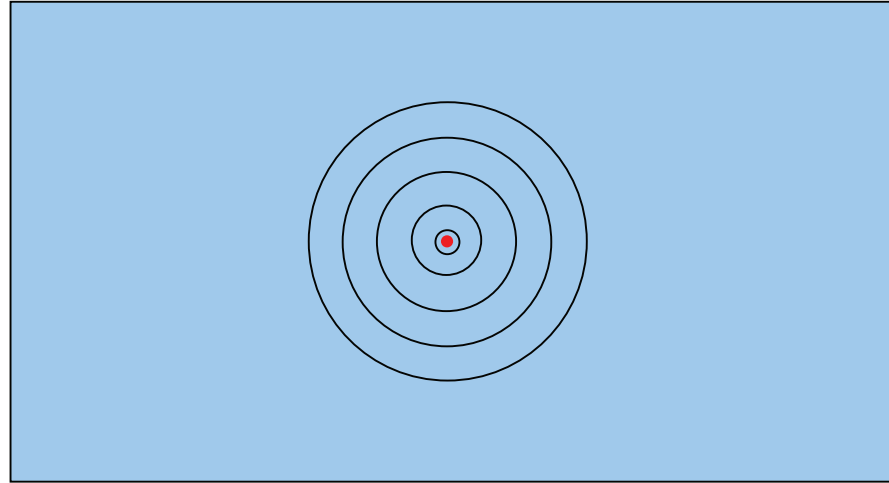


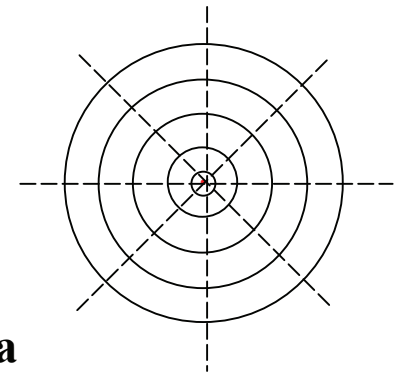
Ruch falowy



Fala – zaburzenie wywołane w jednym punkcie ośrodka, które rozchodzi się w każdym dopuszczalnym kierunku.

Definicje:

- **promień fali – kierunek rozchodzenia się fali**
- **powierzchnia falowa – powierzchnia, na której cząstki zaburzonego ośrodka są w tym samym stanie**
- **czoło fali – miejsce geometryczne punktów, do których właśnie dotarła fala**



Jeżeli pierwotne zaburzenie jest drganiem harmonicznym \Rightarrow fala harmoniczna.

Podział fal:

- **poprzeczne** – drgania prostopadłe do promienia fali (w ośrodkach wykazujących sztywność)



- **podłużne** – drgania równoległe do promienia fali (możliwe w każdym ośrodku)



Inny podział fal:

- **płaskie** – powierzchnie falowe są płaszczyznami
- **kuliste** – powierzchnie falowe są sferami (powierzchniami kul)

Znane pojęcia z ruchu harmonicznego przenoszą się na fale harmoniczne:

- **A** – amplituda
- **ω** - częstość kołowa
- **f** – częstość (ilość drgań na sekundę)
- **T** – okres
- **δ** - faza początkowa
- **$\omega t + \delta$** - faza fali

Nowe pojęcia:

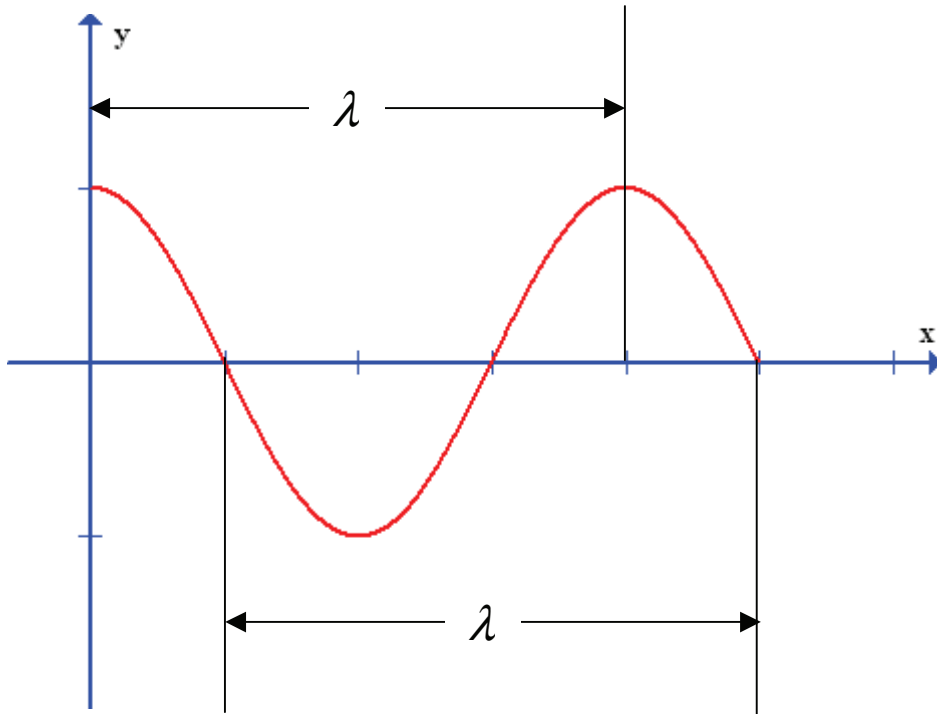
- **λ** – długość fali: najmniejsza odległość między dwoma punktami o tej samej fazie;
- **v** – prędkość fali: prędkość przemieszczania się powierzchni falowej;

