Rok 2 - „ Termodynamika i technika cieplna ”
Materiały do ćwiczeń audytoryjnych - teoria i zadania

(opr. dr inż. A. Gradowski , 3. 01. 2010)
Plik: Z-21zadan-2R-G3-w26

Wprowadzenie do zagadnienia procesu przewodzenia ciepła w warunkach ustalonych

1. Podstawowe pojęcia

Warunkiem zrozumienia podstawowych zagadnień wymiany ciepła na drodze przewodzenia jest dokładna znajomość podstawowych pojęć niezbędnych do matematyczno-fizycznego opisu przebiegu tego procesu. Ograniczymy się do pojęć:

a) układ podlegający badaniu,
b) ustalone (stacjonarne) i niestacjonarne (nieustalone) pole temperatury,
c) liniowe, płaskie i przestrzenne pole temperatury,
d) gradient temperatury,
e) pojęcie i równanie opisujące gęstość strumienia cieplnego,
f) podstawowe i „rozszerzone” parametry termofizyczne badanych ciał (5 parametrów),
g) opory cieplne przewodzenia i wymiany ciepła,
h) warunki jednoznaczności jako podstawa strategii rozwiązywania ogólnego równania różniczkowego przewodzenia ciepła (Fouriera).

Układem nazywamy wydzielony obszar przestrzenny w którym zachodzą wszystkie procesy podlegające badaniom, analizie i ujęciu w postaci bilansu ciepła, masy i energii. Nieustalone pole temperatury (nie temperatur !) to zależność funkcyjna w której zmienną zależną jest wartość temperatury a zmiennymi niezależnymi współrzędne położenia i czas. Jeżeli pole jest stacjonarne (ustalone) to zależy wyłącznie od współrzędnych, czyli nie zależy od czasu. Można też powiedzieć, że stacjonarny oznacza: niezmienny w czasie.

Zależnie od liczby współrzędnych pole temperatury może być:
a) liniowe, T= f(x, τ) lub T= f(x),
b) płaskie, T= f(x, y, τ) lub T= f(x, y),
c) przestrzenne, T= f(x, y, z, τ) lub T= f(x, y,z).

Przypadki pola płaskiego i przestrzennego są bardzo trudne a czasem niemożliwe do matematycznego opisu, wymagającego całkowania równania różniczkowego przewodzenia ciepła. Dlatego uproszczone modele matematyczne dotyczą bardzo często przypadku liniowego pola temperatury.

Gęstość strumienia cieplnego „q” jest to ilość ciepła wymieniana przez jednostkową powierzchnię ciała odniesiona do jednostki czasu, czyli:

$$q = \frac{dQ}{Fd\tau} \qquad [\ \frac{W}{m^2}\ ] \tag{1}$$

gdzie: F – pole powierzchni [m^2] przez którą przepływa elementarne ciepło dQ,
dQ - elementarne ciepło [J],
τ - czas [s].

Pojęcie gradientu temperatury definiowane jest ogólnie za pomocą pochodnej :

$$gradT = \frac{\partial T}{\partial x} \tag{2a}$$

a dla ustalonego, liniowego pola temperatury { T= f(x) } w postaci:

$$gradT = \frac{dT}{dx} \tag{2b}$$

Podstawowymi parametrami (współczynnikami) termofizycznymi (materiału formy, odlewu, materiałów izolacyjnych itp.) decydującymi o przebiegu procesu przewodzenia ciepła są:

a) λ - współczynnik przewodzenia ciepła $\left[\frac{W}{m \cdot K}\right]$, ($\lambda$ to litera „lambda"),

b) c - ciepło właściwe $\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$,

c) ρ - gęstość masy $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$, (litery „ro" nie należy mylić z podobna literą "p").

Dla ułatwienia matematycznego ujęcia przebiegu procesów cieplnych wprowadzono ponadto tzw. „rozszerzone" parametry termofizyczne (materiału formy, odlewu itp.), definiowane w oparciu o parametry podstawowe.

Należą do nich: współczynnik wyrównywania temperatury „a" (inna nazwa to współczynnik przewodzenia temperatury) i współczynnik akumulacji ciepła „b".

Współczynnik wyrównywania temperatury definiowany jest wzorem:

$$a = \frac{\lambda}{c\rho} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \left[\frac{m^2}{s}\right]$$

Natomiast współczynnik akumulacji ciepła określony jest zależnością:

$$b=\sqrt{\lambda \cdot c \cdot \rho}\,(\ ) \qquad \left[\frac{Ws^{1/2}}{m^2K}\right]$$

Nazwa tego współczynnika wynikła z faktu, że w pewnych zagadnieniach przewodzenia ilość akumulowanego w ciele ciepła jest proporcjonalna do wartości współczynnika akumulacji ciepła.

Niezbędnym warunkiem rozwiązania podstawowego równania rożniczkowego przewodzenia ciepła (Fouriera) odzwierciedlającego konkretny przypadek wymiany ciepła jest sformułowanie tzw. warunków jednoznaczności, czyli dodatkowych warunków ściśle określających rozpatrywane zagadnienie. Pozwala to na wydzielenie z nieskończonej liczby zjawisk przewodzenia ciepła - spełniających równanie różniczkowe Fouriera - ściśle określonego procesu, będącego przedmiotem naszych badań i uzyskanie jego matematycznego opisu, najczęściej w postaci równania pola temperatury.

