

Zestaw 9

DYNAMIKA BRYŁY SZTYWNEJ

Zadania przygotowane wspólnie z dr inż. Leszkiem Adamczykiem

Momenty bezwładności dla wybranych brył sztywnych można znaleźć tutaj.

1. Oblicz moment bezwładności przymiaru metrowego o masie 0,56 kg względem osi prostopadłej do przymiaru i przechodzącej przez kreskę oznaczoną jako 20 cm (przyjmij, że przymiar można uważać za cienki pręt).
2. Jakie jest największe nachylenie wzgórza, jakie może pokonać samochód osobowy ze stałą prędkością jeśli w samochodzie napędzane są:
 - (a) Tylko przednie koła;
 - (b) Tylko tylne koła.
 - (c) Czy dysponując samochodem z napędem na przednie koła (jak większość współczesnych samochodów) należy wjeżdżać na strome oblodzone wzniesienie przodem czy tyłem?

Współczynnik tarcia statycznego wynosi μ_0 . Odległość między osiami wynosi l . Środek ciężkości samochodu znajduje się dokładnie w środku między osiami na wysokości h nad jezdnią.

3. Podczas odbicia się skoczek od trampoliny prędkość kątowna jego obrotu wokół środka masy wzrasta od zera do 6,2 rad/s w czasie 220 ms. Wyznacz wartość średniego przyspieszenia kątownego skoczka i średniego momentu siły, działającego na niego ze strony trampoliny, jeśli moment bezwładności skoczka względem jego środka masy wynosi $12 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.
4. Jednorodna pełna kula stacza się bez poślizgu po pochylonej płaszczyźnie. Płaszczyzna tworzy kąt α z poziomem. Kula w chwili początkowej jest w spoczynku. Moment bezwładności kuli względem osi obrotu wynosi $\frac{2}{5}mr^2$, gdzie m jest masą kuli a r jej promieniem.
 - (a) Wyznacz przyspieszenie liniowe środka masy kuli.
 - (b) Po jakim czasie kula przebędzie odległość s ?
 - (c) Jaką prędkość będzie wtedy miał środek masy kuli?
 - (d) Oblicz prędkość z punktu (c) wychodząc z zasady zachowania energii.
5. Koło o masie 32 kg, które można uważać za cienką obręcz o promieniu 1,2 m, obraca się z prędkością 280 obrotów/min. Trzeba je zatrzymać w czasie 15 s.
 - (a) Jaką pracę należy przy tym wykonać?
 - (b) Jaka średnia moc jest do tego potrzebna?
6. Wystrzelona z karabinu kula o masie m i prędkości v wbija się prostopadle w koniec pionowo wiszącego pręta o długości l i masie M , który może swobodnie obracać się dookoła osi poziomej przechodzącej prostopadle przez jego drugi koniec. Obliczyć kąt α o jaki odchylił się pręt, zakładając że $0 \leq \alpha \leq \pi$.

7. Człowiek stoi na platformie, obracającej się bez tarcia z prędkością kątową $1,2$ obrotów/s, i w każdej z wyciągniętych w bok rąk trzyma cegłę. Moment bezwładności układu złożonego z człowieka, cegieł i platformy względem osi obrotu wynosi $6 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Przyciągając cegły do tułowia, człowiek zmniejsza moment bezwładności układu do wartości $2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.
- (a) Ile wynosi prędkość kątowa platformy po wykonaniu przez człowieka tego manewru?
 - (b) Ile wynosi stosunek końcowej i początkowej energii kinetycznej układu?
 - (c) Kosztem jakiej energii zwiększyła się energia kinetyczna układu?

Zadania dodatkowe (dla chętnych do samodzielnej pracy):

