

# L-systemy Lindemayera w 3D

Gramatyki grafowe

# L-systemy Lindemayera w 3D

Kodowanie położenia żółwia w 3D

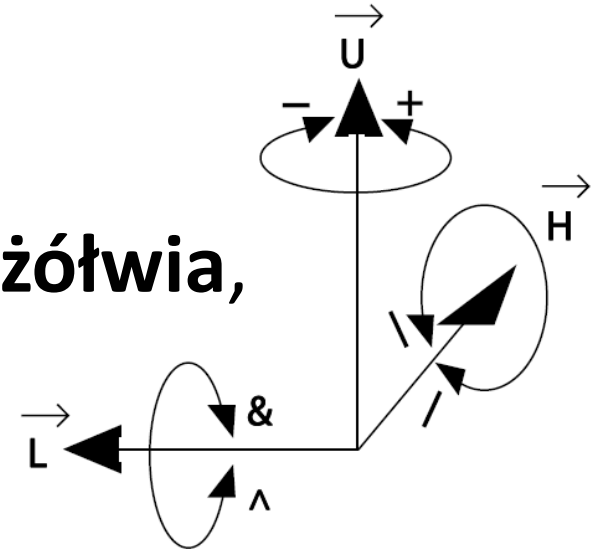
**3 wektor jednostkowe położenia żółwia,**  
Heading, Left, Up

Heading to kierunek żółwia

Left to kierunek jego „lewej ręki”

Up to kierunek „do góry”

Zachodzi  $H \times L = U$  (iloczyn wektorowy)



# L-systemy Lindemayera w 3D

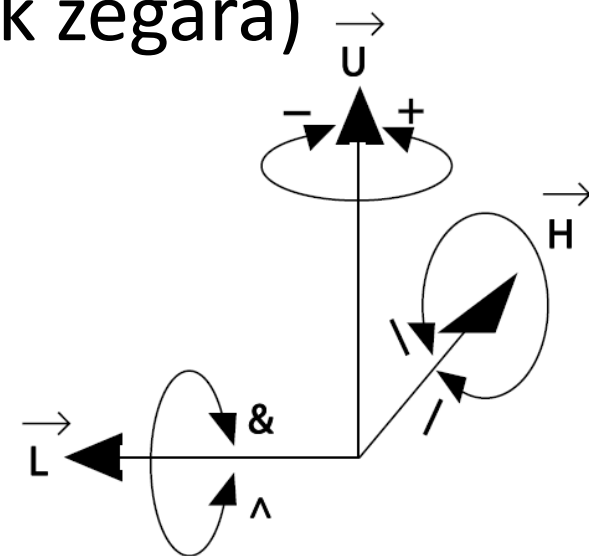
## Rotacja położenia żółwia

$$\begin{bmatrix} \vec{H}' & \vec{L}' & \vec{U}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{H} & \vec{L} & \vec{U} \end{bmatrix} \mathbf{R}$$

+ angle (obrót żółwia wzdłuż wersora **U** o kąt angle, przeciwnie do ruchu wskazówek zegara)

- angle (obrót żółwia wzdłuż wersora **U** o kąt angle, zgodnie z ruchem wskazówek zegara)

$$\mathbf{R}_U(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



# L-systemy Lindemayera w 3D

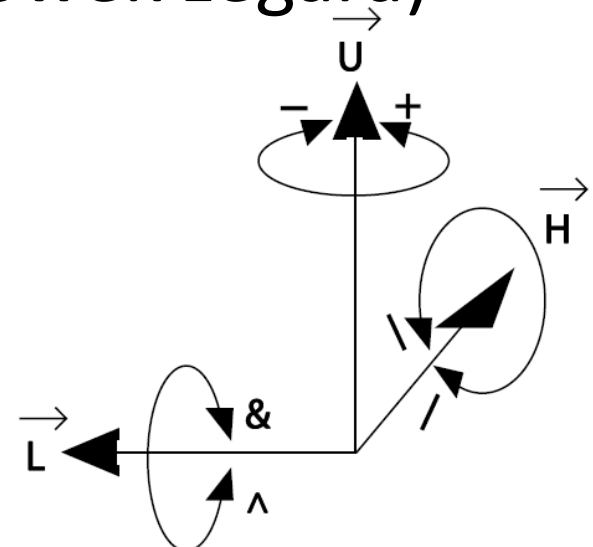
## Rotacja położenia zółwia

$$\begin{bmatrix} \vec{H}' & \vec{L}' & \vec{U}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{H} & \vec{L} & \vec{U} \end{bmatrix} \mathbf{R}$$

& angle (obrót zółwia wzdłuż wektora **Left** o kąt angle, zgodnie z ruchem wskazówek zegara)

^ angle (obrót zółwia wzdłuż wektora **Left** o kąt angle, przeciwnie do ruchu wskazówek zegara)

$$\mathbf{R}_L(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}$$



# L-systemy Lindemayera w 3D

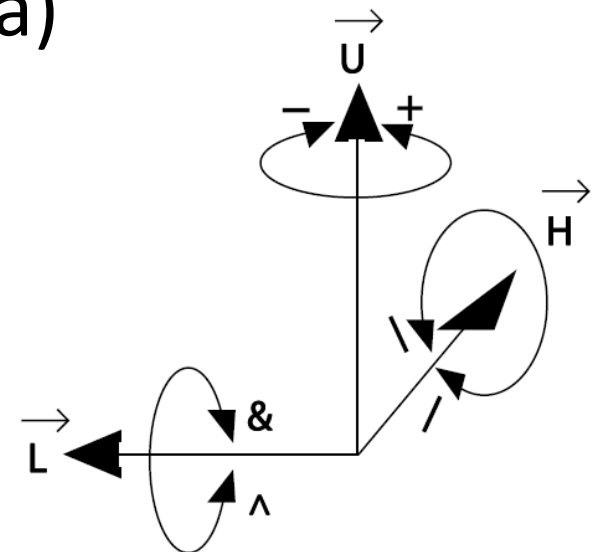
## Rotacja położenia żółwia

$$\begin{bmatrix} \vec{H}' & \vec{L}' & \vec{U}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{H} & \vec{L} & \vec{U} \end{bmatrix} \mathbf{R}$$

\ angle (obrót żółwia wzdłuż wektora **Heading** o kąt angle, przeciwnie do ruchu wskazówek zegara)

/ angle (obrót żółwia wzdłuż wektora **Heading** o kąt angle, zgodnie z ruchem zegara)

$$\mathbf{R}_H(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$



# L-systemy Lindemayera w 3D

## Przykład: Hilber Space Filling Curve

$n=2, \delta=90^\circ$

A

A  $\rightarrow$  B-F+CFC+F-D&F^D-F+&&CFC+F+B//

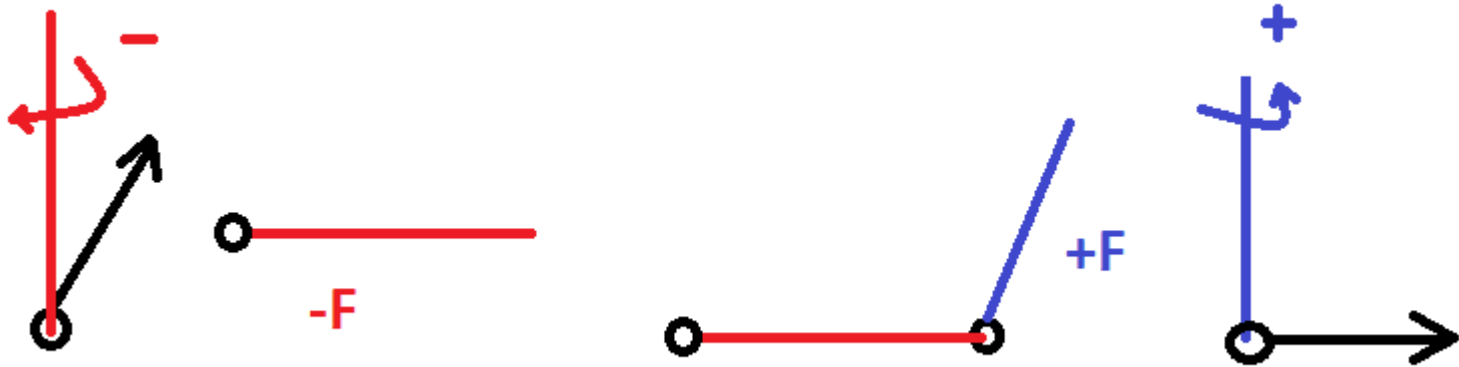
B  $\rightarrow$  A&F^CFCB^F^D^D-F-D^|F^B|FC^F^A//

