

# Systemy Lindenmayera (L-systemy)

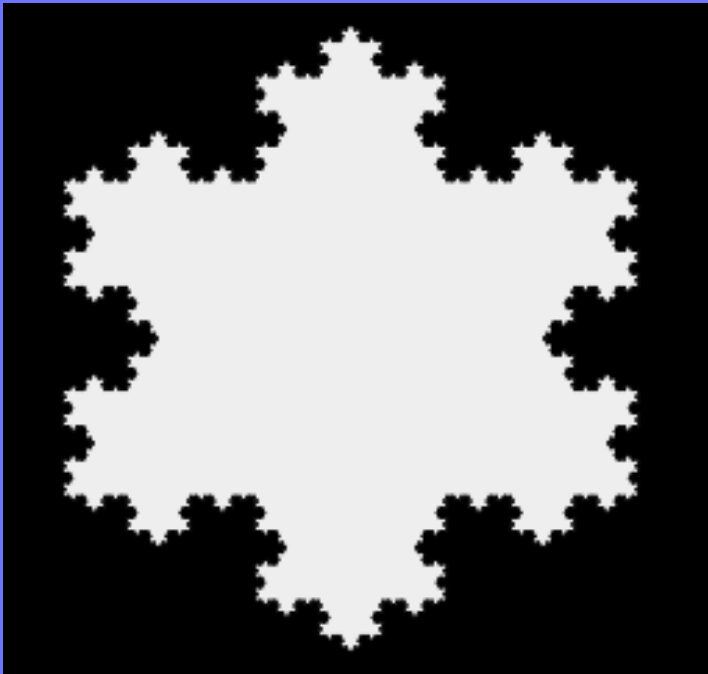
# L-systemy

Zastosowania:

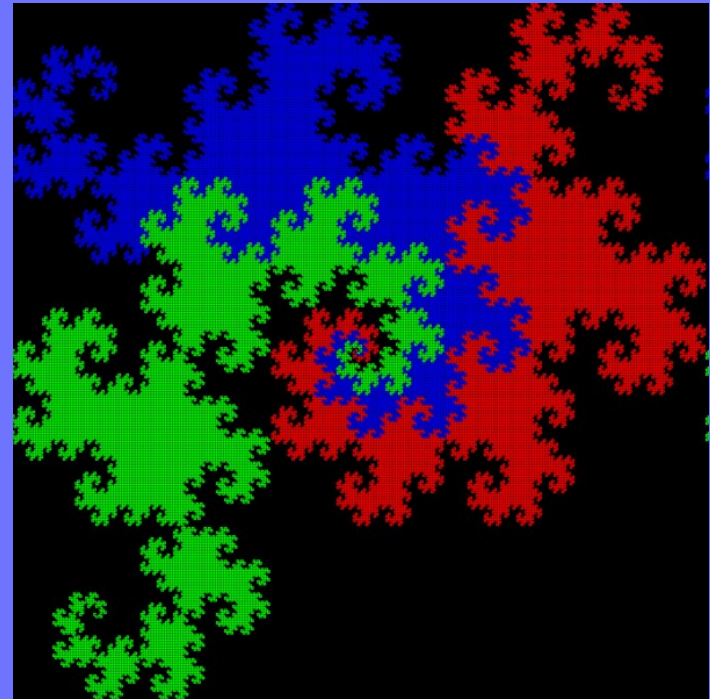
- Generowanie fraktali
- Modelowanie roślin

# L-systemy

Fraktale (łac. *fractus* – złamany, cząstkowy)  
– cechy samopodobieństwa



Krzywa Kocha (płatek śniegu)



Krzywe smocze

# L-systemy

Fraktal to zbiór, który:

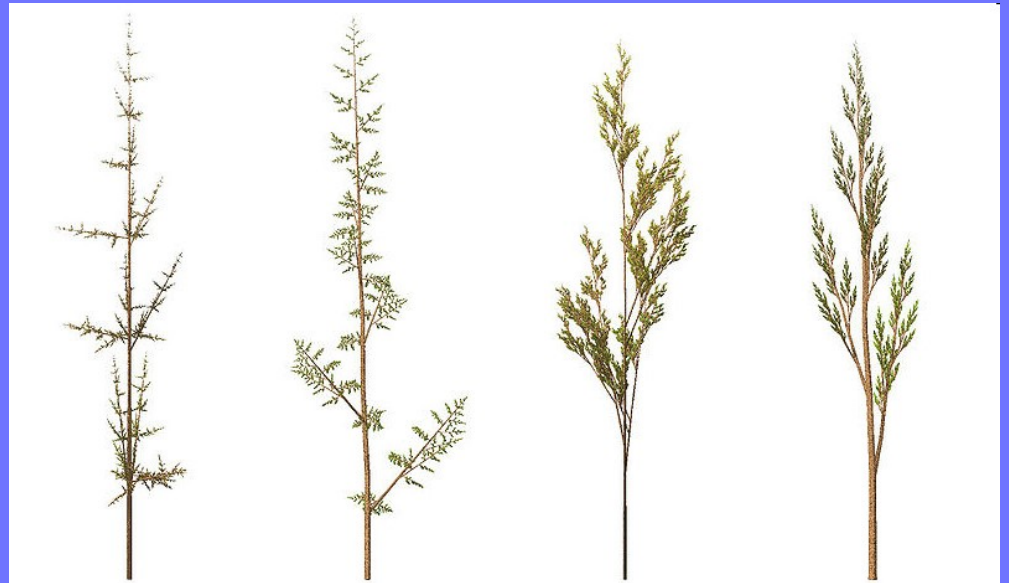
- Ma nietrywialną strukturę w każdej skali,
- struktura ta nie daje się łatwo opisać w języku tradycyjnej geometrii euklidesowej,
- jest samo-podobny,
- ma względnie prostą definicję rekurencyjną,
- ma naturalny ("poszarpany", "kłębiasty" itp.) wygląd.

