczność procesu wyboru trasy oraz mechanizm parowania feromonu zapobiega gwałtownemu dryfowaniu wszystkich mrówek w najbardziej obiecującym kierunku.

W momencie gdy mrówka kończy swoje zadanie (znajduje rozwiązanie) i zostawia informację feromonową jest usuwana z systemu.

Algorytm Ant System (AS)

Pierwsza wersja z 1991 roku skuteczna jedynie dla problemów małej skali

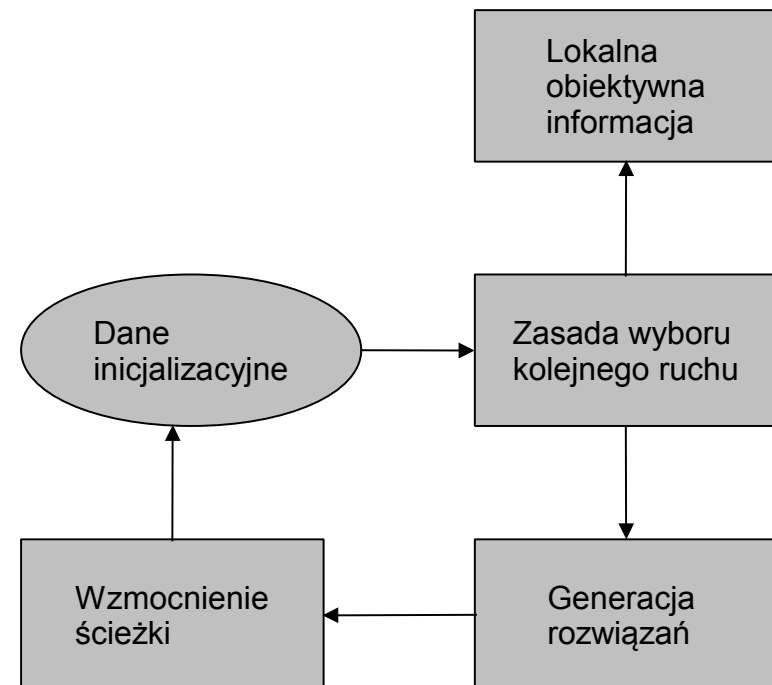
Zmiany optymalizacyjne:

- wyspecjalizowane techniki szukania lokalnego
- pozostawianie feromonu także podczas budowania rozwiązania

Rodzaje algorytmu ze względu na sposób uaktualniania szlaku feromonowego:

- *gęstościowy (ant-density)* - mrówki zostawiają stałą ilość feromonu podczas budowania drogi,
- *ilościowy (ant-quantity)* - mrówki zostawiają ilość feromonu odwrotnie proporcjonalną do długości wybranej krawędzi podczas budowania drogi,
- *cykliczny (ant-cycle)* - mrówki zostawiają feromon dopiero w momencie, gdy zbudują całą drogę.

```
procedure ACO_heuristic()
  initialize_pheromone_table
  while(termination_criterion_not_satisfied)
    foreach ant k do
      initialize_ant();
      M ← update_ant_memory();
      Ω ← a set of problem's constraints
      while(current_state ≠ target_state)
        A = read_local_ant_routing_table();
        P = compute_transition_probabilities(A,M, Ω)
        next_state = apply_ant_decision_policy(P, Ω)
        move_to_next_state(next_state)
        if(online_step_by_step_pheromone_update)
          then
            deposit_pheromone_on_the_visited_arc();
            update_ant_routing_table();
            M ← update_int_ernal_state();
        if(online_delayed_pheromone_update)
          then foreach visited_arc do
            deposit_pheromone_on_the_visited_arc();
            update_ant_routing_table();
      die();
      update_thepheromone_table();
end procedure
```



Schemat blokowy działania algorytmu

end procedure

Bibliografia

Garbacz M., „Planowanie ścieżki dla robota mobilnego na podstawie czujników odległościowych” AUTOMATYKA 2006, Tom 10, Zeszyt 3

http://artelis.pl/art-3738,22,122,Aktualnosci,Roboty_mobilne.html

<http://robotyka.wpk.p.lodz.pl/pomoce/RM8.pdf>

Marcin Krawiec, Metody wyznaczanie położenie robota mobilnego, Wrocław 2005

J.-C.Latombe, Robot motion planning, Kluwer Academic Publishers 1993.

A.Wończowski, E.Roszkowska, Virtual navigation of Mobile Robots in CIM Systems, Proc. of the Int. Conf. on CIM, Zakopane 1999.

Grzegorz Granosik – „Roboty mobilne VII”

Michalik, Olech. „Algorytmy wyboru trasy” ImiIP, 2010

<http://www.dioda.com.pl/forum/topics20/micromouse-metody-przeszukiwania-labiryntu-vt2246.htm>

Sadkiewicz, Wojnarowski – Algorytmy Mrówkowe i optymalne planowanie – IMiIP, 2008

Lewandowski K., Jedynek M. - Simulated Annealing – 30 lat później