C  $\rightarrow$  |D^|F^B-F+C^F^A&&FA^F^C+F+B^F^D//

D  $\rightarrow$  |CFB-F+B|FA^F^A&&FB-F+B|FC//

# L-systemy Lindemayera w 3D

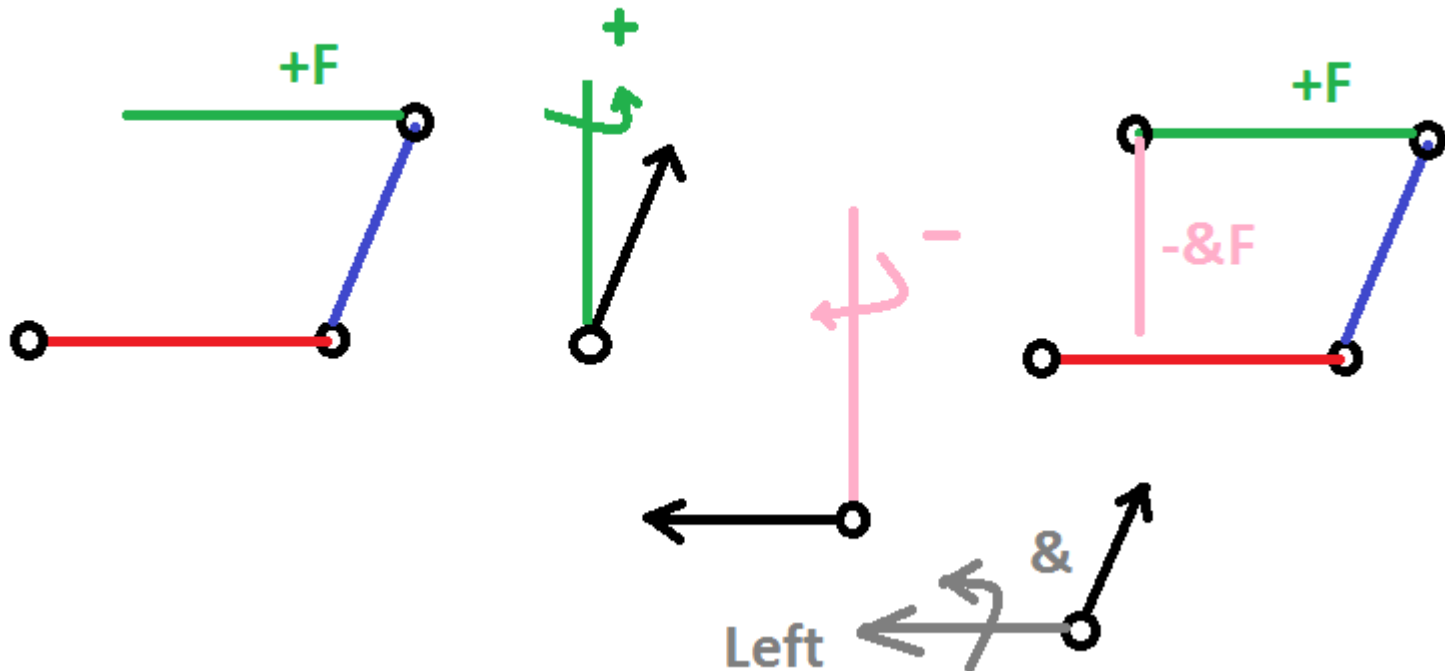
Przykład: Hilber Space Filling Curve



$A \rightarrow B-F+CFC+F-D\&F^{\wedge}D-F+\&\&CFC+F+B//$

# L-systemy Lindemayera w 3D

Przykład: Hilber Space Filling Curve

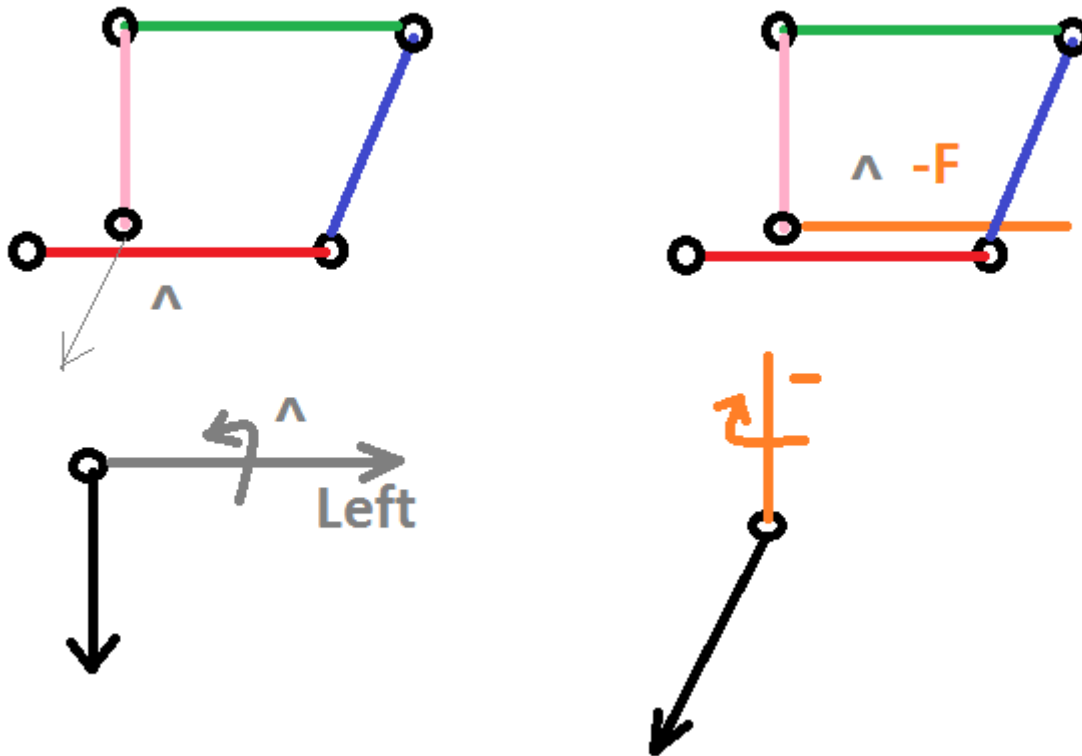


$A \rightarrow B-F+CFC+F-D&F^{\wedge}D-F+&&CFC+F+B//$



# L-systemy Lindemayera w 3D

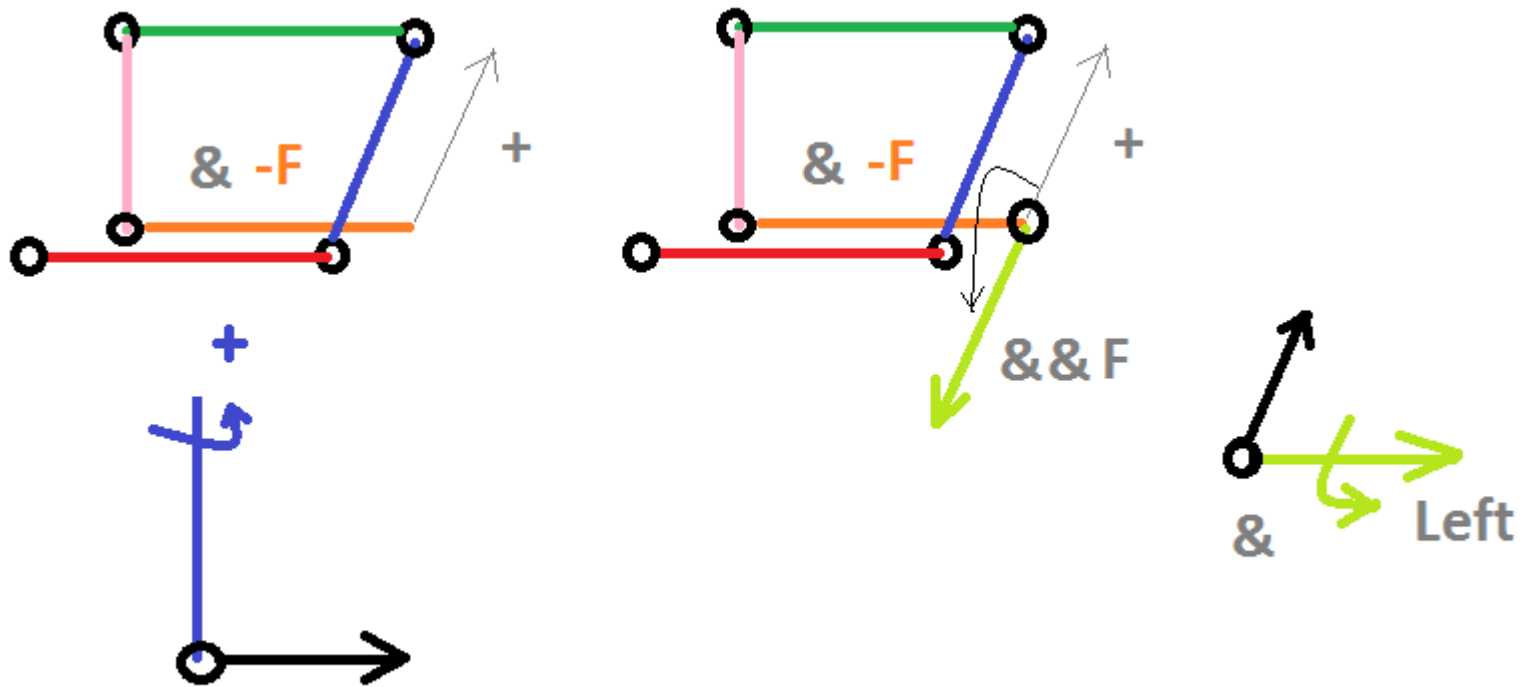
Przykład: Hilber Space Filling Curve



$A \rightarrow B-F+CFC+F-D\&F^{\wedge}D-F+\&\&CFC+F+B//$

# L-systemy Lindemayera w 3D

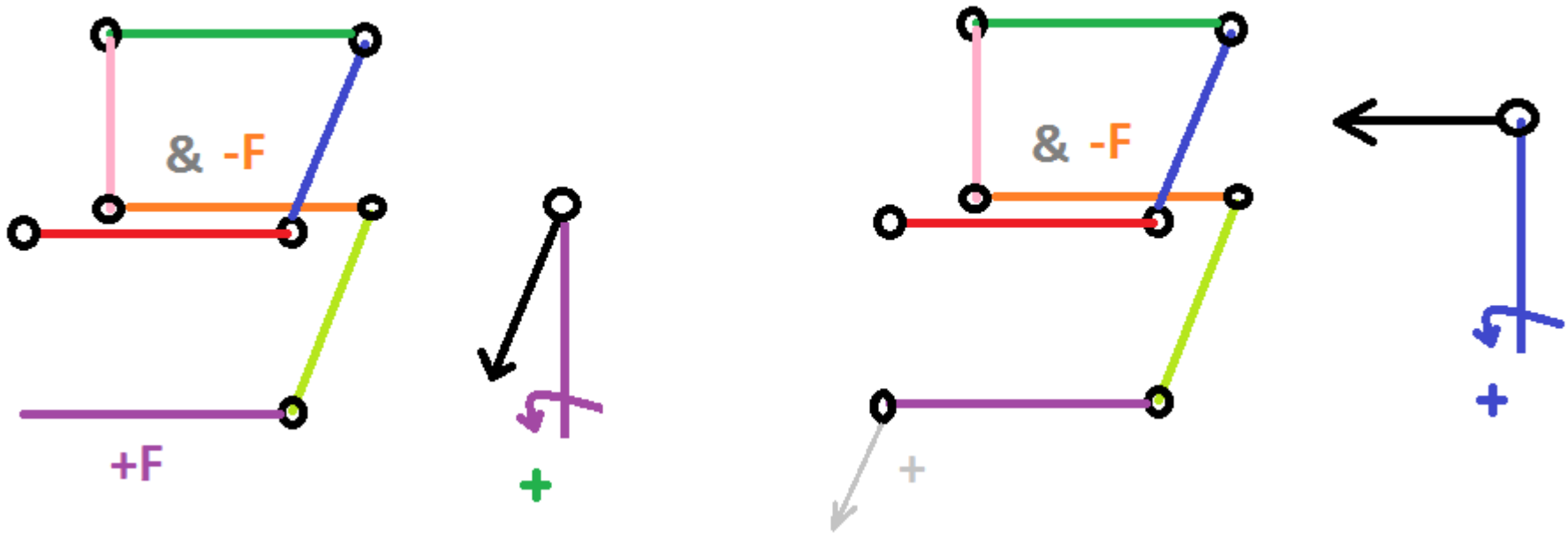
Przykład: Hilber Space Filling Curve



$A \rightarrow B-F+CFC+F-D&F^{\wedge}D-F+&&CFC+F+B//$