W skład warunków jednoznaczności wchodzą:

1. warunki geometryczne, określające kształt badanego układu lub części w której zachodzi badany proces cieplny,
2. warunki fizyczne, opisujące właściwości (parametry) termofizyczne wszystkich podobszarów układu (np. metalu odlewu, materiału formy, materiału izolacyjnego),
3. warunki początkowe, określające pole temperatury układu w momencie przyjętym jako początkowy (τ = 0), przy czym występują one tylko w procesach nieustalonego przepływu ciepła, w których występuje nieustalone pole temperatury.
4. warunki brzegowe, które mogą być zadawane 4. sposobami.

Warunki brzegowe 1. i 3. rodzaju (najczęściej stosowane i oznaczane symbolami WB1r i WB3r) zostaną opisane w punkcie 3.

2. Model matematyczny ustalonego przepływu ciepła przez ściankę płaską

Równanie różniczkowe opisujące ustalone, liniowe temperatury ma postać:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \tag{1}$$

Wynika stąd wartość gradientu temperatury:

$$gradT = \frac{dT}{dx} = \frac{T_{2pow} - T_{1pow}}{g} \tag{2}$$

gdzie:
T_{1pow},T_{2pow} - temperatury obu powierzchni ścianki płaskiej,
.g – grubość ścianki (oznaczana często przez „ d ”).

Zgodnie z prawem Fouriera
.q = - λ gradT otrzymujemy dla ścianki płaskiej

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} = \lambda \frac{T_{1pow} - T_{2pow}}{d} \tag{3}$$

.lub

$$q = \frac{T_{1pow} - T_{2pow}}{S_\lambda} \tag{4}$$

Postać równania (4) uzyskano przy założeniu znajomości warunków brzegowych 1. Rodzaju (WB1r). Parametr cieplny występujący w mianowniku równania (4) nazywany jest oporem przewodzenia ciepła:

$$S_\lambda = \frac{d}{\lambda} ....\left[\frac{m^2K}{W}\right] \tag{5}$$

W odniesieniu do warunków brzegowych 3. rodzaju (WB3r) wprowadzono tzw. opór wymiany ciepła, równy:

$$S_{\alpha} = \frac{1}{\alpha} \ldots\ldots \left[\frac{m^2 K}{W} \right] \quad (6)$$

W przypadku ścianki wielowarstwowej (WB1r) w mianowniku równania (4) wystąpi suma wszystkich oporów cieplnych S_{λ}.

W przypadku przepływu ciepła - rozpatrywanego z wykorzystaniem WB3r – w mianowniku równania (4) wystąpi suma wszystkich oporów cieplnych (S_{α} , S_{λ}).

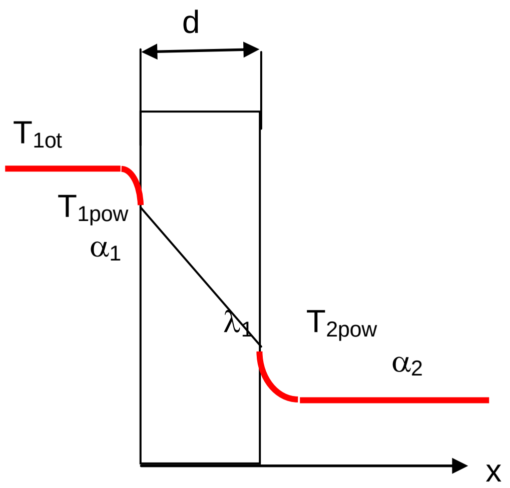
<u>Przykłady obliczeń</u>

ZADANIE 1

Ścianka grzejnika o grubości d = 6 mm i współczynniku przewodzenia ciepła równym λ = 40 W/(m K) oddziela ośrodki o temperaturach T_{1ot} = 90 ^{o} C i T_{2ot} = 20 ^{o} C. Współczynniki wymiany ciepła na obu powierzchniach wynoszą:
α_1 = 30 W/(m^2 K) i α_2 = 15 W/(m^2 K). Należy obliczyć:

a) opory cieplne w układzie,
b) gęstość strumienia cieplnego przepływającego w układzie,
c) temperatury obu powierzchni ścianek,
d) spadek temperatury i gradient temperatury w ściance,
e) gęstość strumienia cieplnego w oparciu o prawo Fouriera dla ścianki,
f) pole temperatury w ściance.
g) wartość temperatury w środku ścianki,
h) wartość temperatury w odległości 1 mm od zewnętrznej powierzchni ścianki.

Schemat układu



Rys.1. (Do zad. 1) Ustalony przepływ ciepła przez ściankę płaską jednowarstwową o grubościach d i współczynniku przewodzenia λ .

=======

<u>Obliczamy opory cieplne</u>:

R_{λ} = d / λ = 0,006 / 40 = 0,00015 m^2 K/ W
$R_{\alpha 1}$ = 1/ α_1 = 1/ 30 = 0,033 m^2 K/ W
$R_{\alpha 2}$ = 1/ α_2 = 1/ 15 = 0,067 m^2 K/ W .