Uwaga: tak zdefiniowana prędkość nosi nazwę prędkości fazowej, v_f , jest to prędkość przemieszczania się powierzchni stałej fazy.

Równanie fali płaskiej harmoniczej

Rozważmy zaburzenie harmoniczne $y = A \cos \omega t$ w punkcie $x = 0$.

Załóżmy możliwość rozchodzenia się zaburzenia tylko wzdłuż osi x .



Zaburzenie dociera do punktu x z opóźnieniem $\Delta t = \frac{x}{v}$, gdzie $v = \frac{\lambda}{T}$.

W punkcie x mamy: $y = A \cos \omega t'$, gdzie $t' = t - \Delta t$

$$y = A \cos \omega (t - \Delta t)$$

$$y = A \cos (\omega t - \omega \Delta t)$$

$$y = A \cos \left(\omega t - \omega \frac{x}{v} \right)$$

$$y = A \cos \left(\omega t - \frac{\omega}{v} x \right)$$

$$y = A \cos \left(\omega t - \frac{\omega T}{\lambda} x \right)$$

$$y = A \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

definicja: liczba falowa $k = \frac{2\pi}{\lambda}$;

pożyteczne wzory: $k = \frac{\omega}{v}$, $v = \frac{\omega}{k}$, $\omega = k v$

$y = A \cos (\omega t - k x)$ - **równanie fali płaskiej, biegnącej w kierunku dodatnim osi x**

$y = A \cos (\omega t + k x)$ - **równanie fali płaskiej, biegnącej w kierunku ujemnym osi x**

inna postać:

$$y = A \cos (\omega t - k x) = A \cos (k x - \omega t) = A \cos (k x - k v t) = A \cos k(x - v t)$$

ogólne równanie fali płaskiej

$$y(x, t) = f(x - v t) + g(x + v t), \quad \text{gdzie } f, g \text{ - dowolne funkcje}$$

Ruch falowy w przestrzeni 3-wymiarowej

wektor falowy:

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n}, \text{ gdzie } \vec{n} \text{ jest wektorem jednostkowym, normalnym do powierzchni falowej}$$

równanie fali kulistej

$$u(\vec{\mathbf{R}}, t) = A(\vec{\mathbf{R}}) \cos(\omega t - \vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{R}})$$

w szczególności, gdy fala rozchodzi się z punktu $\vec{\mathbf{0}}$

$$u(R, t) = \frac{A}{R} \cos(\omega t - kR).$$

Gdy źródło fali jest liniowe (nieskończenie długa struna lub szczelina)