# L-systemy Lindemayera w 3D

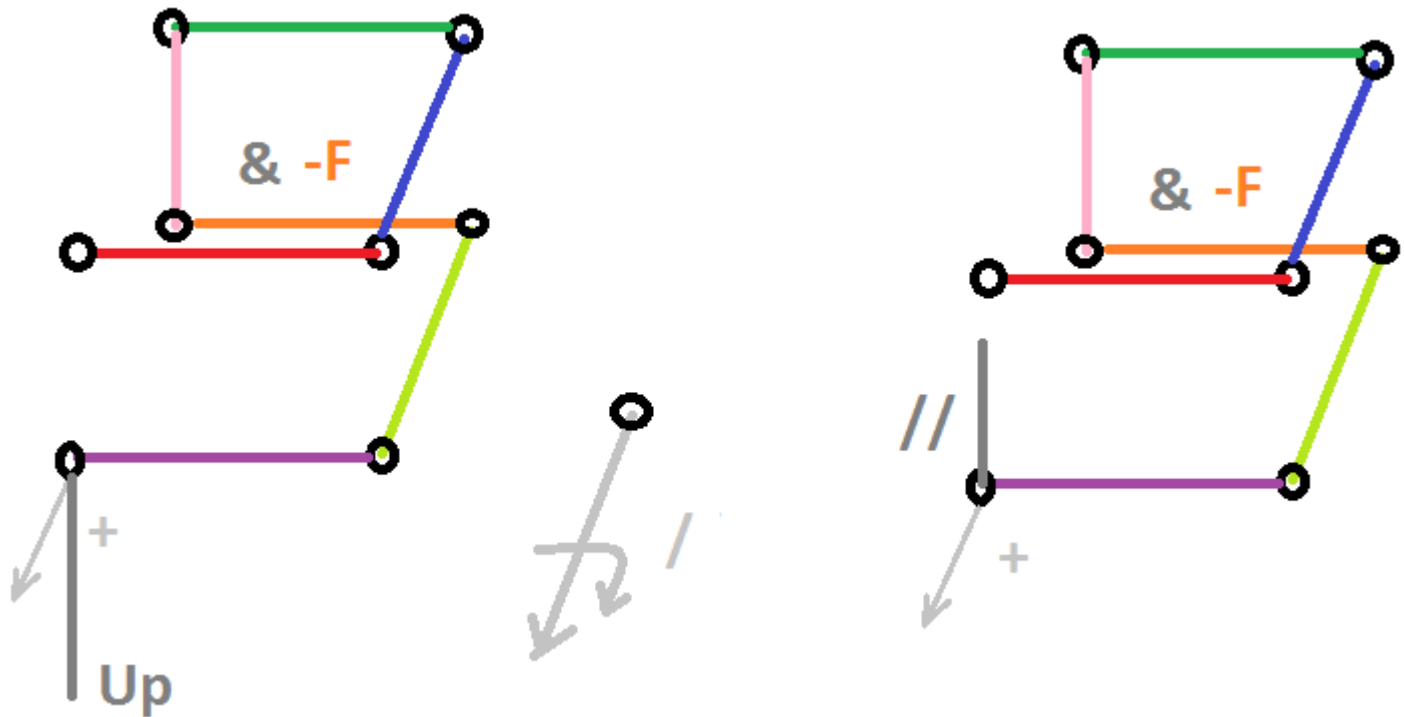
Przykład: Hilber Space Filling Curve



$A \rightarrow B-F+CFC+F-D\&F^{\wedge}D-F+\&\&CFC+F+B//$

# L-systemy Lindemayera w 3D

Przykład: Hilber Space Filling Curve

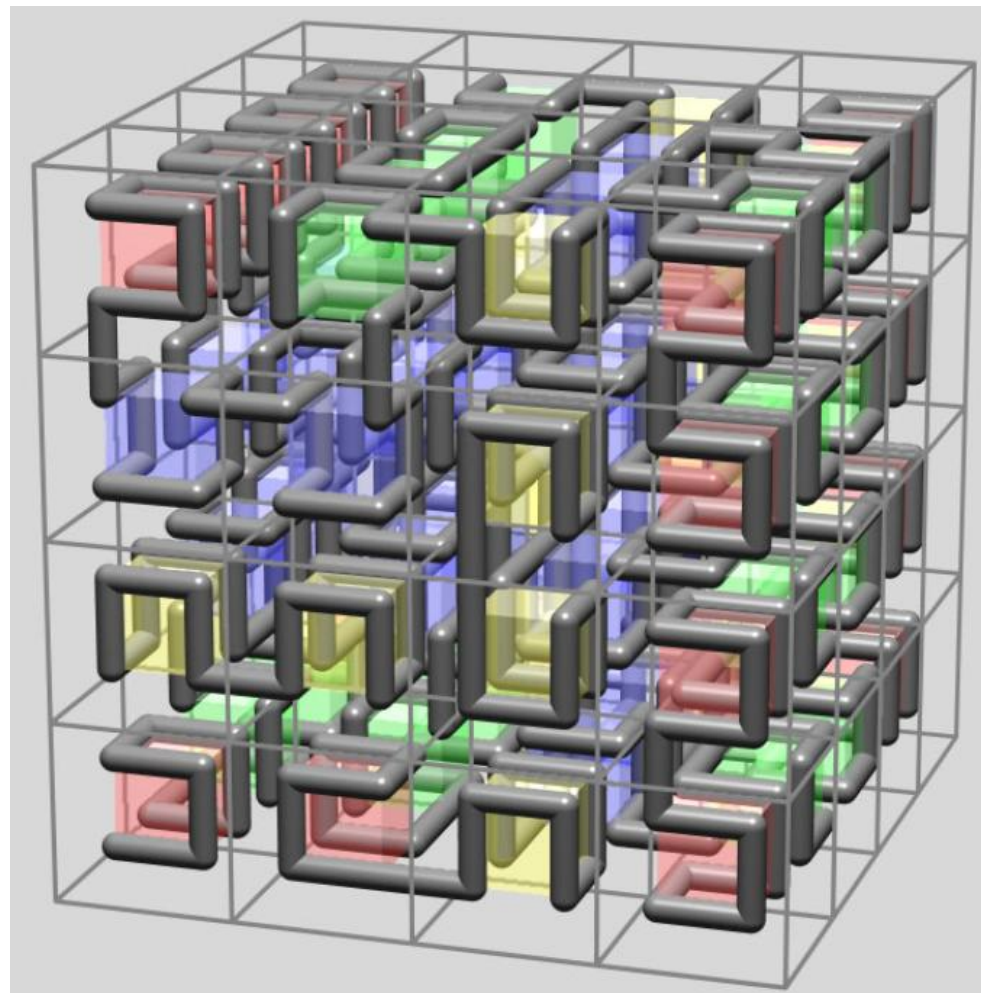


$A \rightarrow B-F+CFC+F-D\&F^{\wedge}D-F+\&\&CFC+F+B//$

# L-systemy

## Lindemayera w 3D

Ile razy zastosowano produkcje?



$$n=2, \delta=90^\circ$$

A

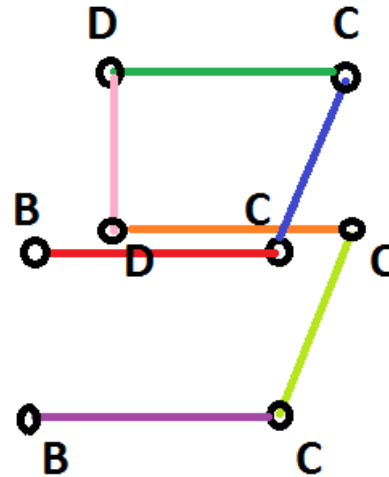
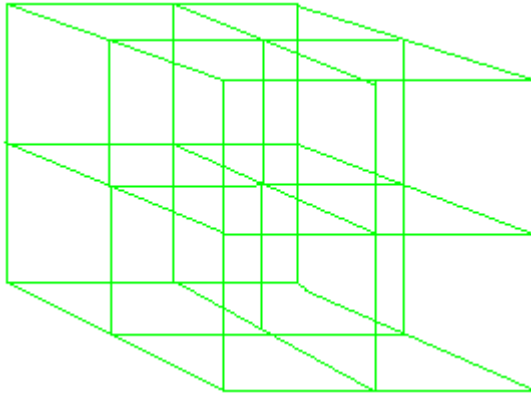
$$A \rightarrow B-F+CFC+F-D\&F\wedge D-F+\&\&CFC+F+B//$$

$$B \rightarrow A\&F\wedge CFB\wedge F\wedge D\wedge\wedge-F-D\wedge|F\wedge B|FC\wedge F\wedge A//$$

$$C \rightarrow |D\wedge|F\wedge B-F+C\wedge F\wedge A\&\&FA\&F\wedge C+F+B\wedge F\wedge D//$$

$$D \rightarrow |CFB-F+B|FA\&F\wedge A\&\&FB-F+B|FC//$$