# L-systemy

## Generowanie roślin



Paproć Bernsleya



# L-systemy

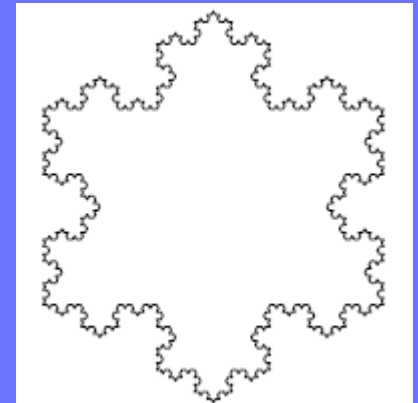
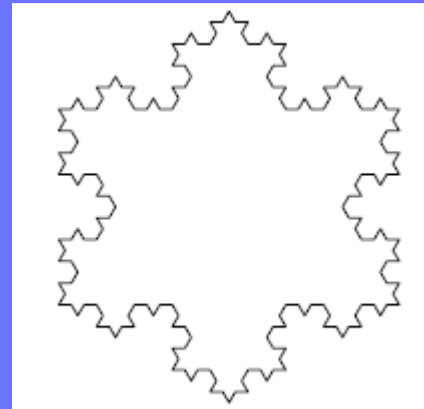
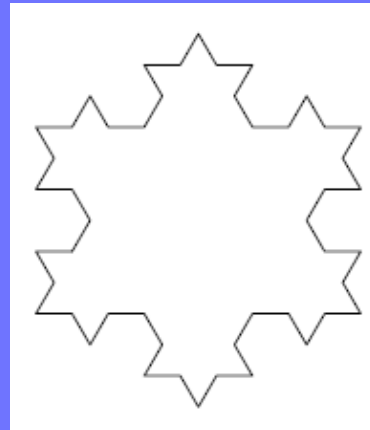
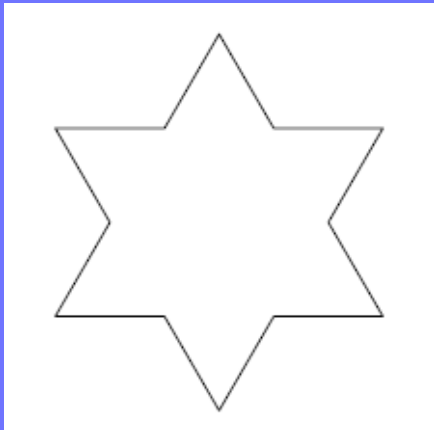
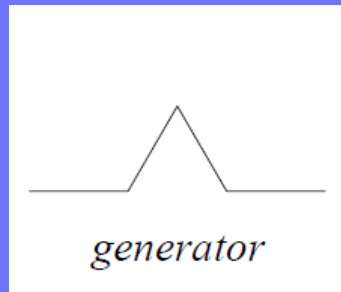
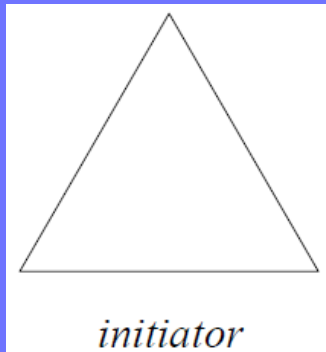
L-system to system przepisujący.

Przepisywanie:

technika definiowania złożonych obiektów przez sukcesywne zastępowanie fragmentów prostszych, początkowych obiektów, fragmentami bardziej złożonymi, za pomocą produkcji przepisujących.

# L-systemy

Przykład – krzywa Kocha



# L-systemy

0L-Systemy (L-systemy bezkontekstowe)

$$G = (V, s, P),$$

gdzie:

$V$  - *alfabet* systemu,

$s \in V^+$  symbol startowy (niepuste słowo),

$P \subset V \times V^*$  - skończony zbiór  
produkcji

Przykład:



# L-systemy

$G=(V, s, P)$  gdzie

$V=\{a, b\},$

$s=b,$

$P=\{a:ab, b:a\}$

# L-systemy

$P = \{a:ab, b:a\}$

**Reguła  $a: ab$**  oznacza, że litera **a** ma być zastąpiona sekwencją **ab**.

**Reguła  $b: a$**  oznacza, że litera **b** ma zostać zastąpiona literą **a**.

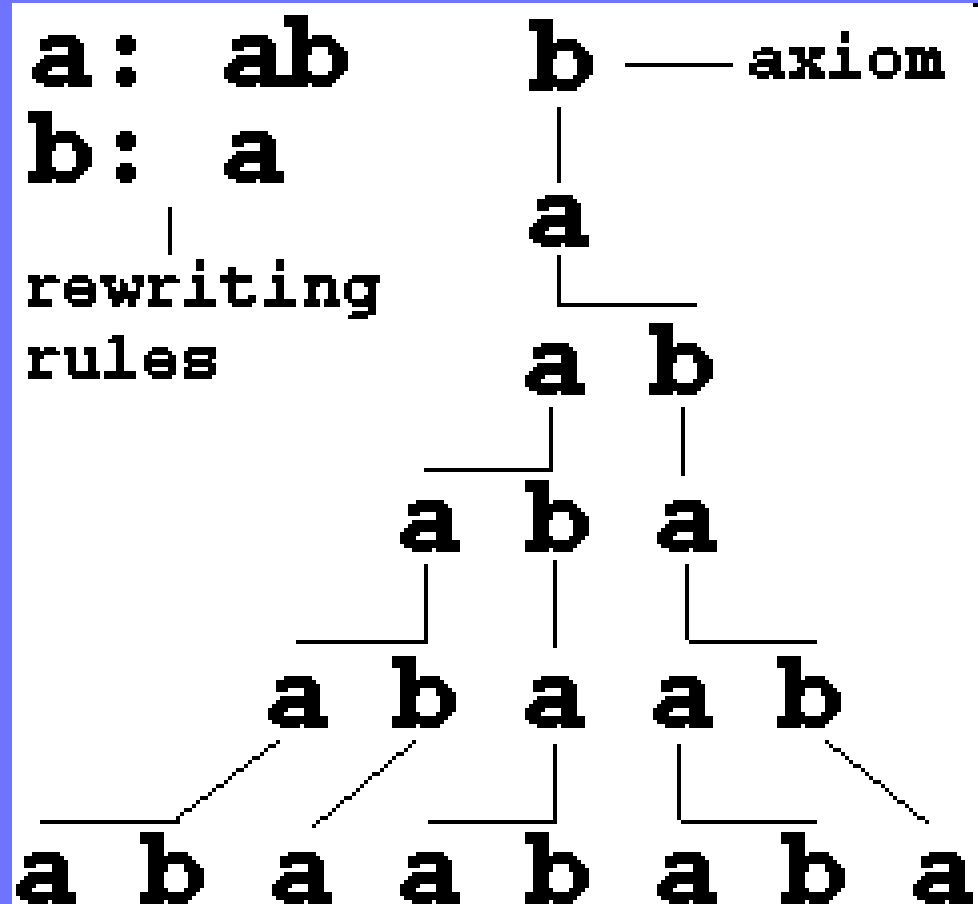
Proces przetwarzania reguł rozpoczyna się od wyróżnionego słowa zwanego aksjomatem - **b**.

# L-systemy

$V = \{a, b\}$ ,

$s = b$ ,

$P = \{a:ab, b:a\}$



# L-systemy

- Przedstawione L-systemy generują słowa. Dzięki geometrycznej interpretacji tych słów, można wykorzystać L-systemy do generacji obiektów graficznych (generacja fraktali, modelowanie roślin).
- Stosuje się tzw. „grafikę żółwia” (zbliżoną do koncepcji wykorzystywanej w języku Logo).
- Każdy symbol w L-systemie jest w takim modelu interpretowany jako określona sekwencja ruchów "żółwia".