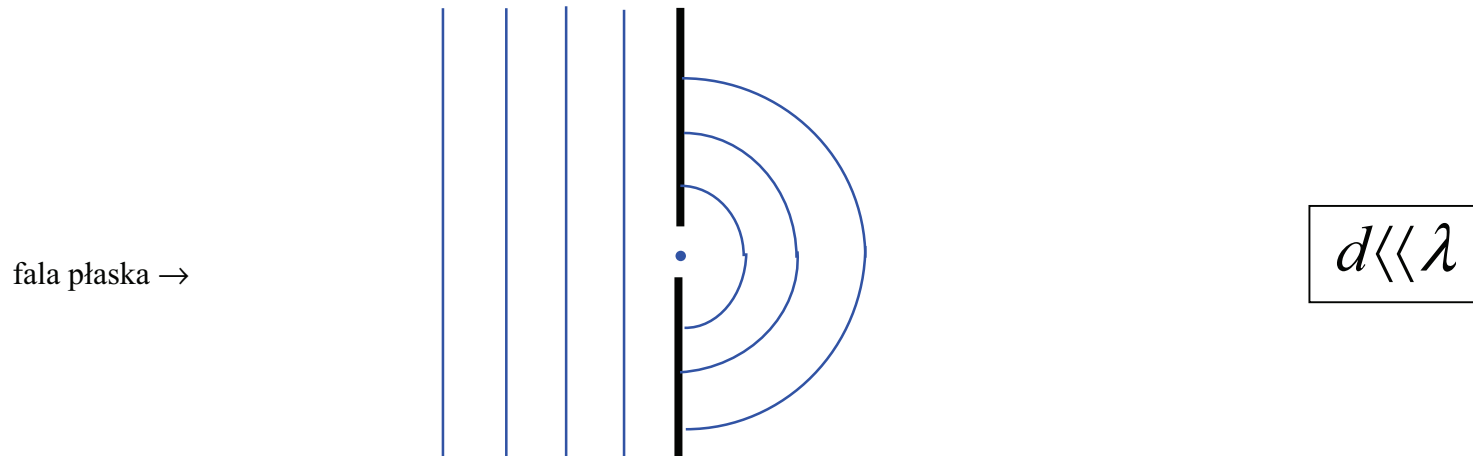
$$u(R, t) = \frac{A}{\sqrt{R}} \cos(\omega t - kR)$$

– jest to równanie fali cylindrycznej.

Zasady rządzące rozchodzeniem się fal

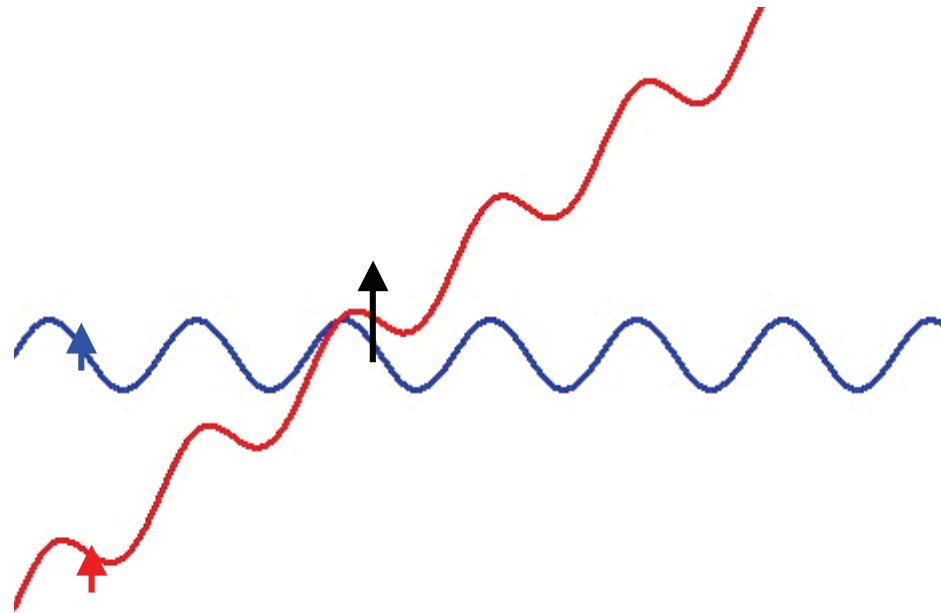
- **Zasada Huygensa**

obserwacja:



Każdy punkt ośrodka, do którego dotarła fala, staje się źródłem nowej fali kulistej.