# L-systemy Lindemayera w 3D



7 segmentów

$A \rightarrow B-F+CFC+F-D&F\wedge D-F+&&CFC+F+B//$

# L-systemy Lindemayera w 3D

$n=2, \delta=90^\circ$

A

$A \rightarrow B-F+CFC+F-D\&F\wedge D-F+\&\&CFC+F+B//$

$B \rightarrow A\&F\wedge CFB\wedge F\wedge D\wedge\wedge-F-D\wedge|F\wedge B|FC\wedge F\wedge A//$

$C \rightarrow |D\wedge|F\wedge B-F+C\wedge F\wedge A\&\&FA\&F\wedge C+F+B\wedge F\wedge D//$

$D \rightarrow |CFB-F+B|FA\&F\wedge A\&\&FB-F+B|FC//$

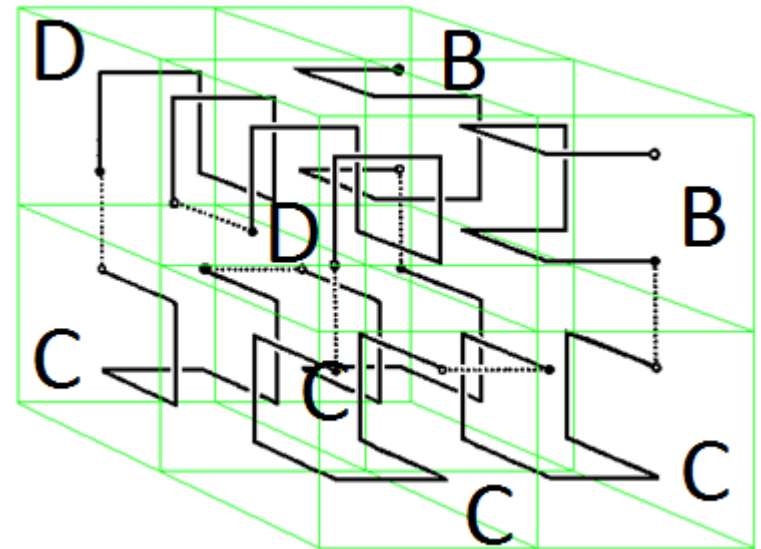
W produkcji A mamy 8 nowych załączków kostek  
(B,C,C,D,D,C,C,B) o różnych orientacjach

Każda z nich generuje 7 segmentów

Dodatkowo w produkcji A mamy 7 łączników

FFFFFFF

8\*7 segmentów  
plus 7 łączników



# L-systemy

## Lindemayera w 3D

A(red)

B(blue)

C(green)

D(yellow)