# L-systemy

## IDEA GRAFIKI ŻÓŁWIA

Stan żółwia to trójka  $(x, y, \alpha)$ ,

Gdzie  $(x, y)$ - współrzędne kartezjańskie

$\alpha$ -kąt określający kierunek w jakim patrzy żółw

# L-systemy

Przy zadanej długości kroku  $d$  oraz kącie  $\delta$ , żółw reaguje na komendy reprezentowane przez następujące symbole:

F - zrób krok w przód o długości  $d$

f - zrób krok w przód o długości  $d$  nic nie rysując

+ - obróć się o określony kąt w prawo

- - obróć się określony kąt w lewo

[ - wrzuć bieżący stan na stos.

Zapamiętaj pozycję żółwia, kolor, grubość rysowanej linii itp.

] - bieżącym stanem staje się stan pobrany ze szczytu stosu.

Żółw nie rysuje przy tym żadnych linii, choć jego pozycja może się zmienić

# L-systemy

[www.alife.pl](http://www.alife.pl)

Plant-like structure 1:

F – symbol startowy

F: F[+F]F[-F]F – reguła

Kąt -  $\delta$

Długość kroku – d

Rekursja (ile razy stosujemy regułę)

# L-systemy

F – symbol startowy

F: F[+F]F[-F]F – reguła

Produkcja L-Systemu

Plant-like structure 1

Kąt

Rozmiar kroku

25.7

10

Rekursja

Kolor

1

Czarny



# L-systemy

F – symbol startowy

F: F[+F]F[-F]F – reguła



Produkcja L-Systemu

Plant-like structure 1

Kąt

Rozmiar kroku

25.7

10

Rekursja

Kolor

# L-systemy



F – symbol startowy

F: F[+F]F[-F]F – reguła

Produkcja L-Systemu

Plant-like structure 1

F  
F: F[+F]F[-F]F

Kąt

Rozmiar kroku

25.7

10

Rekursja

Kolor

3

Czarny

Rysuj

Wy

# L-systemy



F – symbol startowy

F: F[+F]F[-F]F – reguła

Prdukcja L-Systemu

Kat  Rozmiar kroku

Rekursja  Kolor

F  
F: F[+F]F[-F]F

<

Rysuj Wyp

# L-systemy

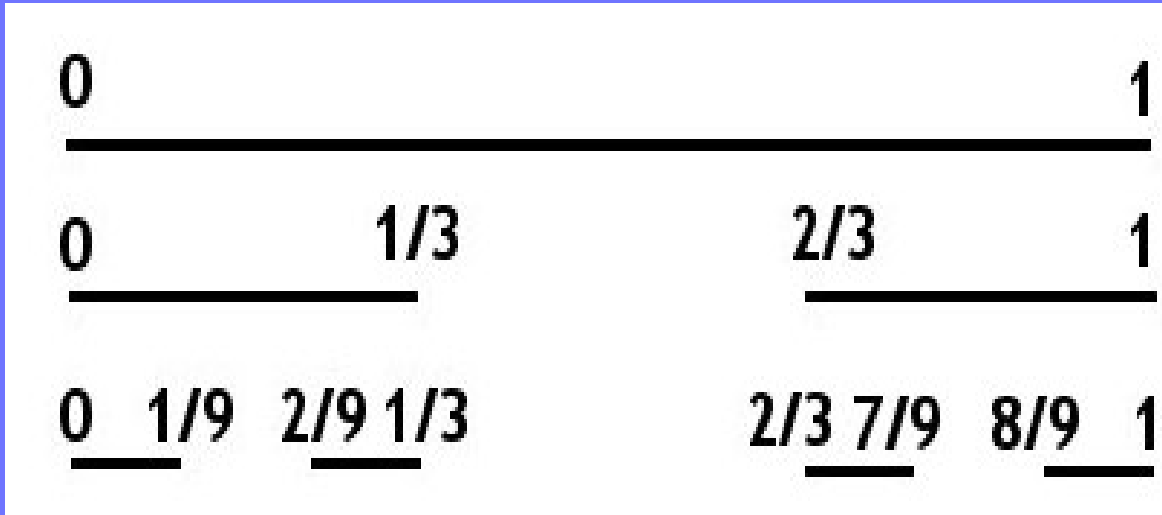
www.alife.pl

The screenshot shows a web application interface for L-systems. On the left is a sidebar with navigation links: English, Polski, a search box with 'Szukaj' button, and a list of categories including 'Wydarzenia', 'Zachowania grupowe: klucz ptaków', 'Ewolucja: kukiełki wedle życzenia', 'Sztuczny malarz fraktalowy', and 'L-Systemy: żółw rysuje rośliny' (which is circled in red). The main content area features a window titled 'L-Systemy: żółw rysuje rośliny' with a blue title bar. Below the window title is a control panel with several settings: 'Produkcja L-Systemu' set to 'Plant-like structure 1', 'Kat' set to '25.7', 'Rozmiar kroku' set to '6', 'Rekursja' set to '5', and 'Kolor' set to 'Czarny'. To the right of these settings is a text input field containing the L-system rule: 'F: F[+F]F[-F]F'. Below the text field are three buttons: 'Rysuj', 'Wyczyszc', and 'Pomoc'. The bottom of the window is labeled 'Java Applet Window'. The background of the page is light gray with some faint text visible on the right side.

każdej litery określmy regułę przepisywania. Reguła **a: ab** oznacza, że litera **a** ma być zastąpiona sekwencją **ab**. Reguła **b: a** oznacza, że litera **b** ma zostać zastąpiona literą **a**. Proces przetw