Gęstość strumienia cieplnego:

$$q = \frac{T_{1ot}\text{-}T_{2ot}}{\Sigma R} = \frac{90-20}{0,033+0,00015+0,067} = 698,95 \quad ....W/m^2$$

Temperatury obu powierzchni ścianki:

$T_{1pow} = T_{1ot} – q/ \alpha_1 =$ 90 – 698,95 / 30 = 66,702 ^oC
$T_{2pow} = T_{2ot} + q/ \alpha_2 =$ 20 + 698,95 / 15 = 66,597 ^oC

Spadek temperatury w ściance:

$\Delta T = T_{2pow} – T_{1pow}$ = 66,597 – 66,702 = - 0,105 K

Gradient temperatury:

gradT = ΔT/ d = - 0,105 / 0,006 = - 17,474 K /m

Gęstość strumienia cieplnego w oparciu o prawo Fouriera dla ścianki :

q = - λ gradT = - 40 · (- 17,474) = 698,95 W/ m^2 .

Pole temperatury w ściance :

$$T = T_{1pow} + \frac{x}{d}(T_{2pow} \text{-} T_{1pow}) \quad = T_{1pow} + x \cdot \text{gradT}$$

T = 66,702 – 17,474 · x

Wartość temperatury w środku ścianki (x = 0,003) :

T = 66,702 – 17,474 · 0,003 = 66, 65 ^oC

Wartość temperatury w odległości 1 mm od zewnętrznej powierzchni ścianki :

Zgodnie z układem współrzędnych x = 0,005 m.
T = 66,702 – 17,474 · 0,005 = 66,615 ^oC

Koniec zad. 1

- - - - - - -

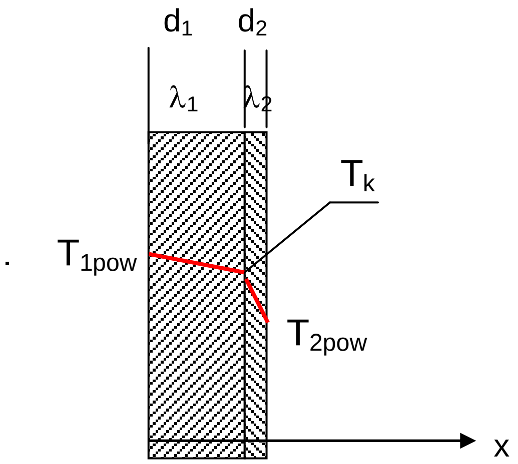
ZADANIE 2

Ścianka grzejnika żeliwnego posiada na powierzchni zewnętrznej warstwę lakieru, czyli jest 2. warstwowa w sensie cieplnym. Ustalone pole temperatury w ściance określone jest wartością temperatur na powierzchniach granicznych T_{1pow} = 100 ^oC i T_{2pow} = 50 ^oC (czyli znane są warunki brzegowe WB1r). Grubości metalu i lakieru wynoszą odpowiednio: d_{sg} = 3mm, d_{p1} = 0,1 mm. Drugi wariant dotyczy cieńszej grubości równej d_{p2} = 0,05 mm.

Współczynniki przewodzenia ciepła wynoszą 50 W/ (m K) dla żeliwa i 1 W/ (m K) dla warstwy lakieru.

Obliczyć:

a) temperaturę kontaktu metalu z lakierem,
b) gęstość strumienia cieplnego dla obu grubości warstwy lakieru.



Rys. do zad. 2. Schemat pola temperatury dla ustalonych warunków WB1r. Ścianka dwuwarstwowa o grubościach d_1 i d_2 i współczynnikach przewodzenia λ_1, λ_2 ($\lambda_2 < \lambda_1$) .

a) strumień cieplny q_A dla pierwszej warstwy lakieru (d_{p1} = 0,1 mm)

$$q_A = \frac{100\text{-}50}{\frac{0.003}{50} + \frac{0.0001}{1}} = 312500 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \mathrm{W/m^2}$$

b) temperatura kontaktu:
Strumień cieplny q_m w ściance metalowej

.$q_m = q_A = \lambda_1 / d_1 (T_{1pow} - T_k) = 312\,500$

$100 - T_k = 312500 \cdot \frac{0.003}{50} = 312.5 * 0.06 = 18{,}7$ K

$T_k = 81{,}3\ ^oC$.

c) strumień cieplny q_B dla cieńszej warstwy lakieru (d_{p2} = 0.05 mm)

$$q_B = \frac{100\text{-}50}{\frac{0.003}{50} + \frac{0.00005}{1}} = 454500 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \mathrm{W/m^2}$$

(Dokończyć)
============

ZADANIE 3

Ścianka pieca posiada warstwę ceramiczną (cegła szamotowa) i zewnętrzny pancerz stalowy. Grubość warstwy ceramicznej (d) wynosi 100 mm a jej współczynnik przewodzenia ciepła λ_c = 1,2 W/ (M K). W obszarze warstwy ceramicznej zmierzono temperatury na powierzchni zewnętrznej i wewnętrznej, równe odpowiednio:
T_{zew} = 1180 ^oC i T_{wew} = 1200 ^oC.
Obliczyć:

a) gradient temperatury,
b) gęstość strumienia cieplnego,

c) pole temperatury ścianki,
d) wartość temperatury $T_{śr}$ w połowie grubości ścianki.
Rozwiązanie

Zakładamy kierunek osi x w kierunku od środka pieca do otoczenia, co określa sposób obliczenia (znak) gradientu i kierunek wektora strumienia cieplnego.