1. Dwa jednorodne walce o takich samych masach, równych $1,25 \text{ kg}$, lecz o różnych promieniach podstawy, zostały wprawione — każdy z osobna — w ruch obrotowy wokół swej osi z prędkością kątową 235 rad/s . Ile wynosi energia kinetyczna ruchu obrotowego:
 - (a) Walca o mniejszym promieniu podstawy, równym $0,25 \text{ m}$,
 - (b) Walca o większym promieniu podstawy, równym $0,75 \text{ m}$?
2. Niewielką kulkę o masie $0,75 \text{ kg}$ przymocowano do końca pręta o długości $1,25 \text{ m}$ i znikomo małej masie, a drugi koniec pręta zawieszono na osi. Wyznacz moment siły działający na utworzone w ten sposób wahadło, gdy jest ono odchylone od pionu o kąt 30° .
3. Podczas otwierania drzwi naciskasz na nie prostopadle siłą $55,0 \text{ N}$ w odległości $0,850 \text{ m}$ od zawiasów. Jaki jest moment tej siły liczony względem zawiasów? Czy ma to znaczenie, jeśli naciskasz na tej samej wysokości co zawiasy? Załóż, że jest tylko jedna para zawiasów.
4. Załóżmy, że działasz siłą styczną o wartości 180 N na kamień szlifierski (jednorodna tarcza) o promieniu $0,280 \text{ m}$ i masie $75,0 \text{ kg}$.
 - (a) Jaki moment siły jest wywierany na kamień?
 - (b) Jakie jest przyspieszenie kątowe, przyjmując, że siły tarcia są do zaniedbania?
 - (c) Jakie jest przyspieszenie kątowe, jeśli siła tarcia wynosi $20,0 \text{ N}$ i jest wywierana na kamień w odległości $1,50 \text{ cm}$ od osi obrotu?
5. Turbina wiatrowa obraca się z częstotliwością 20 obr/min . Jeśli jej moc wynosi $2,0 \text{ MW}$, to jaki jest generowany przez wiatr moment siły działający na turbinę?
6. Obręcz o masie 140 kg toczy się po poziomej podłodze tak, że jej środek masy porusza się z prędkością $0,15 \text{ m/s}$. Ile wynosi praca, potrzebna do zatrzymania tej obręczy?
7. Walec o masie $40,0 \text{ kg}$ toczy się po poziomej powierzchni z prędkością $6,0 \text{ m/s}$. Jaka potrzebna jest praca, żeby go zatrzymać?

8. Wyznacz moment siły względem początku układu współrzędnych, jaki działa na cząstkę znajdującą się w punkcie o współrzędnych $(0, -4 \text{ m}, 3 \text{ m})$, na którą działa:

(a) Siła $\vec{F}_1$ o składowych $F_{1x} = 2 \text{ N}$ oraz $F_{1y} = F_{1z} = 0$,

(b) Siła $\vec{F}_2$ o składowych $F_{2x} = 0$ oraz $F_{2y} = 2 \text{ N}$ oraz $F_{2z} = 4 \text{ N}$.

Wyniki zapisz przy użyciu wektorów jednostkowych.

9. W pewnej chwili na ciało o masie $0,25 \text{ kg}$, wektorze położenia $\vec{r} = (2\hat{i} - 2\hat{k}) \text{ m}$ i wektorze prędkości $\vec{v} = (-5\hat{i} + 5\hat{k}) \text{ m/s}$ działa siła $\vec{F} = 4\hat{j} \text{ N}$. Wyznacz moment pędu ciała i działający na nie moment siły względem początku układu współrzędnych. Wynik zapisz przy użyciu wektorów jednostkowych.

10. Głaz o masie 20 kg i promieniu 20 cm zaczyna się staczać ze wzgórza o wysokości 15 m . Ile wynosi jego moment pędu gdy:

(a) Jest w połowie drogi staczania się?

(b) Jest na końcu drogi staczania się?

11. Pełny walec o promieniu $10,0 \text{ cm}$ stacza się z równi z poślizgiem. Kąt nachylenia równi wynosi 30° , a współczynnik tarcia kinetycznego o jej powierzchnię $0,40$. Jakie jest przyspieszenie kątowe walca? Ile wynosi jego przyspieszenie liniowe?

12. Tarczę ścierną o momencie bezwładności równym $1,2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ umieszczono w uchwycie wiertarki elektrycznej, której silnik wytwarza moment siły o wartości $16 \text{ N}\cdot\text{m}$ względem osi tarczy, po czym uruchomiono wiertarkę. Oblicz:

(a) Moment pędu tarczy względem jej osi,

(b) Prędkość kątową tarczy, po 33 ms od włączenia silnika.

13. Masa Słońca wynosi $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, jego promień $7 \cdot 10^5 \text{ km}$, a jego okres obrotu to około 28 dni. Gdyby Słońce zapadło się (nastąpił kolaps grawitacyjny Słońca) do rozmiarów białego karła o promieniu $3,5 \cdot 10^3 \text{ km}$, to jaki byłby jego okres obrotu, przy założeniu, że podczas zapadania się część masy nie została wyrzucona na zewnątrz i w obu przypadkach Słońce można traktować jako kulę o stałej gęstości?