# L-systemy

Zadanie: Zbior Cantora



F

F:FfF

f:fff

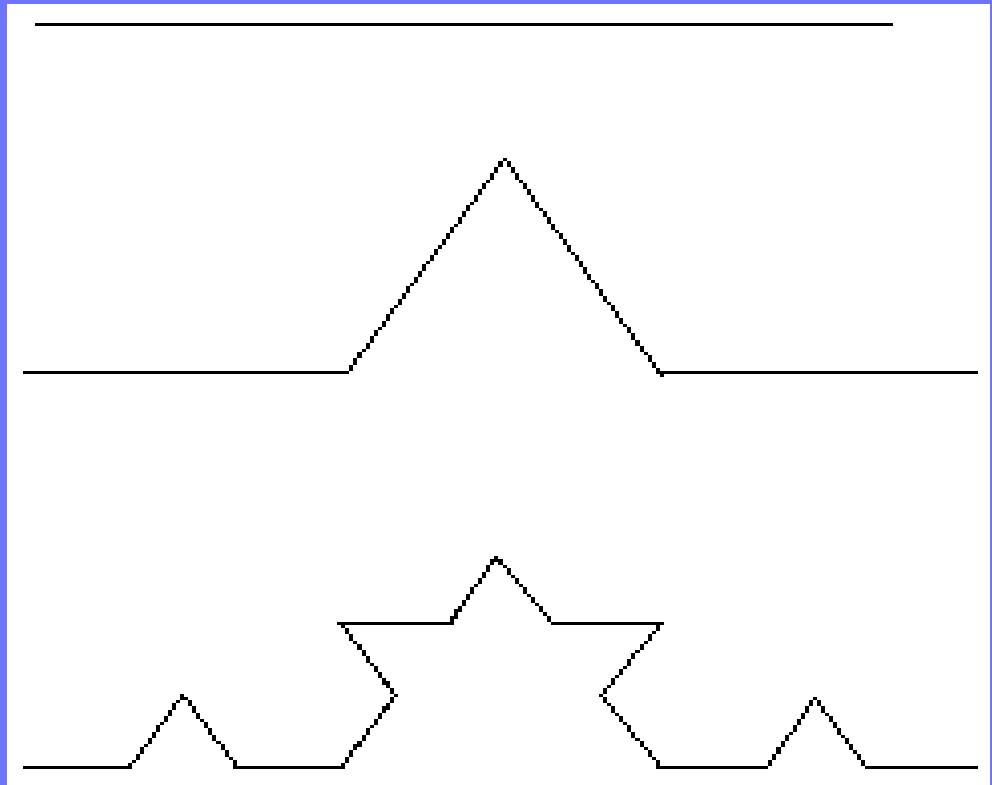
# L-systemy

Zadanie: Krzywa Kocha

F

F:F-F++F-F

kąt:60



# L-systemy

D0L-Systemy (deterministyczne L-systemy)

OL-system jest deterministyczny, jeśli

dla każdego  $a \in V$  istnieje dokładnie jedno  $\chi \in V^*$  takie, że  $a \rightarrow \chi$ .

# L-systemy

D0L-Systemy (deterministyczne L-systemy)

Czy podany 0L-system jest deterministyczny?

$S \rightarrow F A F$

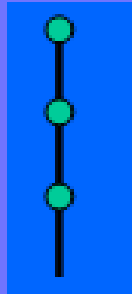
$A \rightarrow [ + F B F ]$

$A \rightarrow F$

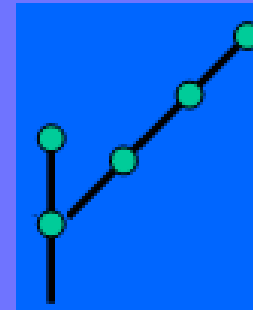
$B \rightarrow [ - F B F ]$

$B \rightarrow F$

Aksjomat: S



FFF

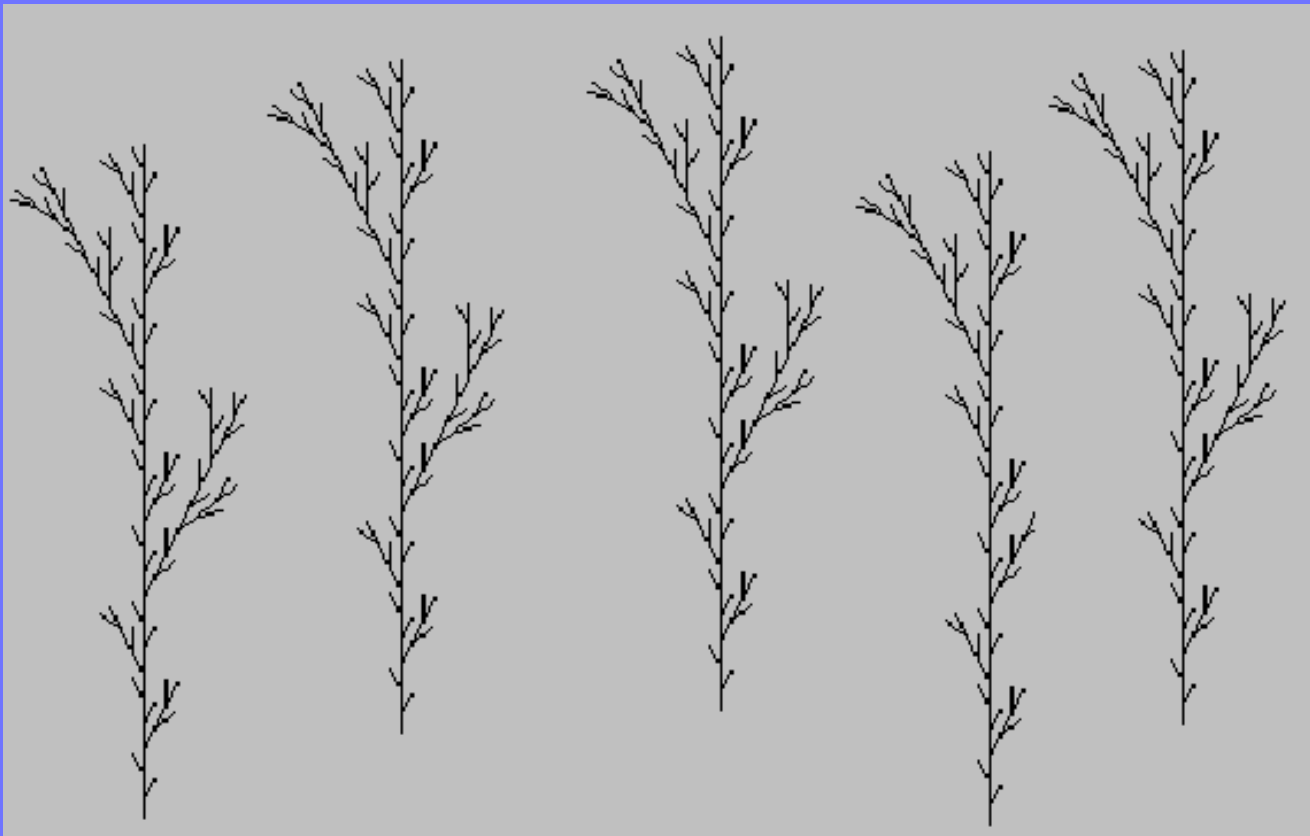


F[+FFF]F



# L-systemy

Wszystkie rośliny generowane przez ten sam L-system deterministyczny wyglądają tak samo



# L-systemy

Jeśli dla danego symbolu istnieje więcej niż jedna reguła produkcji, i dla każdej z nich przypisane jest określone prawdopodobieństwo zastosowania, to taki L-system nazywamy stochastycznym.