$gradT = \Delta T/ d = (T_{zew} - T_{wew}) / d = (1180 -1200) / 0,1 = - 200$ K/ m
$q = - \lambda_c \text{ grad } T = - 1,2 \cdot (- 200) = 240$ W/ m^2 .
$T = T(x=0) + x \cdot \text{grad } T = T_{wew} - 200 \cdot x = 1200 - 200\, x$, [^oC]
Dla punktu w połowie grubości ścianki współrzędna $x = d/ 2 = 0,2 /2 = 0,05$ m
Czyli
$T_{śr} = T(x= d/2)= 1200 - 200 \cdot 0,05 = 1190$ ^oC.

ZADANIE 4

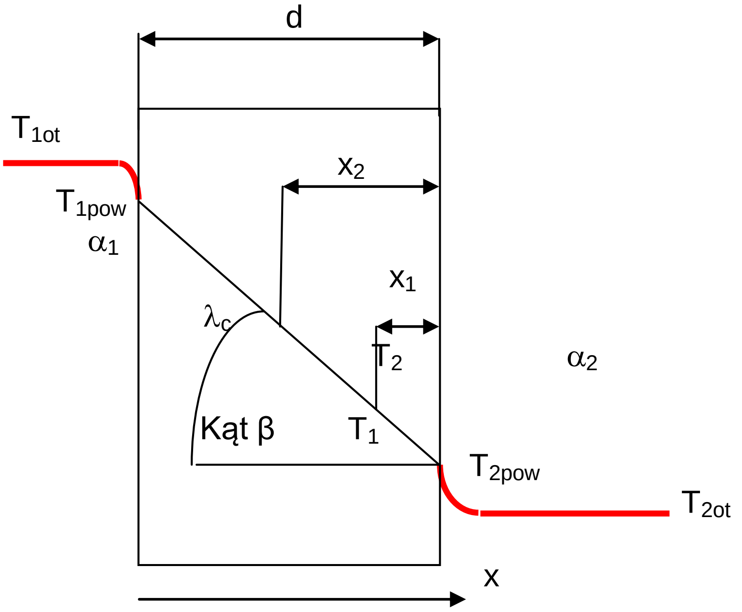
Za pomocą dwu termoelementów zmierzono temperatury w cegle domowego pieca grzewczego. Wartości temperatur w dwu odległościach od zewnętrznej powierzchni pieca wynosiły :

a) $T_1 = 30$ ^oC dla odległości $x_1 = 2$ mm,
b) $T_2 = 42$ ^oC dla odległości $x_2 = 5$ mm.

Grubość warstwy cegły wynosi 50 mm, przy wartości współczynnika przewodzenia ciepła równej $\lambda_c = 0,8$ W/ (M K). Zakładając temperaturę pomieszczenia (otoczenia) równą $T_{ot} = 20$ ^oC obliczyć:

a) gradient temperatury,
b) gęstość strumienia cieplnego,
c) temperatury na wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni ścianki,
d) całkowite straty ciepła w ciągu 1 godziny, jeżeli powierzchnia wymiany ciepła wynosi $F_{ot} = 3$ m^2,
e) współczynnik wymiany ciepła na zewnętrznej powierzchni pieca,
f) przy jakiej grubości cegły straty cieplne zmniejszą się o 20 %.

$gradT = \Delta T/ (d - x_1 + d + x_2) = (T_1 - T_2) / 0,003 = -12/ 0,003 = - 400$ K/m



Rys. do zad.4. Schemat pola temperatury ścianki pieca o grubości d.

Szukane temperatury:

$$.tg\,\beta = \frac{T_1 - T_{2pow}}{x_1} = \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1} \quad = -\,\mathrm{grad}\,T = 400\ \mathrm{K/m}$$

$T_{2pow} = T_1 - 400 \cdot x_1 = 30 - 400 \cdot 0{,}002 = 29{,}2\ ^oC$

Analogicznie :

$\frac{T_{1pow} - T_{2pow}}{d} =$ - grad T, skąd $T_{1pow} = 400 \cdot 0{,}05 + T_{2pow} = 20 + 29{,}2 = 49{,}2\ ^oC$

Strumień cieplny $q = -\lambda_c\,\mathrm{grad}\,T = -0{,}8 \cdot (-400) = 320\ \mathrm{W/m^2}$

Straty ciepła do otoczenia

$Q_{str} = q \cdot F_{ot} \,.\, \Delta\tau = 320 \cdot 3 \cdot 3600 = 3\,456\ \mathrm{kJ}$

Współczynnik wymiany ciepła

Zgodnie z prawem Newtona $q = \alpha(T_{pow2} - T_{ot})$, czyli :

$$.\alpha = \frac{q}{T_{pow2} - T_{ot}} = 320 / (29{,}2 - 20) = 34{,}8\ \mathrm{W/(m^2\,K)}.$$