- **Zasada superpozycji**

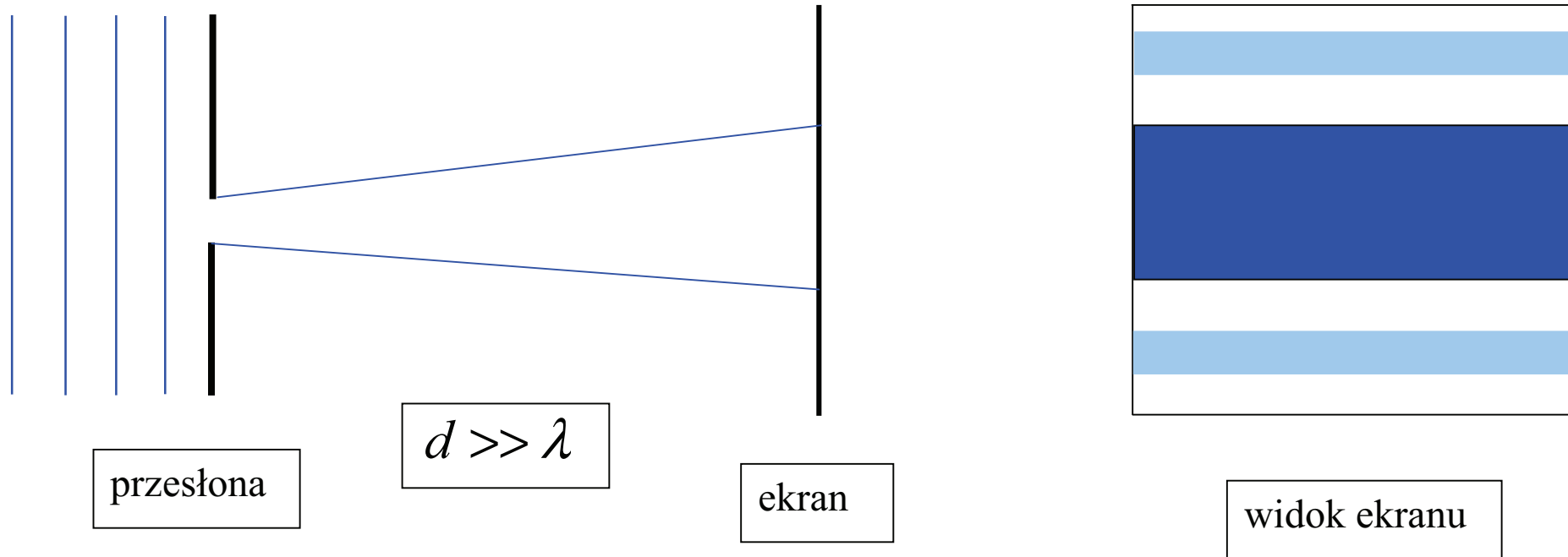


1. **Zaburzenia falowe rozchodzą się niezależnie (tzn. nie oddziałują na siebie wzajemnie).**
 2. **Wychylenie cząstki drgającej w danym punkcie i w danej chwili czasu jest sumą wektorową poszczególnych wychyleń.**
- (jest to tzw. przybliżenie liniowe, które może nie być spełnione, np. dla dużych energii fal)**

Stosując te zasady, można skonstruować kształt powierzchni falowej po przejściu przez różne otwory i przesłony. Można przewidzieć i opisać zjawiska dyfrakcji i interferencji.

Dyfrakcja

**obserwacja: obraz otworu jest zawsze większy od samego otworu;
wniosek: fala ugina się na przeszkodzie (dyfrakcja = ugięcie)**



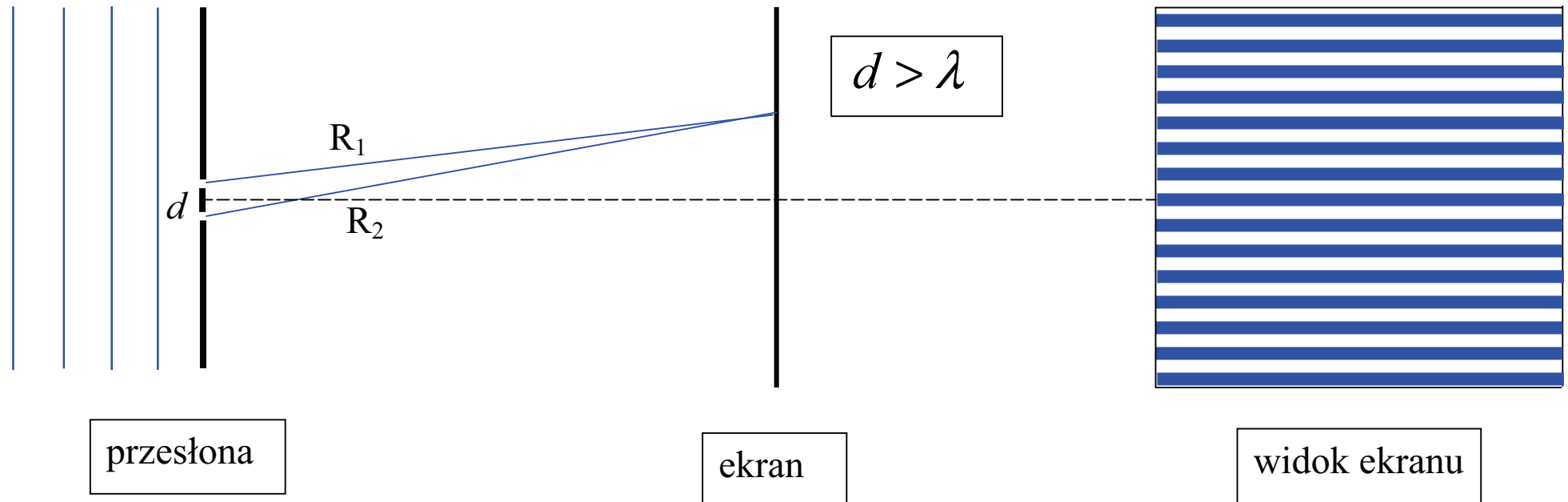
Matematyczna teoria dyfrakcji jest skomplikowana.