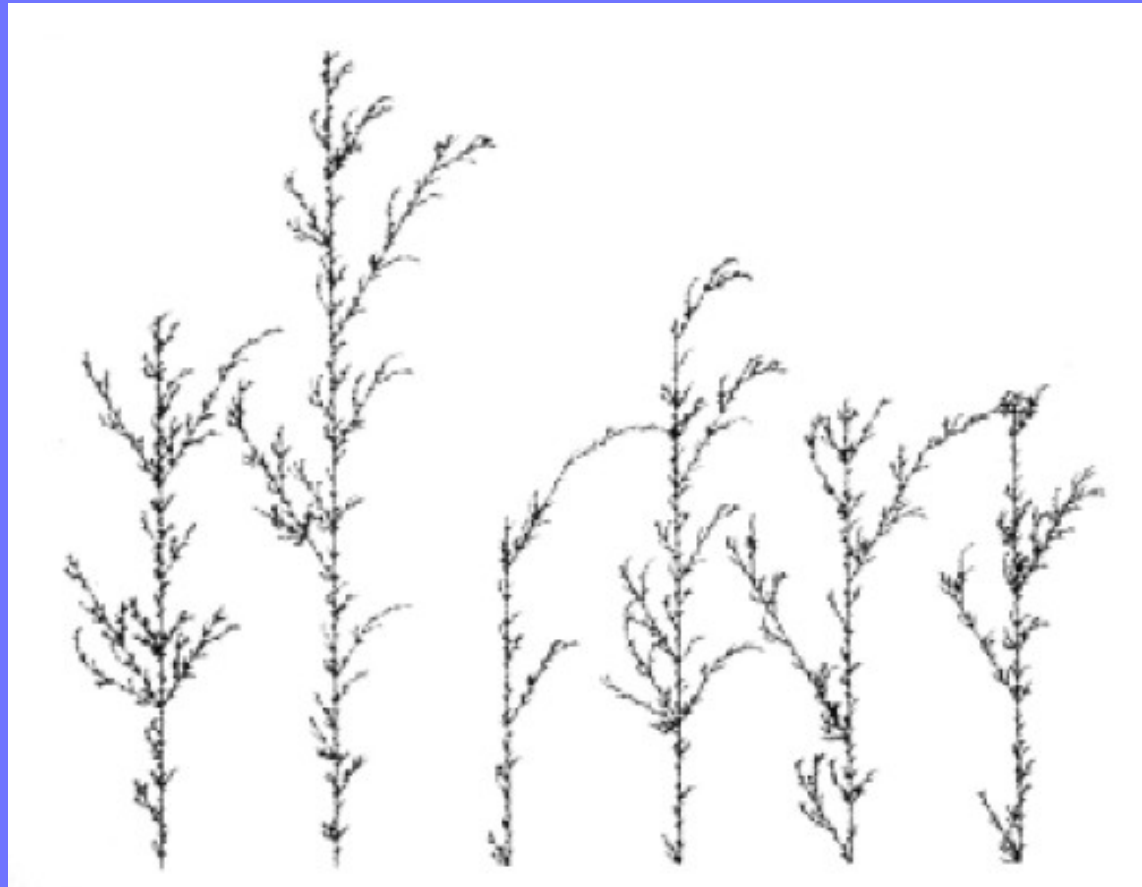
$$S_{1.0} \rightarrow F A F$$
$$A_{0.8} \rightarrow [ + F B F ]$$
$$A_{0.2} \rightarrow F$$
$$B_{0.4} \rightarrow [ - F B F ]$$
$$B_{0.6} \rightarrow F$$

# L-systemy

0.33  $F \rightarrow F[+F]F[-F]F$

0.33  $F \rightarrow F[+F]F$

0.34  $F \rightarrow F[-F]F$



5 kroków wyvodu

# L-systemy kontekstowe

**2L-systemy** używają produkcji postaci:

$$al < a > ar \rightarrow \chi,$$

(litera  $a$  może wyprodukować słowo  $\chi$  wtedy i tylko wtedy, gdy jest poprzedzona przez  $al$ , a po niej występuje  $ar$ )

• **1L-systemy** używają produkcji postaci:

- $a_l < a \rightarrow \chi$

- $a > a_r \rightarrow \chi$

# L-systemy kontekstowe

$S \rightarrow FAT$

$A \rightarrow T \rightarrow [ +FBF ]$

$A \rightarrow F \rightarrow F$

$F \rightarrow B \rightarrow [ -FAF ]$

$F \rightarrow B \rightarrow F \rightarrow [ -FAF ]$

$T \rightarrow F$

# L-systemy parametryczne

Produkcje mają postać:

poprzednik : warunek  $\rightarrow$  następnik

np.  $A(k) : k < 4 \rightarrow B(k * 1.5)C(k+3, k-1)$

*aksjomat* :  $B(2)A(4, 4)$

Przykład:

$p1 : A(x, y) : y \leq 3 \rightarrow A(x * 2, x + y)$

$p2 : A(x, y) : y > 3 \rightarrow B(x)A(x/y, 0)$

$p3 : B(x) : x < 1 \rightarrow C$

$p4 : B(x) : x \geq 1 \rightarrow B(x - 1)$

# L-systemy parametryczne

Przykład: *aksjomat* :  $B(2)A(4, 4)$

$$p1 : A(x, y) : y \leq 3 \rightarrow A(x * 2, x + y)$$

$$p2 : A(x, y) : y > 3 \rightarrow B(x)A(x/y, 0)$$

$$p3 : B(x) : x < 1 \rightarrow C$$

$$p4 : B(x) : x \geq 1 \rightarrow B(x - 1)$$

$$B(2)A(4, 4) \rightarrow B(1) B(4)A(1, 0) \rightarrow CA(4,2) \dots$$

# L-systemy parametryczne

- Parametryczne produkcje umożliwiają kształtowanie niektórych części roślin dopiero w pewnym stadium rozwoju.
- Wykorzystanie stałych do generowania form roślinnych pozwala na modelowanie oddziaływania różnego rodzaju czynników środowiskowych (np. kierunku wiatru), na rozwój rośliny.



# L-systemy parametryczne

Graficzna interpretacja symboli w L-systemach parametrycznych:

$F(a)$  - zrób krok w przód o długości  $a$

$\bar{F}(a)$  - zrób krok w przód o długości  $a$  nic nie rysując

$+(a)$  - obróć się o kąt  $a$  w prawo

$-(a)$  - obróć się o kąt  $a$  w lewo

# L-systemy parametryczne

```
#define c 1
```

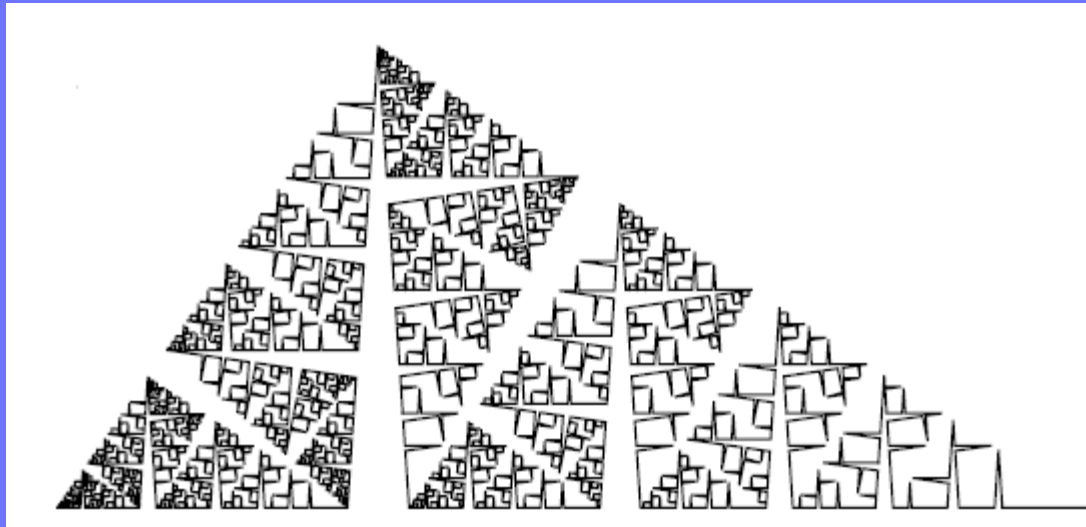
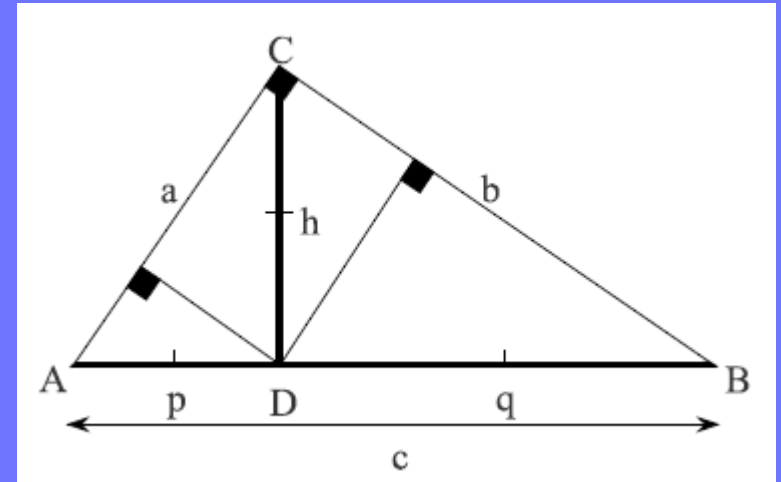
```
#define p 0.3
```

```
#define q c - p
```

```
#define h (p * q) ^ 0.5
```

aksjomat:  $F(1)$

$p1 : F(x) \rightarrow F(x * p) + F(x * h) - - F(x * h) + F(x * q)$



# Animacja rozwoju roślin

L-systemy – dyskretny model rozwoju.



# Animacja rozwoju roślin

## L-systemy z czasem

Produkcje są postaci:

$$(a, \vec{\beta}) \rightarrow (b_1, \alpha_1) \dots (b_n, \alpha_n)$$

Globalna zmienna czasowa

Lokalne zmienne określające wiek

# Animacja rozwoju roślin

## L-systemy z czasem

Własności funkcji wyvodu:

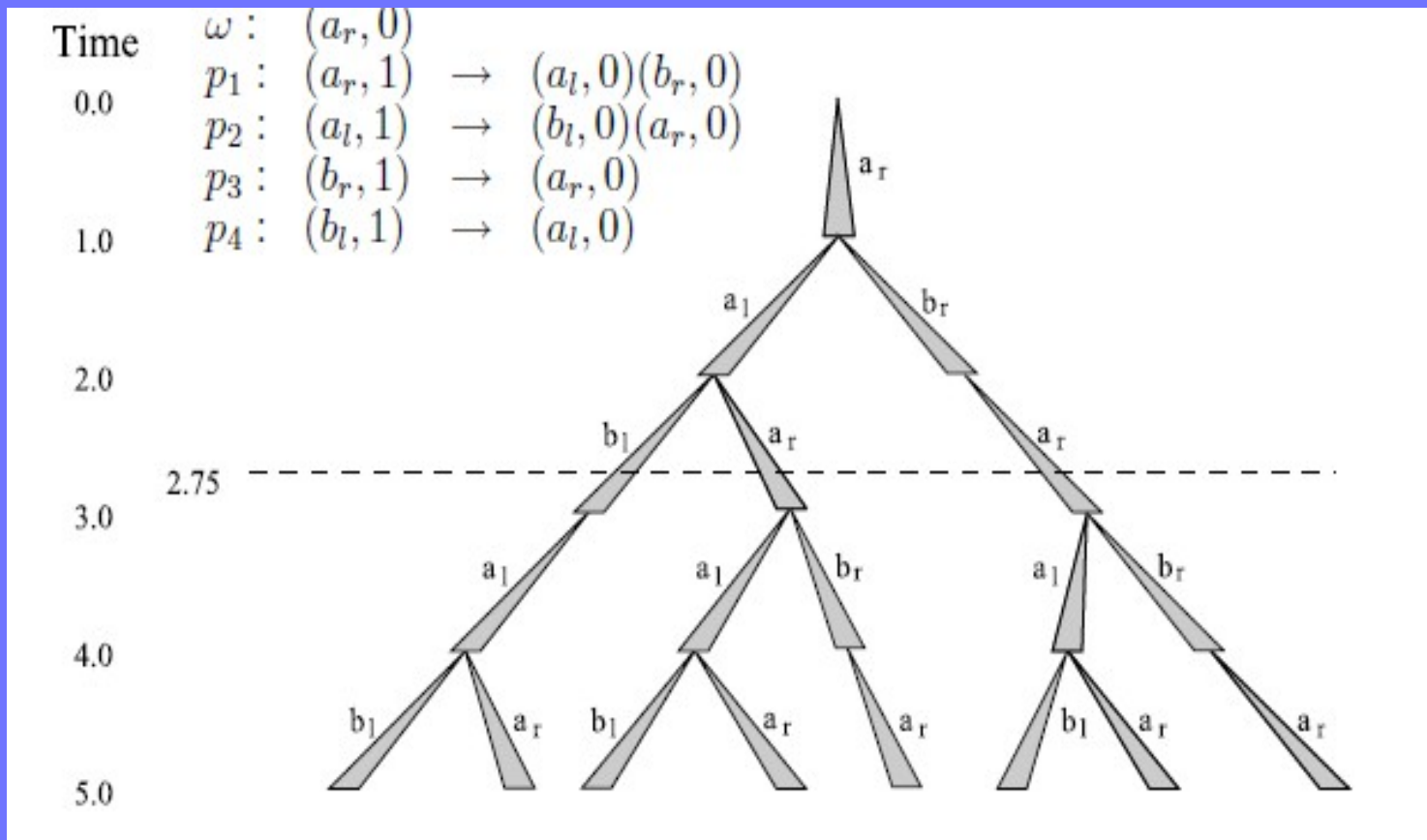
$$\mathcal{D}(((a_1, \tau_1) \dots (a_n, \tau_n)), t) = \mathcal{D}((a_1, \tau_1), t) \dots \mathcal{D}((a_n, \tau_n), t)$$

$$\mathcal{D}((a, \tau), t) = (a, \tau + t), \text{ if } \tau + t \leq \beta$$

$$\mathcal{D}((a, \tau), t) = \mathcal{D}((b_1, \alpha_1) \dots (b_n, \alpha_n), t - (\beta - \tau)), \text{ if } \tau + t > \beta$$