$n=2, \delta=90^\circ$

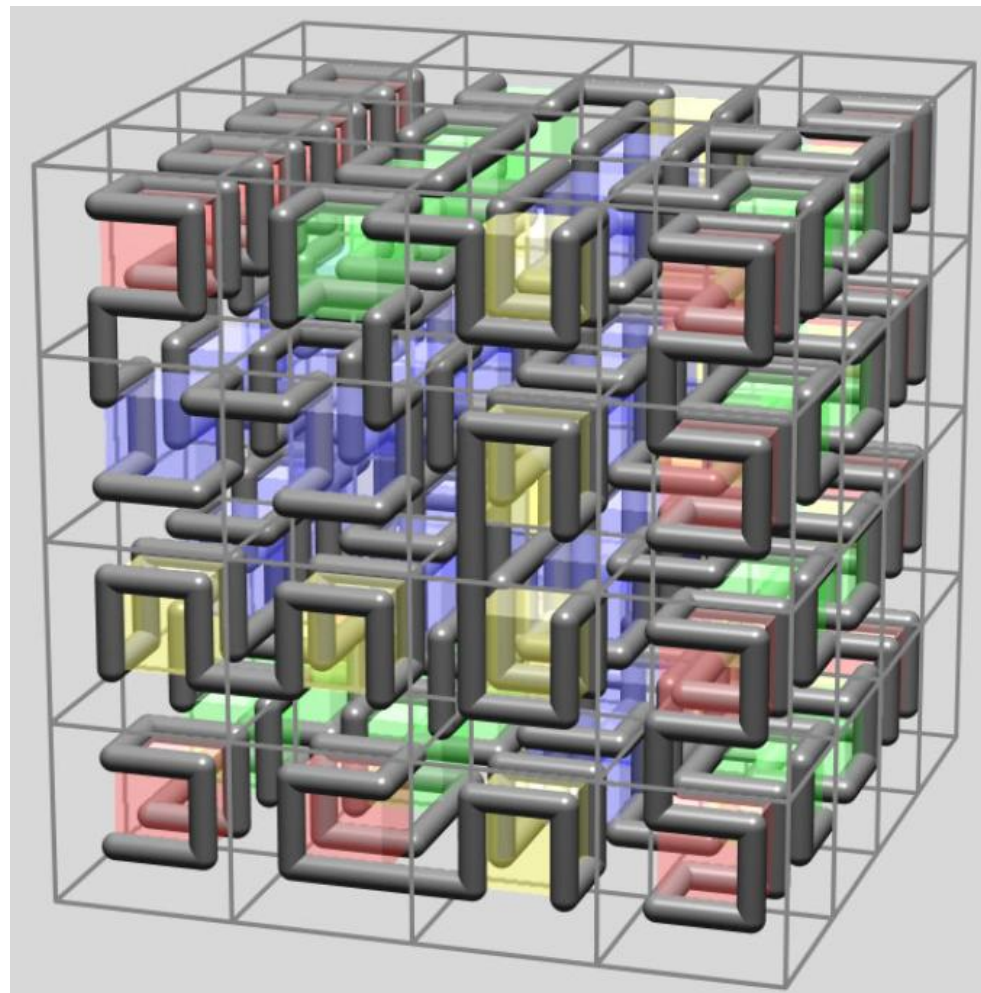
A

$A \rightarrow B-F+CFC+F-D\&F\wedge D-F+\&\&CFC+F+B//$

$B \rightarrow A\&F\wedge CFB\wedge F\wedge D\wedge\wedge-F-D\wedge|F\wedge B|FC\wedge F\wedge A//$

$C \rightarrow |D\wedge|F\wedge B-F+C\wedge F\wedge A\&\&FA\&F\wedge C+F+B\wedge F\wedge D//$

$D \rightarrow |CFB-F+B|FA\&F\wedge A\&\&FB-F+B|FC//$





# Modelowanie liścia

Stan początkowy - starting point skierowany do góry

G narysuj segment

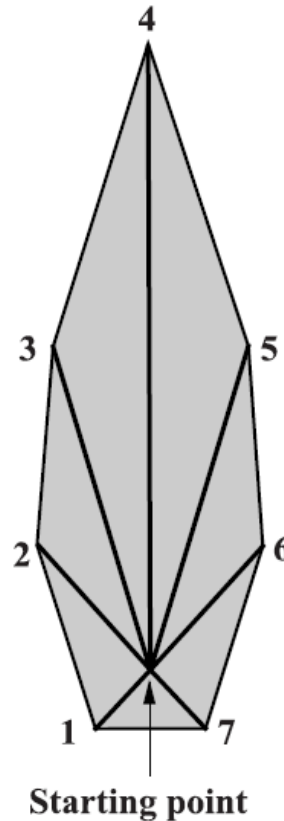
+/- obróć w lewo/prawo

{ } zamaluj ten wielokąt

[ ] zapisz stan

] odzyskaj stan

. zrób wierzchołek



{[++++G<sub>1</sub>].[++GG<sub>2</sub>].[+GGG<sub>3</sub>].[GGGGG<sub>4</sub>].[-GGG<sub>5</sub>].[--GG<sub>6</sub>].[-G<sub>7</sub>.]}

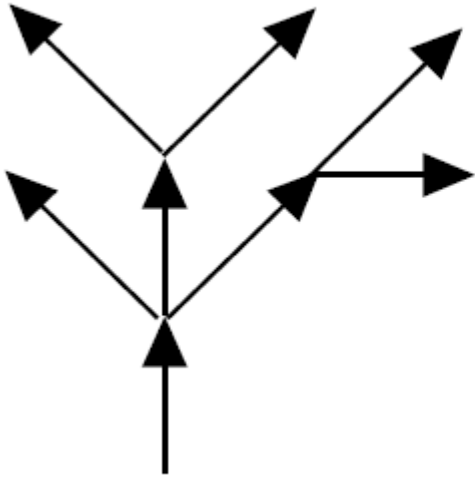
# Modelowanie drzewa

+/- obróć w lewo/prawo

F narysuj segment

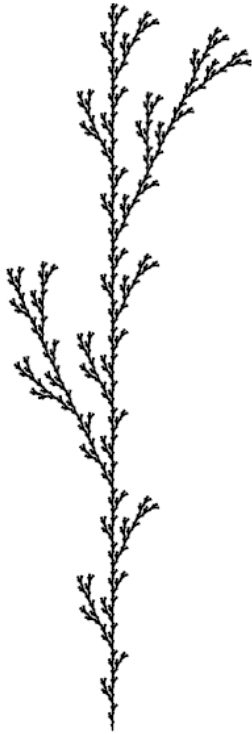
[ zapisz stan

] odzyskaj stan

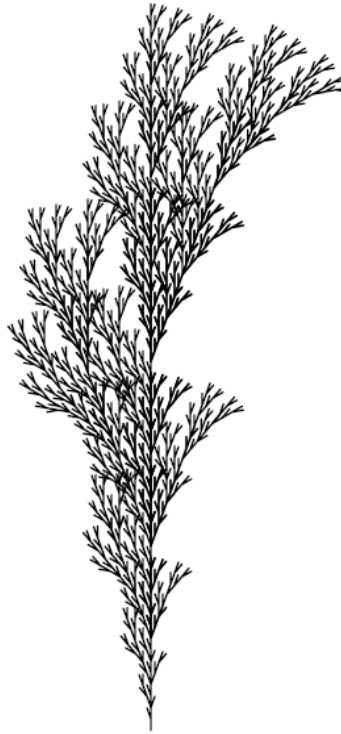


F[+F][-F[-F]F]F[+F][-F]