= = = = = = = = = = =

… * * Dodatek C – Zadania na kolokwium dal grupy 3(Rok2) - 12.2009 * *

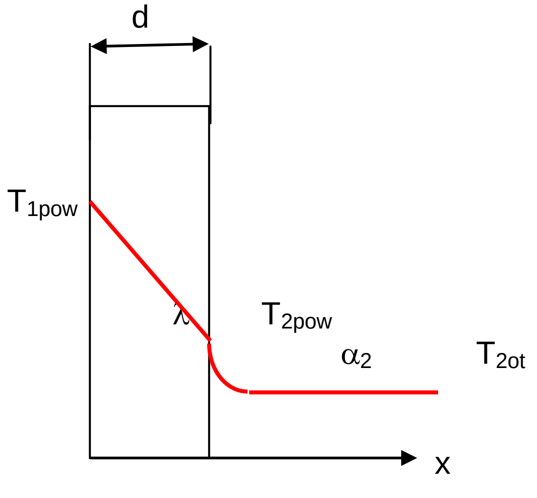
Zadanie A

ścianka płaska o grubości d = 10 mm i współczynniku przewodzenia ciepła równym $\lambda = 1\ \mathrm{W/(m\,K)}$ posiada na powierzchniach temperatury: $T_{1pow} = 200\ ^oC$ i $T_{2pow} = 30\ ^oC$. Temperatura otoczenia po prawej stronie ścianki $T_{ot2} = 20\ ^oC$.

Należy obliczyć:

a) gęstość strumienia cieplnego przewodzonego przez ściankę,
b) wartość współczynnika wymiany ciepła α_2 .

Schemat układu



Rys.1.(do zad. A). Ścianka płaska grubości d i współczynniku przewodzenia λ .

a) gradient temperatury i strumień :

gradT = $\Delta T/ d = (T_{2pow} - T_{2pow}) / d = (30 - 200) / 0{,}01 = - 17000$ K/ m
q = - λ grad T = - 1 $\cdot$ (- 170) = 170 W/ m^2.

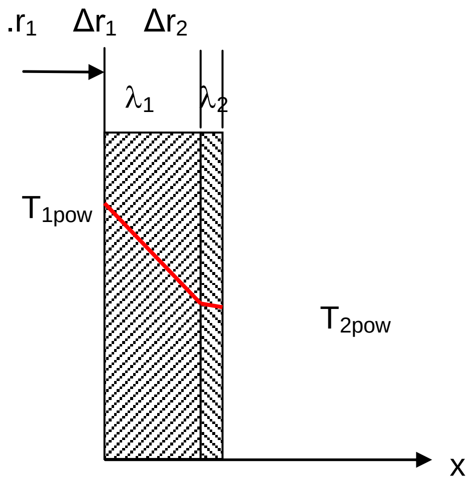
b) współczynnik wymiany ciepła :
Zgodnie z prawem Newtona q = α_2 ($T_{pow2} - T_{2ot}$) , czyli :

$$.\alpha_2 = \frac{q}{T_{pow2} - T_{2ot}} = 17000 / (30 - 20) = 170\,000 \text{ W/ } (m^2 \text{ K}).$$

Zadanie B (kolok.4.12)

Ścianka cylindryczna 2. warstwowa posiada promień wewnętrzny r_1 =100 mm oraz grubości ścianek (w kolejności od osi) odpowiednio : 20 mm i 10 mm. Temperatury powierzchni wewnętrznej (T_{pow1}) i zewnętrznej (T_{pow2}) wynoszą odpowiednio: 500 ^oC i 100 ^oC. Współczynniki przewodzenia: λ_1 = 4 W /(m K) i λ_2 = 50 W / (m K). Obliczyć liniową gęstość strumienia cieplnego q_L .

Streszczenie problemu: układ ma kształt cylindryczny i proces przewodzenia ciepła zachodzi zgodnie z warunkami WB1r. Liczba warstw wynosi n = 2.



Rys. do zad. B. Ścianka cylindryczna dwuwarstwowa o grubościach Δr_1 i Δr_2 i współczynnikach przewodzenia ciepła λ_1 , λ_2

$$\boxed{q_L = \frac{2\pi \left(T_{pow1} - T_{pow2}\right)}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}}$$ czyli:

$$\boxed{q_L = \frac{2\pi \left(T_{pow1} - T_{pow2}\right)}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{r_1 + 0{,}02}{r_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{r_1 + 0{,}02 + 0{,}01}{r_1 + 0.02}} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 400}{\frac{1}{4} \ln 1{,}2 + \frac{1}{50} \ln \frac{0{,}13}{0{,}12}}}$$

q_L = 2512 / (0,25 $\cdot$ 0,182 + 0,02 $\cdot$ 0,080) = 2512 / (0,0455 + 0,0016) = 53 333 W/ m

(Adam Gradowski)