# Animacja rozwoju roślin

Drzewo wyvodu ciągłego  
rozwoju rośliny



# L-Systemy - Podsumowanie

Fraktale

Modelowanie roślin

Grafika żółwia

Rodzaje L-systemów

Stochastyczne

Kontekstowe

Parametryczne

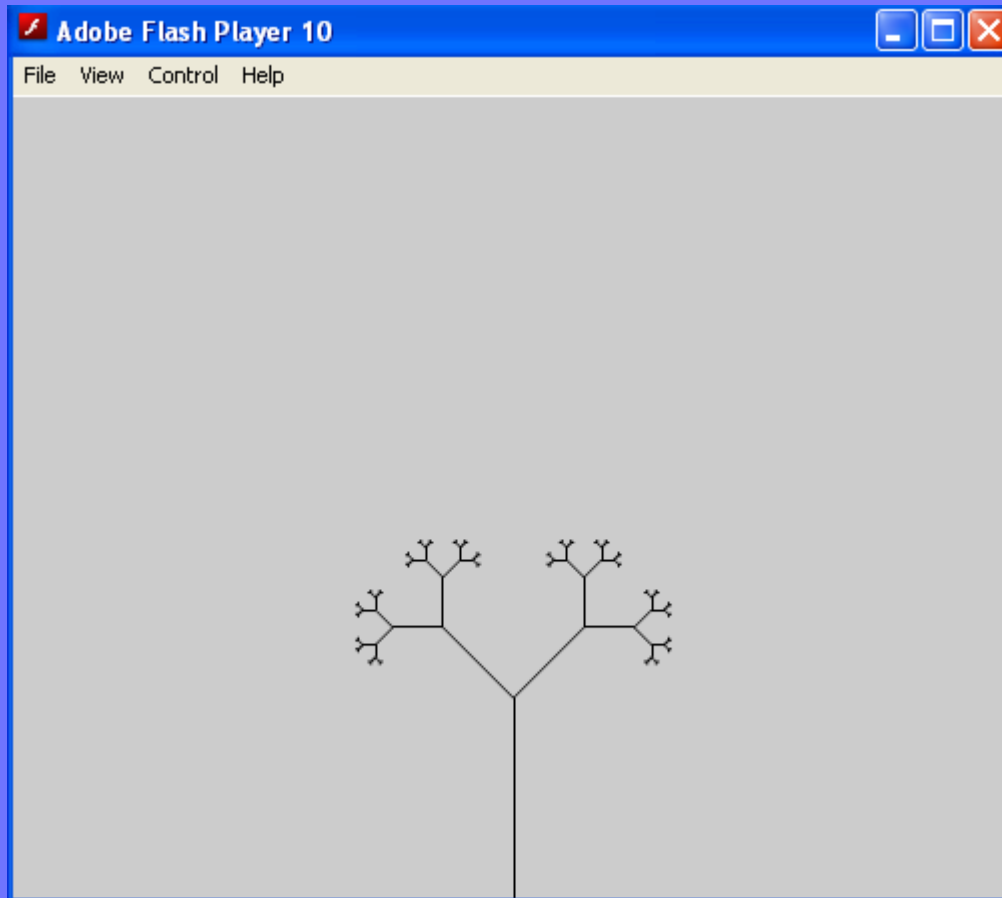
Z czasem

Animacja wzrostu roślin

# Fraktalne zarośla - Flash

Algorytm rekurencyjny – w klipie zagnieżdżona jego własna kopia

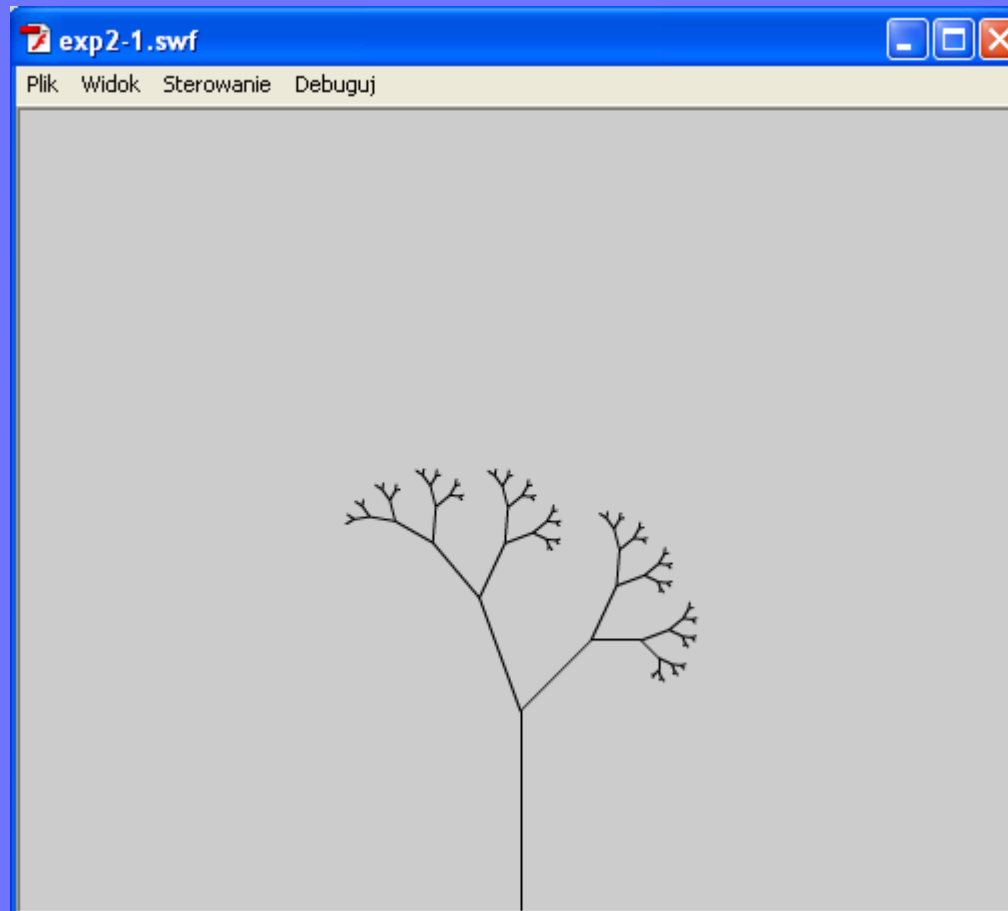
Kopie przeskalowywane i obracane





# Fraktalne zarośla - Flash

Zmiana parametrów skalowania i obrotu - paproć



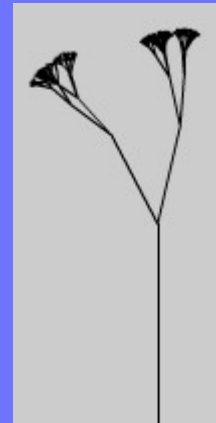
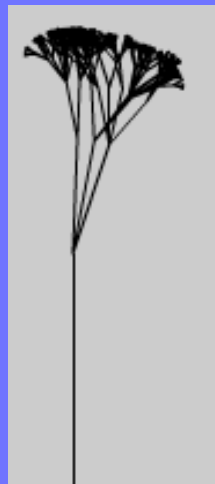
# Fraktalne zarośla - Flash