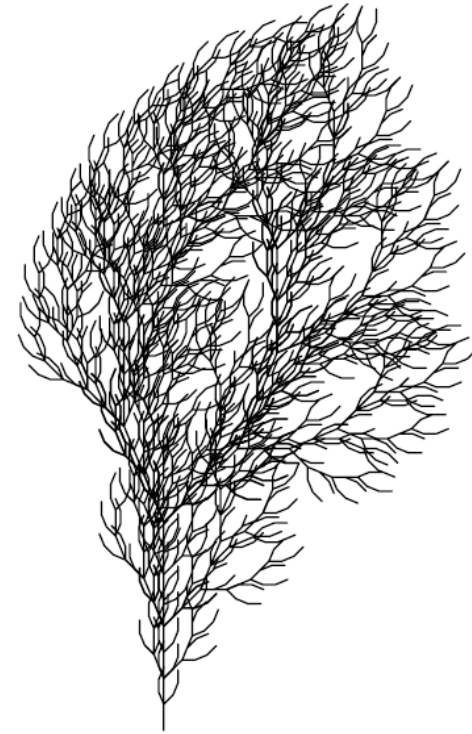
# Modelowanie drzewa



**a**  
 $n=5, \delta=25.7^\circ$   
 $F$   
 $F \rightarrow F [+F] F [-F] F$

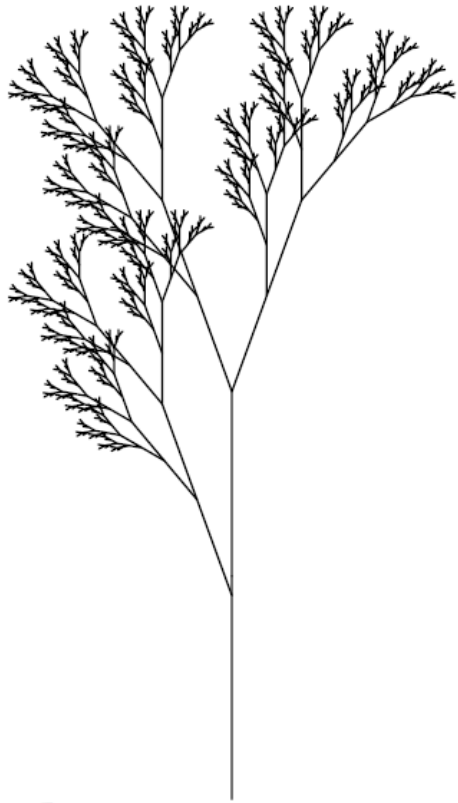


**b**  
 $n=5, \delta=20^\circ$   
 $F$   
 $F \rightarrow F [+F] F [-F] [F]$

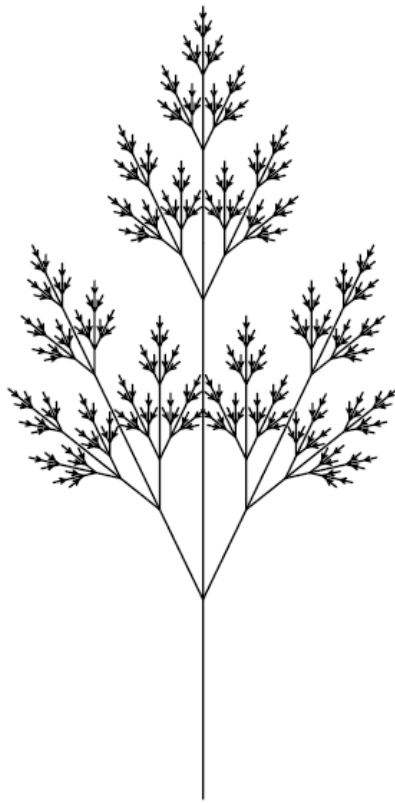


**c**  
 $n=4, \delta=22.5^\circ$   
 $F$   
 $F \rightarrow FF - [-F+F+F] +$   
 $[+F-F-F]$

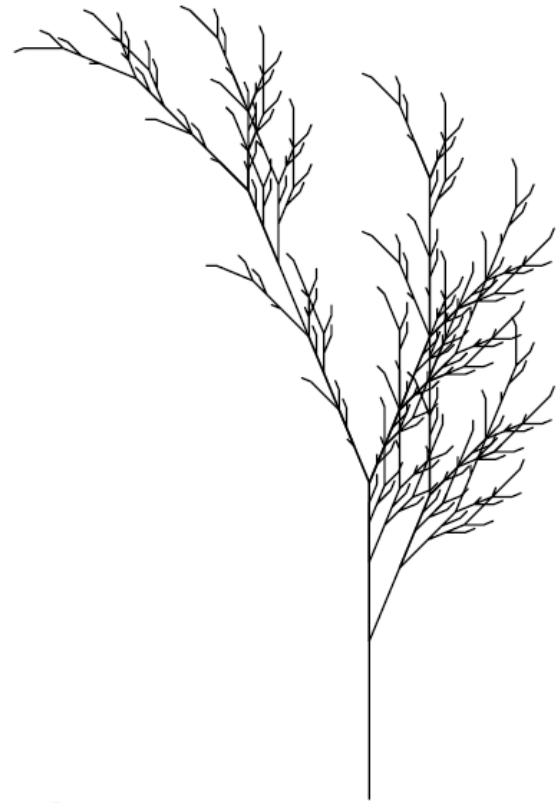
# Modelowanie drzewa



**d**  
 $n=7, \delta=20^\circ$   
 $X$   
 $X \rightarrow F [+X] F [-X] +X$   
 $F \rightarrow FF$



**e**  
 $n=7, \delta=25.7^\circ$   
 $X$   
 $X \rightarrow F [+X] [-X] FX$   
 $F \rightarrow FF$



**f**  
 $n=5, \delta=22.5^\circ$   
 $X$   
 $X \rightarrow F - [ [X] +X ] +F [+FX] -X$   
 $F \rightarrow FF$

# Modelowanie drzewa



$n=7$ ,  $\delta=22.5^\circ$

$\omega$  : A

$p_1$  : A  $\rightarrow$  [&FL!A]/////' [&FL!A]/////' [&FL!A]

$p_2$  : F  $\rightarrow$  S ///// F

$p_3$  : S  $\rightarrow$  F L

$p_4$  : L  $\rightarrow$  [ ' ' ' ^ ^ { -f+f+f- | -f+f+f } ]

# Modelowanie drzewa

! Zmniejsz indeks segmentów

' zwiększ numer koloru

+ - obrót

∧ obrót

&^ obrót

F krawędź

L liść

A rozgałęzienie



A → [&FL!A] // // // ' [&FL!A] // // // // ' [&FL!A]

[&FL!A] =

[ stan na stos, & obrót, F rysowanie segmentu,

L rysowanie liścia, A nowe rozgałęzienie ] stan ze stosu

// // // ' obrót i zmiana koloru

# Modelowanie drzewa

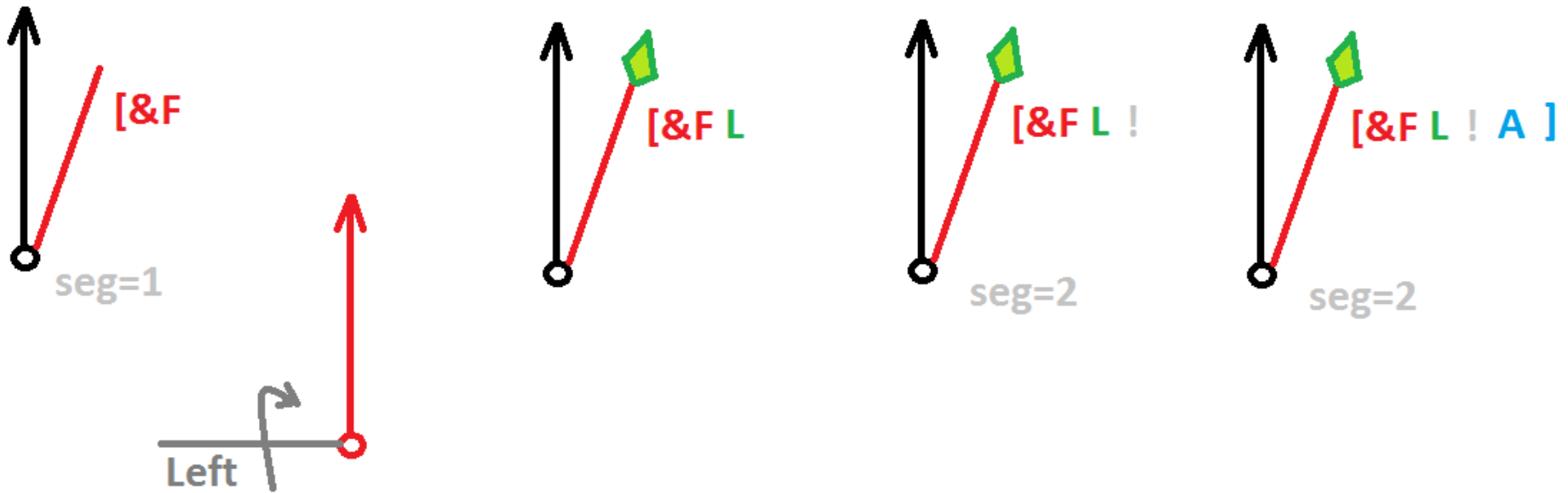
! Zmniejsz indeks segmentów

F rysuj krawędź

A rozgałęzienie

&^ obrót wokół lewej ręki

L rysuj liść



A → [&FL!A] // // // // ' [&FL!A] // // // // // ' [&FL!A]





# Modelowanie drzewa

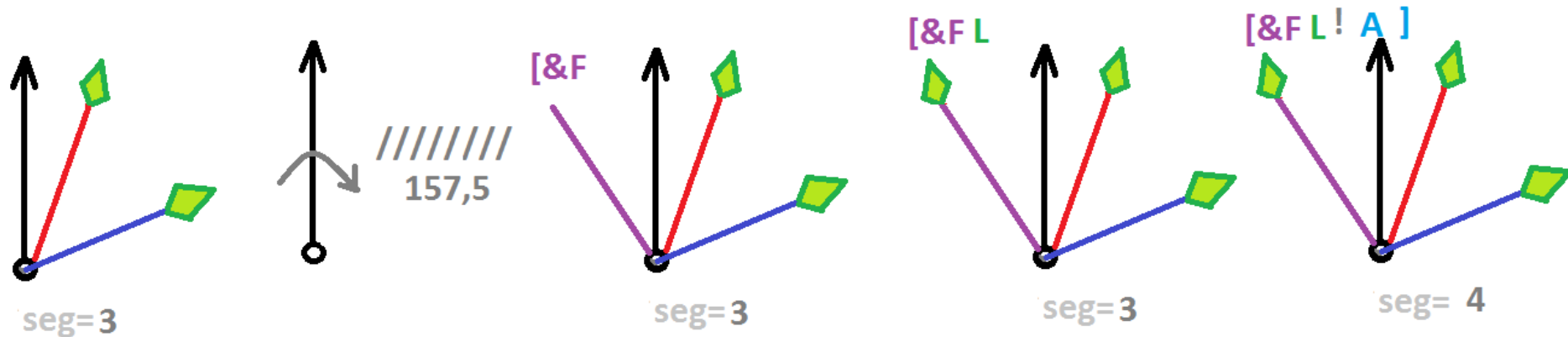
! Zmniejsz indeks segmentów

F rysuj krawędź

A rozgałęzienie

&^ obrót wokół lewej ręki

L rysuj liść



A → [&FL!A] // // // // ' [&FL!A] // // // // // // ' [&FL!A]