Ciąg dalszy wg wersji W14

CZĘŚĆ 2 – ZADANIA 5 do 10 ******* Termodynamika, Rok 2

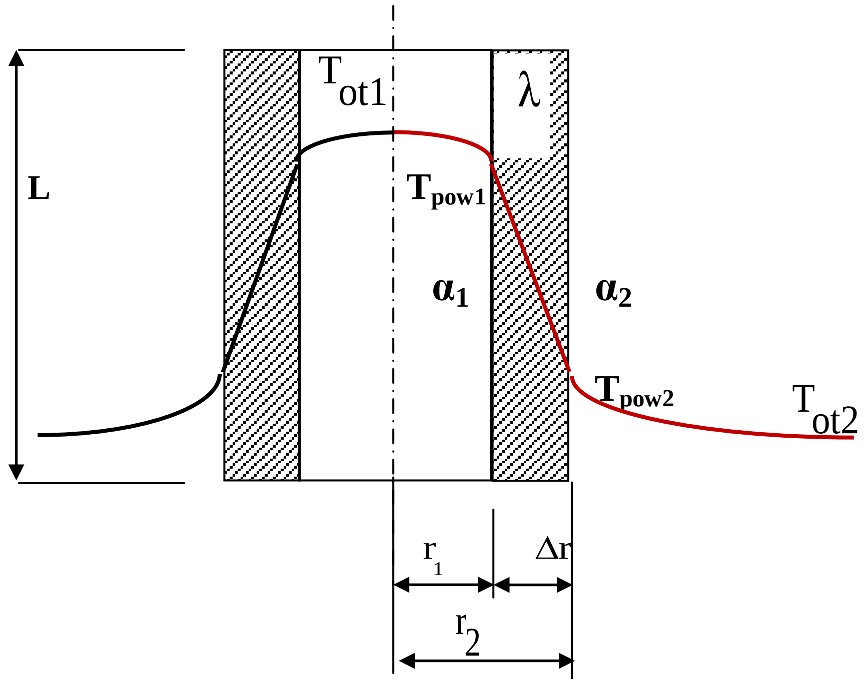
Materiały dydaktyczne dla grupy 3 (część 2)

Plik :Zad5678910-Cyl-Polp-Bila-gr3 ścian.cylind.& nagrz.półprzestrz.& Bilans#

*****

2. Ustalony przepływ ciepła przez ściankę cylindryczną dla różnych warunków brzegowych (1. rodzaju i 3. rodzaju)

2.1. Schemat cylindrycznego układu



Założenia modelowe i oznaczenia

a) ścianka ma kształt cylindryczny a przepływ ciepła występuje tylko w kierunku promieniowym,

b) na powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej wymiana ciepła zachodzi przy warunkach brzegowych 1 lub 3 rodzaju (4 różne przypadki).

c) w przypadku WB1r niezbędne jest zadanie temperatur T_{pow1} i T_{pow2},

d) w przypadku WB3r niezbędne jest określenie współczynników wymiany ciepła α_1 i α_2 oraz temperatur T_{ot1} i T_{ot2},

e) r_1 i r_2 to: promień wewnętrzny i zewnętrzny,

f) Δr - grubość ścianki jednowarstwowej.

Należy zaznaczyć, że ogólne rozwiązanie równania różniczkowego dla kształtu cylindrycznego stwarza możliwość jego zastosowania dla ścianek wielowarstwowych oraz dla różnych, mieszanych warunków brzegowych.
Przez pojęcie **liniowej gęstości strumienia cieplnego q_L** należy rozumieć ilość przepływającego ciepła odniesionego do jednostki długości ścianki dla jednostkowego interwału czasowego, zgodnie z definicją:

$$q_L = \frac{Q}{L\Delta\tau} \qquad [\mathrm{W/m}]$$

Q - całkowita ilość przepływającego ciepła [J].
Najogólniejsze równanie opisujące gęstość strumienia cieplnego dla ścianki cylindrycznej, wielowarstwowej - przy warunkach brzegowych 3 rodzaju (WB3r) dotyczących powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej - może być zapisane:

$$\boxed{q_L = \frac{2\pi\left(T_{ot1}-T_{ot2}\right)}{\frac{1}{\alpha_1 r_1}+\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i}+\frac{1}{\alpha_2 r_n}}} \qquad [\mathrm{W/m}]$$

W przypadku ścianki 1. .warstwowej (rys. 1) należy do ww. wzoru podstawić n= 1.

Dla ścianki wielowarstwowej i warunków WB1 rodzaju na obu powierzchniach otrzymamy równanie:

$$\boxed{q_L = \frac{2\pi\left(T_{pow1}-T_{pow2}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i}}} \qquad [\mathrm{W/m}]$$

Przykład mieszanych warunków brzegowych przedstawić można za pomocą przykładu obliczeniowego.

2.2. ZADANIE 5

Znana jest temperatura na wewnętrznej powierzchni jednowarstwowej ścianki cylindrycznej żeliwnej wynosząca 90 ^{o}C (WB1r). Średnica wewnętrzna ścianki wynosi d_1 = 200 mm przy grubości (Δr) równej 20 mm. Wymiana ciepła na powierzchni zewnętrznej przebiega zgodnie z warunkami brzegowymi 3. rodzaju (WB3r), przy współczynniku α_2 = 5 W/(m K) i temperaturze otoczenia równej 30 ^{o}C. Materiałem ścianki jest żeliwo. Obliczyć liniową gęstość strumienia cieplnego oraz całkowita ilość wymienianego ciepła dla ścianki o długości 1m w przedziale czasu Δτ równym 5 s. Obliczyć temperaturę powierzchni zewnętrznej T_{pow2}. Porównać obliczone ciepło całkowite z ilością ciepła dla geometrycznie „podobnej” ścianki płaskiej o takiej samej grubości.

Z tablic odczytujemy dla żeliwa współczynnik przewodzenia λ = 50 W/ (m K).

Równanie wyrażające przedstawiony wariant mieszanych warunków brzegowych ma postać:

$$\boxed{q_L = \frac{2\,\pi\,\left(T_{pow1} - T_{ot2}\right)}{\frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_1+\Delta r}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 (r_1+\Delta r)}}} \qquad [W/\,m]$$

. $r_1 = d_1/2 = 0{,}1$ m

$$\boxed{q_L = \frac{2\,\pi\,\left(90-30\right)}{\frac{1}{50}\ln\frac{0{,}1+0{,}02}{0{,}1} + \frac{1}{5(0{,}1+0{,}02)}}} \qquad [W/\,m]$$

q_L = 225 W/ m.