Zmiana parametrów skalowania i obrotu – źdźbło trawy



# Fraktalne zarośla - Flash

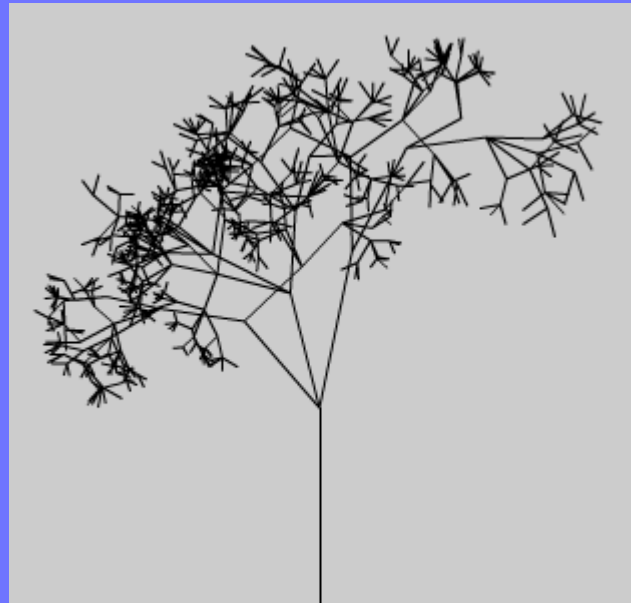
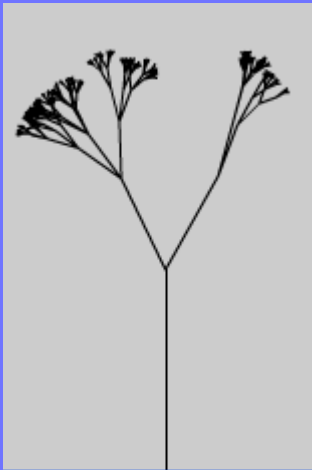
- Wprowadzenie losowości –  
parametry skalowania i obrotu wybierane losowo
- Za każdym uruchomieniem powstanie inna roślina
- Powstanie nowej rośliny inicjowane kliknięciem myszy



Exp2\_3.swf

# Fraktalne zarośla - Flash

- Wprowadzenie losowości –  
liczba gałęzi wybierana losowo



Exp2\_4.swf

Exp2\_5.swf

# Fraktalne zarośla - Flash

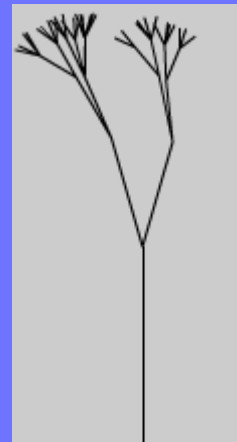
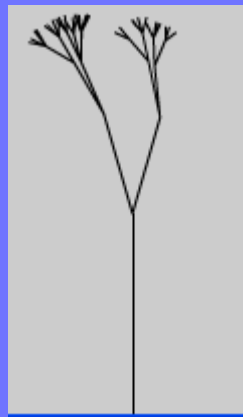
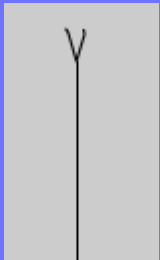
- Animacja gałęzi zgodnie z przebiegiem sinusoidy
- Drzewo wygina się raz w lewo raz w prawo (obrót)



Exp2\_6.swf

# Fraktalne zarośla - Flash

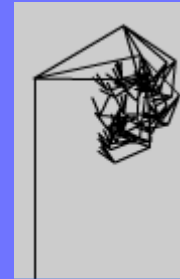
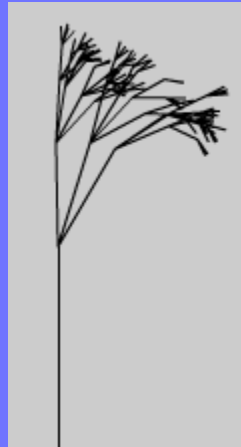
- Animacja gałęzi zgodnie z przebiegiem sinusoidy
- Drzewo „tańczy” (skalowanie)



Exp2\_6a.swf

# Fraktalne zarośla - Flash

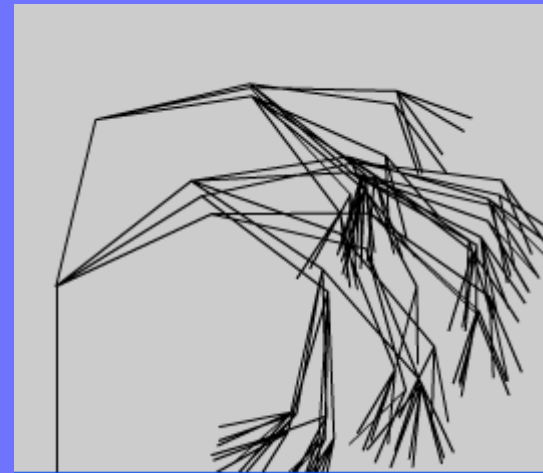
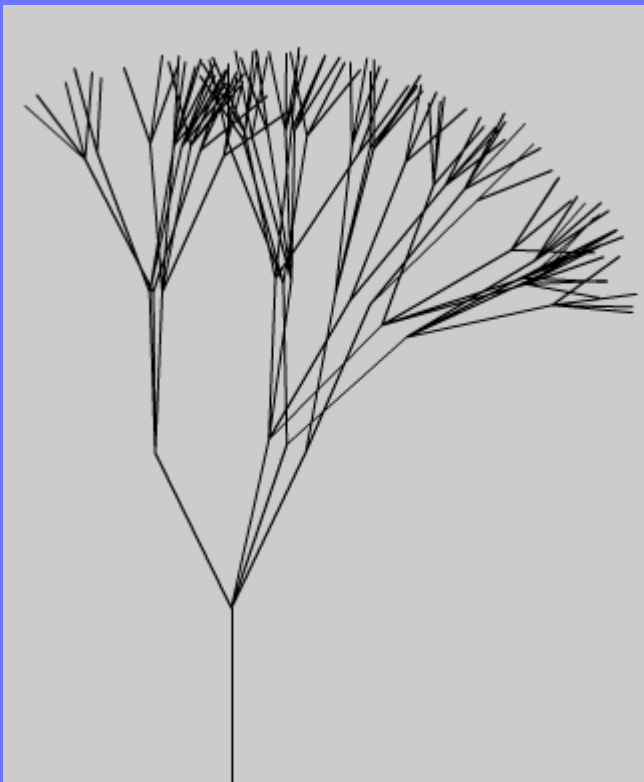
- Położenie gałęzi uzależnione od położenia myszy (obrót)



Exp2\_7.swf

# Fraktalne zarośla - Flash

- Położenie gałęzi uzależnione od położenia myszy (skalowanie)



Exp2\_8.swf