

Zestaw 11

GRAWITACJA

RUCH DRGAJĄCY

Zadania przygotowane wspólnie z dr inż. Leszkiem Adamczykiem

Przydatne stałe:

Stała grawitacyjna: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{s}^2 \cdot \text{kg})$

Przyspieszenie grawitacyjne na powierzchni Ziemi: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Masa Ziemi: $M_Z = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Średni promień Ziemi: $R_Z = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

Grawitacja

1. Pewien satelita znajduje się przez cały czas nad określonym miejscem na równiku Ziemi. Na jakiej wysokości nad powierzchnią Ziemi znajduje się ten satelita (jego orbitę nazywamy *geostacjonarną*)?

Ruch drgający

1. Oscylator ma postać klocka o masie 0,5 kg, umocowanego na sprężynie. Po wprowadzeniu w drgania o amplitudzie 35 cm oscylator powtarza swój ruch co 0,5 s. Wyznacz:
 - (a) okres drgań,
 - (b) częstotliwość drgań,
 - (c) częstość kołową,
 - (d) stałą sprężystości sprężyny,
 - (e) maksymalną prędkość,
 - (f) wartość maksymalnej siły, jaką sprężyna wywiera na klocek.
2. Wyznacz energię mechaniczną układu klocek-sprężyna, wiedząc, że stała sprężystości wynosi 1,3 N/cm, a amplituda drgań 2,4 cm.
3. Wychodząc z drugiej zasady dynamiki pokaż, że drgania kulki o masie m znajdującej się na idealnie gładkim stole i przymocowanej do poziomej nieważkiej sprężyny o stałej sprężystości k są drganiami harmonicznymi, tzn. równaniem ruchu jest równanie $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$. Jaka jest częstość kołowa ω_0 i okres drgań T takiego układu? Pokaż poprzez bezpośrednie podstawienie, że obie funkcje $x(t) = x_m \cos(\omega_0 t + \alpha)$ oraz $x(t) = x_m \sin(\omega_0 t + \alpha)$ są równocześnie rozwiązaniami tego równania ruchu dla dowolnych wartości parametrów x_m i α . Koniec swobodnej sprężyny znajduje się w położeniu $x = 0$. W chwili $t = 0$ sprężynę rozciągnięto o x_m i puszczono swobodnie. Oblicz i naszkicuj zależność od czasu energii potencjalnej zmagazynowanej w sprężynie, energii kinetycznej kulki oraz całkowitej energii mechanicznej układu.

4. Wahadło matematyczne na powierzchni Ziemi posiada okres $T_z = 1$ s. Jaki byłby okres drgań tego wahadła po umieszczeniu go na powierzchni Księżyca? Masa Księżyca jest 83 razy mniejsza niż masa Ziemi, a jego promień 3,7 razy mniejszy.
5. Sznurek, do którego umocowano ciało o masie m , jest przywiązany do końca deski. Deska wykonuje drgania harmoniczne w kierunku pionowym o amplitudzie A . Jaka może być częstotliwość drgań, aby nie na której wisi ciało, nie zerwała się jeżeli wytrzymuje ona siłę naciągu N_0 ?
6. Podstawka na której leży ciało, wykonuje drgania harmoniczne w płaszczyźnie poziomej. Jaka może być przy danej amplitudzie A częstotliwość ν drgań podstawki, przy której ciało nie będzie się ślizgać, jeżeli współczynnik tarcia wynosi μ ?

Zadania dodatkowe (dla chętnych do samodzielnej pracy)

1. Wyznacz maksymalne przyspieszenie platformy drgającej z amplitudą 2,2 cm i częstotliwością 6,6 Hz.
2. Ostrze golarki elektrycznej porusza się tam i z powrotem ruchem harmonicznym z częstotliwością 120 Hz, pokonując dystans 2 mm. Znajdź:
 - (a) amplitudę ostrza,
 - (b) maksymalną wartość prędkości ostrza,
 - (c) maksymalną wartość przyspieszenia ostrza.
3. Mechaniczny zegar z kukłką odmierza czas na podstawie drgań masy na sprężynie. Masa ta może być ozdobną figurką, np. aniołkiem. Jak należy dobrać współczynnik sprężystości, aby uzyskać okres 0,5 s dla masy 0,015 kg?
4. Głośnik wytwarza dźwięk za pomocą drgającej membrany. Amplituda jej drgań nie może być większa niż $1 \mu\text{m}$. Dla jakiej częstotliwości wartość przyspieszenia membrany a jest równa g ? Czy dla większych częstotliwości a jest większe, czy mniejsze niż g ?
5. Znajdujące się na poziomej, idealnie gładkiej powierzchni ciało o masie 5 kg doczepiono do sprężyny o stałej sprężystości $k = 1000 \text{ N/m}$. Ciało odsunięto poziomo od położenia równowagi na odległość 50 cm i nadano mu prędkość początkową 10 m/s w kierunku położenia równowagi. Wyznacz:
 - (a) częstotliwość ruchu,
 - (b) początkową energię potencjalną układu ciało-sprężyna,
 - (c) początkową energię kinetyczną,
 - (d) amplitudę drgań.
6. Paczkę z rybami zawieszono na wadze sprężynowej.
 - (a) Jaki jest współczynnik sprężystości, jeśli przy masie paczki równej 10 kg sprężyna rozciąga się o 8 cm?
 - (b) Ile waży ryba, która rozciąga sprężynę o 5,50 cm?
 - (c) Kreski podziałki zostały naniesione co pół kilograma. Jak daleko od siebie leżą kreski?

7. Wahadło matematyczne o okresie drgań $2,00000$ s w jednym miejscu ($g = 9,80 \text{ m/s}^2$) zostało przeniesione do nowego miejsca, w którym okres drgań wynosi $1,99796$ s. Wyznacz przyspieszenie ziemskie w nowym miejscu.
8. Wahadło fizyczne ma postać metrowej linijki zawieszanej na osi umieszczonej w małym otworu wywierconym w odległości d od kreski oznaczającej 50 cm . Okres drgań wahadła wynosi $2,5$ s. Wyznacz d .
9. Wahadło matematyczne o długości $l_1 = 81 \text{ cm}$ wykonuje w pewnym czasie $n_1 = 20$ drgań. Jak należy zmienić długość tego wahadła, aby w tym samym czasie uzyskać $n_2 = 18$ drgań?
10. Amplituda słabo tłumiącego oscylatora maleje w każdym cyklu drgań o 3% . Jaka część energii mechanicznej tracona jest w każdym cyklu drgań?