Całkowita ilość ciepła :

Q = q_L . L = 225 · 1 · 5 = 1125 J.

Spadek temperatury ΔT_{ot2} ($T_{pow2} - T_{ot2}$) na zewnętrznej powierzchni ścianki wynika z prawa Newtona

$Q_{ot} = Q = \alpha_2\,(T_{pow2} - T_{ot2})\,F_2\,\Delta\tau$,

F_2 = 6,28 · 0,12 · 1 = 0,754 m^2, czyli

$\Delta T_{ot2} = Q_{ot} / (\alpha_2 F_2 \Delta\tau)$ = 1125 / (5 · 0,754 · 5) = 59,7 K.

Temperatura T_{pow2}

$T_{pow2} = T_{ot2} + \Delta T_{ot2}$ = 30 + 59,7 = 89,7 ^oC.

Geometrycznie podobna ścianka płaska posiada powierzchnię wymiany ciepła równą powierzchni odpowiadającej promieniowi opisującemu połowę grubości ścianki cylindrycznej. Średnia powierzchnia dla ścianki płaskiej

$$F_{śr}\ \boxed{= 2\,\pi L\,\frac{r_1 + r_1 + \Delta r}{2}} = 6{,}28 \cdot 1 \cdot 0{,}11 = 0{,}691\ m^2$$

Dla zadanych warunków brzegowych ilość ciepła – uwzględniająca sumę dwu oporów cieplnych - wynosi :

$$Q = \boxed{\frac{T_{1pow} - T_{2ot}}{\frac{\Delta r}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}} \cdot F_{śr} \cdot \Delta\tau = \boxed{\frac{90-30}{\frac{0{,}02}{50} + \frac{1}{5}}}\ 0{,}691 \cdot 5 = 1034\ J.$$

Przybliżone obliczenie wartości ciepła pociąga za sobą błąd równy około 9 %.

Koniec zadania 5.

3. Nieustalone pole temperatury półprzestrzeni dla warunków brzegowych WB1r (nagrzewanie lub stygnięcie)

3.1. Wstęp teoretyczny

Badany układ odlew-forma spełnia warunki teoretycznego modelu jednokierunkowego przepływu ciepła na drodze przewodzenia, co pozwala na jego matematyczne ujęcie w postaci równania różniczkowego Fouriera:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad (1)$$

. gdzie:

T – temperatura,

x – współrzędna (odległość) [m]

τ - czas [s]

a – współczynnik wyrównywania temperatury (definicja), [m^2/ s]

$$a = \frac{\lambda}{c\rho}$$

Rozwiązaniem równania (1) jest tzw. funkcja błędów Gaussa, opisująca pole temperatury:

$$\frac{T - T_{pow}}{T_0 - T_{pow}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{a\cdot\tau}}} e^{-u^2}du = \mathrm{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\cdot\tau}}\right) \qquad (2)$$

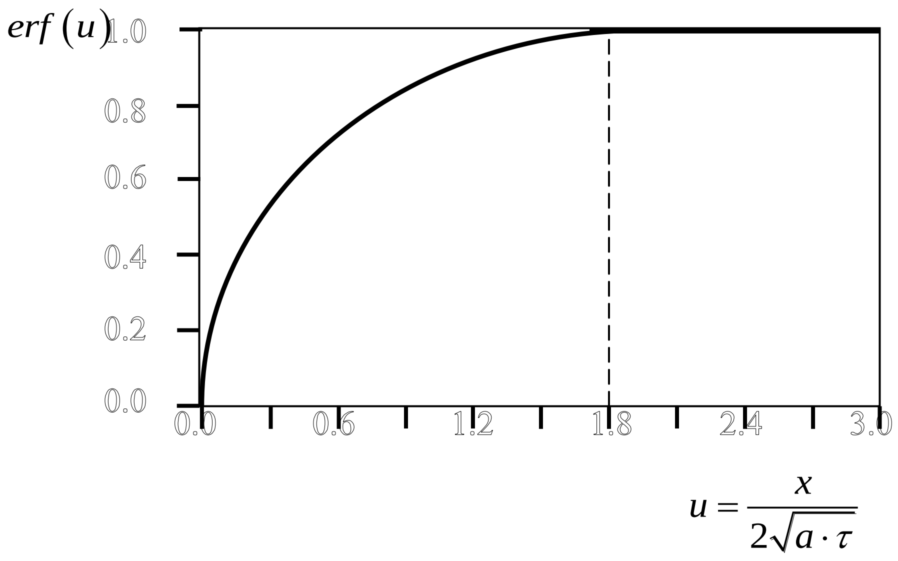
.gdzie : To – temperatura początkowa,

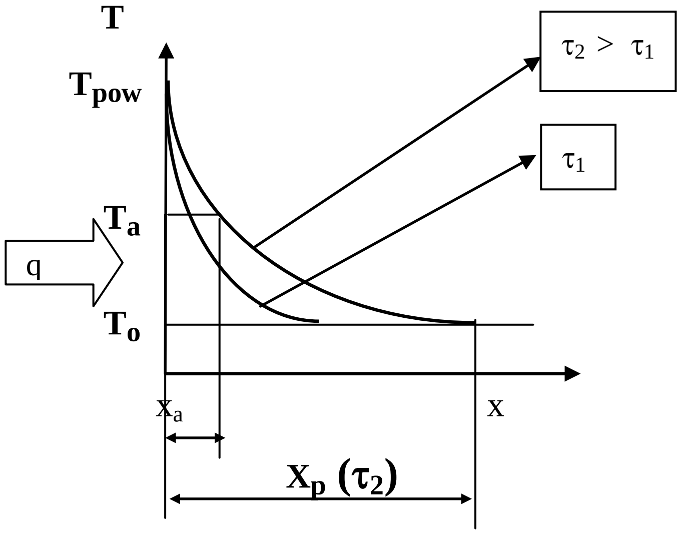
T_{pow} - temperatura powierzchni (stała).