Obraz na ekranie zależy od stosunku d/λ oraz od odległości ekranu od przesłony.

Obraz powstaje wskutek interferencji bardzo wielu promieni.

Interferencja

obserwacja: obraz z dwóch otworów składa się z naprzemiennych maksimum i minimum;
wniosek: zachodzi superpozycja fal



R_1 i R_2 to są wybrane promienie (schodzące się w tym samym punkcie).

$$y = y_1 + y_2 = A \cos(\omega t - kR_1) + A \cos(\omega t - kR_2) = 2A \cos \frac{k(R_1 - R_2)}{2} \cos \left(\omega t - k \frac{R_1 + R_2}{2} \right)$$

Amplituda fali wypadkowej zależy od różnicy faz $\Delta\varphi = k(R_1 - R_2)$

Jeżeli $\Delta\varphi = 0$ lub $\pm 2n\pi$ to mamy maksimum amplitudy.

Jeżeli $\Delta\varphi = \pi$ lub $\pm (2n+1)\pi$ to mamy minimum amplitudy

Doświadczenie Younga (ok. 1800 r.)

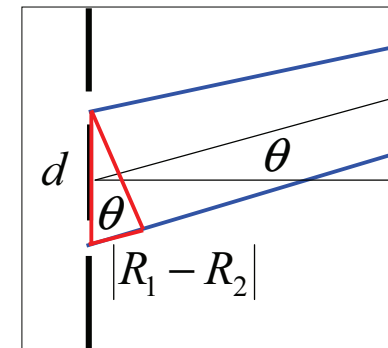
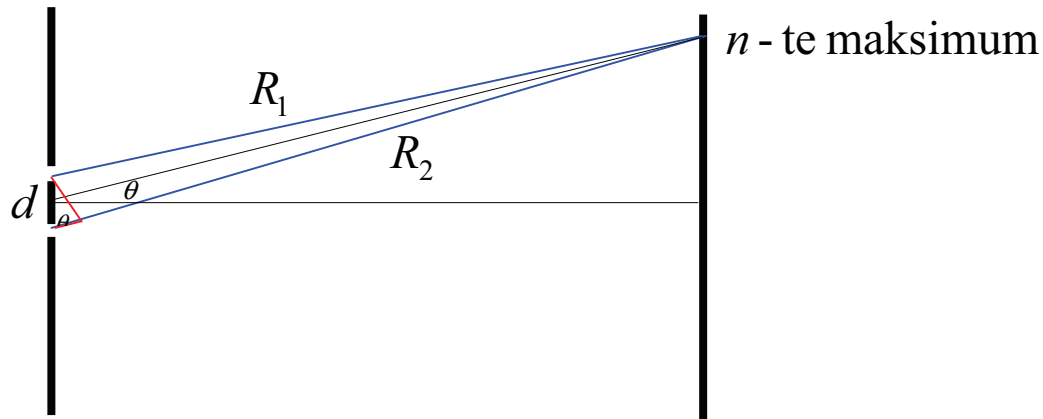
wyznaczenie długości fali świetlnej

Różnica faz jest równoważna odpowiedniej różnicy dróg:

$$\Delta\varphi = k(R_1 - R_2)$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(R_1 - R_2)$$

$$\frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{R_1 - R_2}{\lambda} \Rightarrow \text{maksimum amplitudy gdy } |R_1 - R_2| = n\lambda$$



$$|R_1 - R_2| = d \sin \theta$$

$$d \sin \theta = n\lambda$$

Dowód, że światło jest falą i jednocześnie metoda wyznaczenia długości fali: $0,38 \div 0,76 \mu\text{m}$.