# Modelowanie drzewa

/ obrót zgodnie z ruchem wskazówek zegara wzdłuż osi do przodu

F krawędź

L liść

F → S // // // // F

S → F L



$$5 * 22,5 = 112,5$$

S = wygeneruj segment oraz narysuj liścia

////// Obracanie płaszczyzny dla następnego liścia

F od nowa (czyli wygeneruje segment i narysuj następnego liścia)

potem znowu obróć płaszczyznę dla następnego liścia

# Modelowanie drzewa

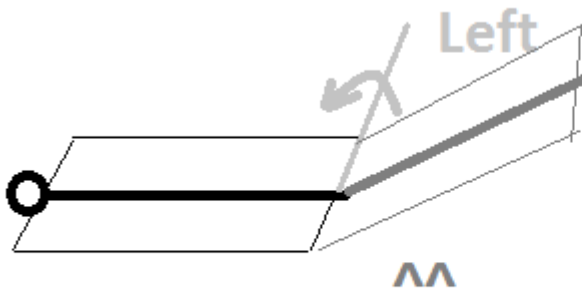
[ zapamiętaj stan

' zmień odcień koloru (do rysowania liścia)

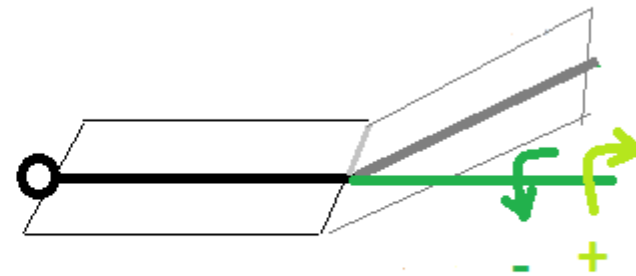
^ obróć wokół lewej ręki, przeciwnie do ruch wskazówek zegara

} obrysuj kontur

f przesunij bez rysowania



$$2 * 22,5 = 45 \text{deg}$$



L → [ ' ' ' ^ ^ { -f +f +f - | -f +f +f } ]

# Modelowanie drzewa

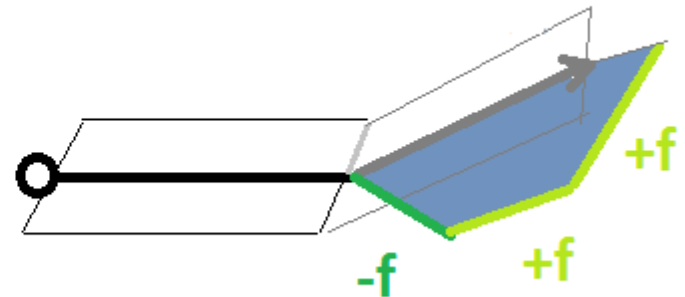
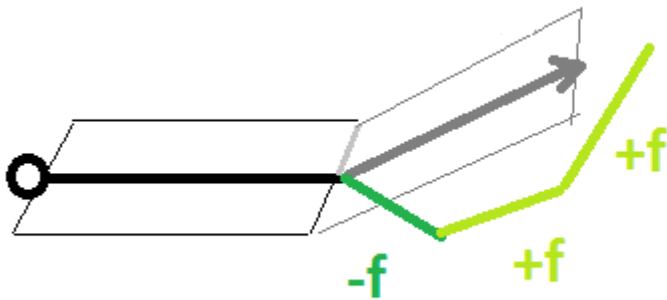
[ zapamiętaj stan

' zmień odcień koloru (do rysowania liścia)

^ obróć wokół lewej ręki, przeciwnie do ruchu wskazówek zegara

} obrysuj kontur

f przesunij bez rysowania



$L \rightarrow [ ' ' ' ^ ^ \{ -f +f +f - \mid -f +f +f \} ]$

# Modelowanie drzewa

! Zmniejsz indeks segmentów

' zwiększ numer koloru

+ - obrót

∧ obrót

&^ obrót

F rysuj krawędź

f przesun bez rysowania

L liść

A rozgałęzienie

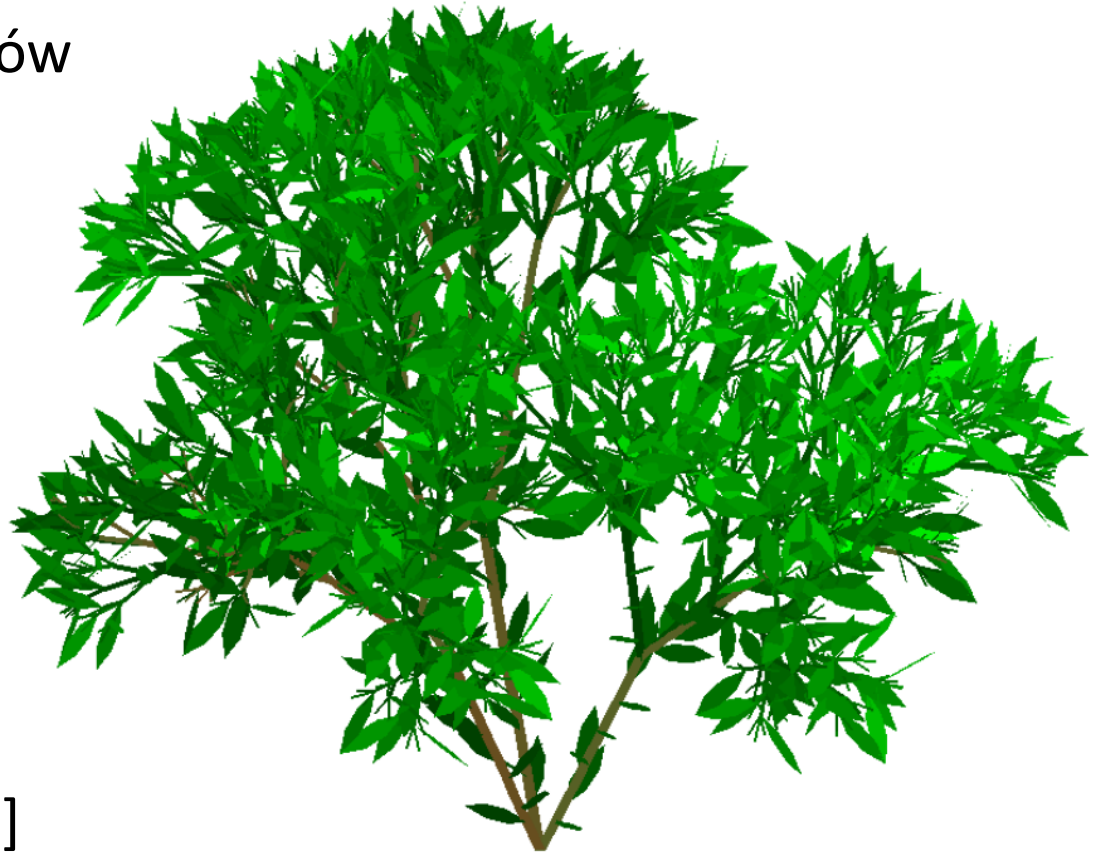
L → [ "' ^ ^ { -f+f+f- } | { -f+f+f } ]

[ stan na stos "' zmiana kolorów ^ ^ obrót

{ -f+f+f- } narysowanie zamalowanego liścia: -/+ obroty,

f rysowanie {} zamalowanie segmentu

] stan ze stosu



# Modelowanie drzewa

Japońskie drzewo



# Modelowanie drzewa

Japońskie drzewo - produkcje

$n=5, \delta=18^\circ$

$\omega$  : plant

$p_1$  : plant  $\rightarrow$  internode + [ plant + flower ] - - //  
 [ - - leaf ] internode [ + + leaf ] -  
 [ plant flower ] + + plant flower

$p_2$  : internode  $\rightarrow$  F seg [ // & & leaf ] [ // ^ ^ leaf ] F seg

$p_3$  : seg  $\rightarrow$  seg F seg

$p_4$  : leaf  $\rightarrow$  [ ' { +f-ff-f+ | +f-ff-f } ]

$p_5$  : flower  $\rightarrow$  [ & & & pedicel ' / wedge ///// wedge /////  
 wedge ///// wedge ///// wedge ]

$p_6$  : pedicel  $\rightarrow$  FF

$p_7$  : wedge  $\rightarrow$  [ ' ^ F ] [ { & & & & -f+f | -f+f } ]





# Modelowanie drzewa

$\wedge$  obrót w kierunku osi x (lokalny układ rysowacza)

$\&^{\wedge}$  obrót w kierunku osi y (lokalny układ rysowacza)

$+ -$  obrót w kierunku osi z (lokalny układ rysowacza)

[ stan na stos; ] stan ze stosu

f przesun bez rysowania

F rysuj krawędź

$n=5, \delta=18^\circ$

$\omega$  : plant

$p_1$  : plant  $\rightarrow$  internode + [ plant + flower ] - - //  
[ - - leaf ] internode [ + + leaf ] -  
[ plant flower ] + + plant flower

$p_2$  : internode  $\rightarrow$  F seg [ // & & leaf ] [ // ^ ^ leaf ] F seg

$p_3$  : seg  $\rightarrow$  seg F seg

$p_4$  : leaf  $\rightarrow$  [ ' { +f-ff-f+ | +f-ff-f } ]