Ważne: obraz jest stabilny, jeżeli światło jest spójne, tzn. ma tę samą częstość i stałą różnicę faz.

Fala stojąca

powstaje wskutek interferencji 2 fal płaskich o tych samych ω i A , biegnących wzdłuż tej samej prostej, ale w przeciwnych kierunkach

$$y_1 = A \cos(\omega t - kx)$$

$$y_2 = A \cos(\omega t + kx + \varphi)$$

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos\left(kx + \frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$$

Lokalnie jest to drganie harmoniczne

$$y = A_w \cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) \quad \text{z amplitudą } A_w = 2A \left| \cos\left(kx + \frac{\varphi}{2}\right) \right|$$

węzły: miejsca, gdzie $A_w = 0$

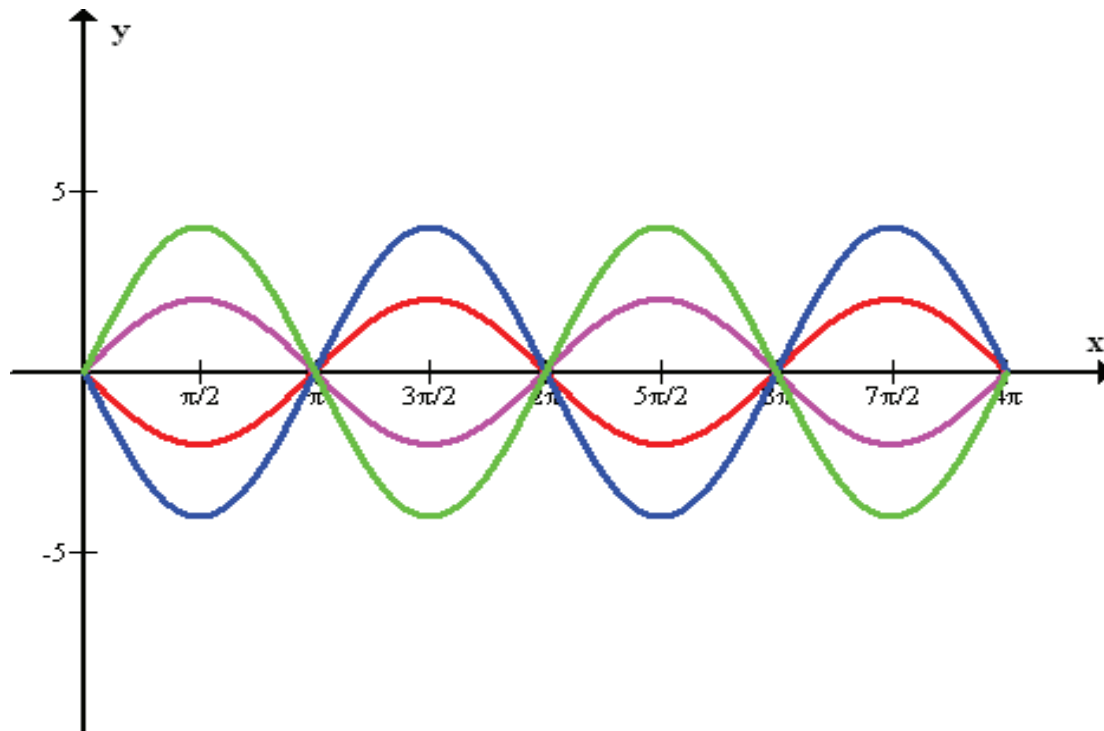
strzałki: miejsca, gdzie $A_w = 2A$

Fale stojące powstają m. in. w strunach. Prędkość fali w strunie o gęstości liniowej μ naprężonej siłą F

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

gdzie gęstość liniowa μ jest masą na jednostkę długości.

Przykładowy obraz fali stojącej ($k = 1$, $\varphi = \pi$):



Fala stojąca najczęściej powstaje wskutek interferencji fali padającej z falą odbitą.

Zmiany fazy przy odbiciu:

$\varphi = 0$ odbicie od końca swobodnego - w miejscu odbicia powstaje strzałka

$\varphi = \pi$ odbicie od końca nieswobodnego - w miejscu odbicia powstaje węzeł

Odległości między sąsiednimi strzałkami lub sąsiednimi węzłami: $\frac{1}{2} \lambda$

Odległość od strzałki do najbliższego węzła: $\frac{1}{4} \lambda$