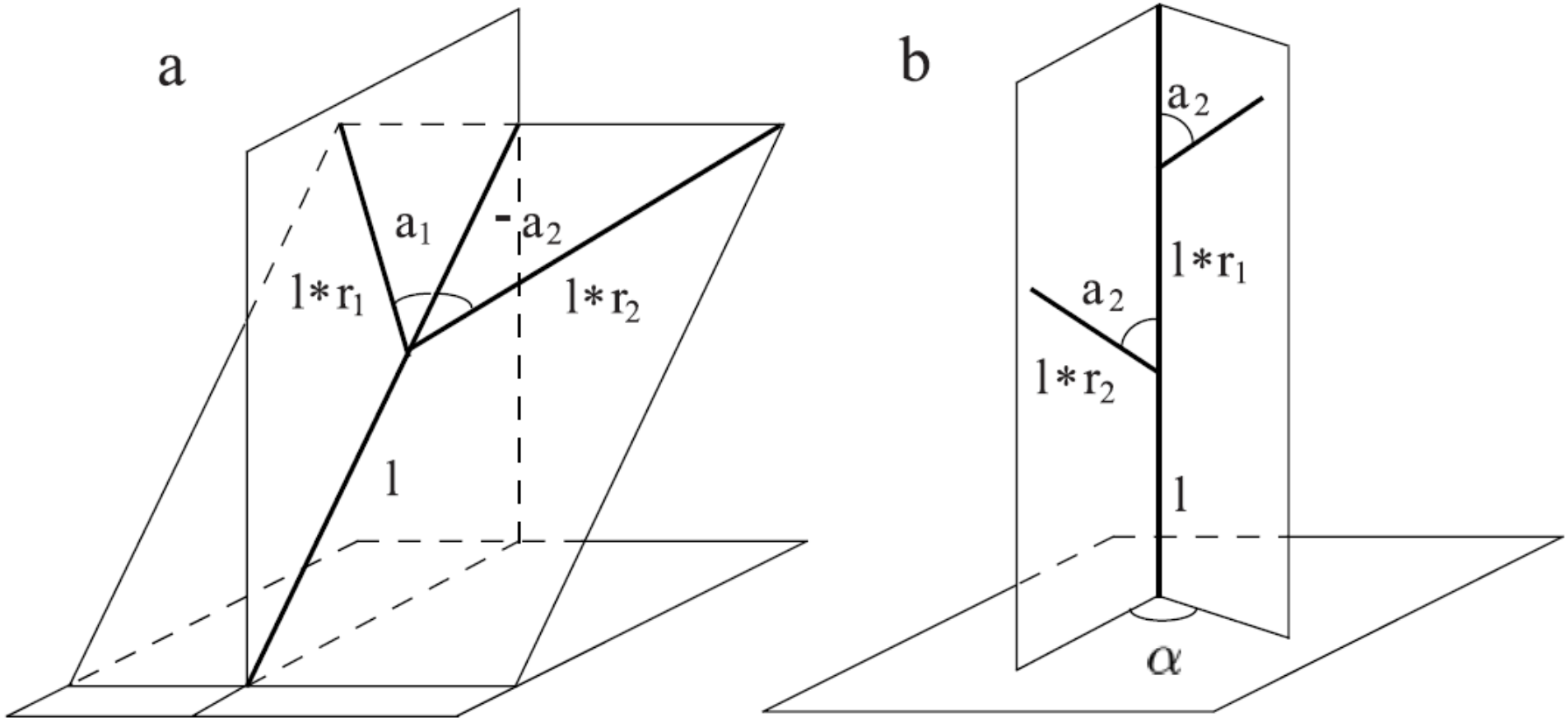
$p_5$  : flower  $\rightarrow$  [ & & & pedicel ' / wedge // // wedge // //  
wedge // // wedge // // wedge ]

$p_6$  : pedicel  $\rightarrow$  FF

$p_7$  : wedge  $\rightarrow$  [ ' ^ F ] [ { & & & -f+f | -f+f } ]

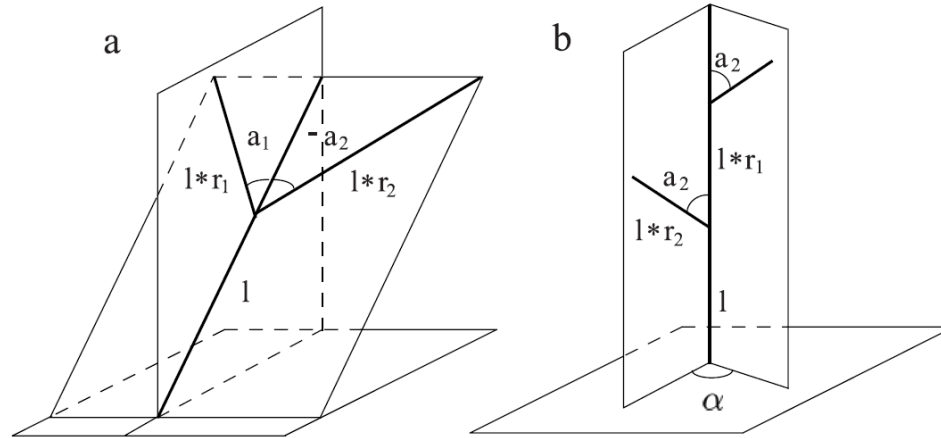
# Modelowanie drzewa

Opis geometrii drzewa (H. Honda) (gramatyki parametryczne)



# Modelowanie drzewa

## Opis geometrii drzewa



$n = 10$

```
#define r1 0.9 /* contraction ratio for the trunk */
#define r2 0.6 /* contraction ratio for branches */
#define a0 45 /* branching angle from the trunk */
#define a2 45 /* branching angle for lateral axes */
#define d 137.5 /* divergence angle */
#define wr 0.707 /* width decrease rate */
```

$\omega : A(1, 10)$

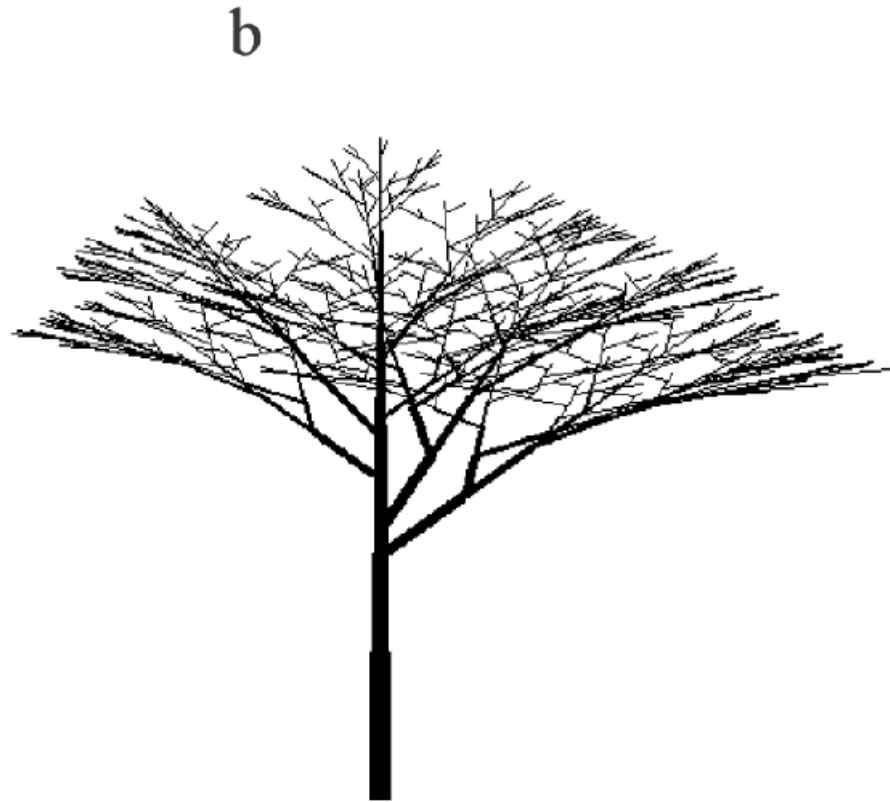
$p_1 : A(1, w) : * \rightarrow !(w)F(1) [ \&(a_0)B(l*r_2, w*w_r) ] / (d)A(l*r_1, w*w_r)$

$p_2 : B(1, w) : * \rightarrow !(w)F(1) [ -(a_2)\$C(l*r_2, w*w_r) ] C(l*r_1, w*w_r)$

$p_3 : C(1, w) : * \rightarrow !(w)F(1) [ +(a_2)\$B(l*r_2, w*w_r) ] B(l*r_1, w*w_r)$

# Modelowanie drzewa

Gramatyki parametryczne (H. Honda)



# Modelowanie drzewa

Gramatyki parametryczne (H. Honda)