Ułamek po lewej stronie równania (2) nazywamy bezwymiarową temperaturą (litera duże theta):

$$\theta = \frac{T - T_{pow}}{T_0 - T_{pow}} \qquad (3)$$

Wykres funkcji błędów (2) ma postać





Rys. 3. Schemat pola temperatury i głębokości przegrzania X_p dla dwu momentów czasowych (τ_1, τ_2)

Głębokość przegrzania wynika z zależności:

$$X_p = 3{,}6\ \sqrt{a_2\ \tau} \qquad , m \qquad (4)$$

Zastosowanie równania Fouriera (po obliczeniu gradientu temperatury) pozwala na określenie wartość strumienia cieplnego na powierzchni półprzestrzeni:

$$q_{pow} = \frac{\lambda\left(T_{pow} - T_o\right)}{\sqrt{a}\sqrt{\pi\,\tau}} = \frac{b\ \vartheta_{pow}}{\sqrt{\pi\,\tau}} \qquad (5)$$

$b = \sqrt{\lambda\ c\ \rho}$ - współczynnik akumulacji ciepła [W $s^{1/2}$/ m^2 K] (6)

ϑ - różnica temperatury lub spiętrzenie temperatury (małe theta),

np.: $\vartheta_{pow} = T_{pow} - T_0$ (7)

We wzorze (8) odjemnik jest temperaturą początkową półprzestrzeni.

Całkowite ciepło stygnięcia lub nagrzewania półprzestrzeni (lub ciał będących półprzestrzeniami w sensie cieplnym) wynika z całkowania równania (6) i wyrażone jest :

$$Q_{ak} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} b\left(T_{pow} - T_0\right) F\sqrt{\tau} \qquad [J] \qquad (9)$$

= = = =

3.2. ZADANIE 6

W grubościennej formie piaskowej krzepnie odlew staliwnej płyty. Znane są dla formy współczynnik przewodzenia ciepła λ_2 = 0,67 W/ (m K) i współczynnik wyrównywania temperatury $a_2 = 6 \cdot 10^{-8}$ m^2/ s (istnieje umowa, że parametry formy oznacza się indeksem 2).

Określić głębokość przegrzania formy w obszarze o płaskiej powierzchni nagrzewania dla czasu τ_1 = 150 s. Znaleźć prawo przemieszczania się w formie izotermy o temperaturze T_a = 800 ^oC. Obliczyć gęstość strumienia cieplnego q_{pow} przepływającego przez powierzchnię kontaktu dla momentu τ_1 = 150 s. Założyć, że w badanym interwale czasu procesu nagrzewania na powierzchni formy panuje temperatura równa temperaturze likwidusu dla staliwa o zawartości 0,3 % C (T_{lik} = 1520 ^oC).

Tabela danych

T_{pow}	T_o	T_a	τ_1	λ_2	a_2	zaw. C
1520 ^oC	20 ^oC	800 ^oC	150 s	0,67 W/ (m K)	$6 \cdot 10^{-8}$ m^2/ s	0,3 %

Głębokość przegrzania formy

$$X_p = 3,6 \sqrt{a_2 \tau_1} = 3,6 \sqrt{6 \cdot 10^{-8} \cdot 150} = 108 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 10,8 \text{ mm}$$

Prawo przemieszczania izotermy o temperaturze T_a :

$$\theta_a = \frac{T_a - T_{pow}}{T_0 - T_{pow}} = \frac{800-1520}{20-1520} = 0,48$$

$$\theta_a = \text{erf}(u_a)$$

$$.u_a = \text{arg erf}(\theta_a) = \text{arg erf}(0,48) = 0,455$$

$$.x_a = x_{800} = 2 \sqrt{a_2 \tau} \cdot \text{arg erf}(\theta_a) = 2 \cdot (6 \cdot 10^{-8} \cdot \tau)^{1/2} \cdot 0,455$$

$$x_{800} = 2,23 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{\tau} \quad \text{m.}$$

Gęstość strumienia cieplnego dla czasu 150 s

$$.b2 = \frac{\lambda_2}{\sqrt{a_2}} = 2700 \text{ W s}^{1/2}/ (\text{m}^2 \text{ K}).$$

$$q_{pow} = \frac{b_2 (T_{pow} - T_o)}{\sqrt{\pi \tau}} = \frac{2700 \cdot (1520-20)}{\sqrt{3,14 \cdot 150}}$$

$$.q_{pow} = \underline{1,86 \cdot 10^5 \text{ W/ m}^2}$$

K O N I E C zad 6 ** *Układ żelazo – węgiel – WL s. 314*

4. Rozwiązywanie problemów wymiany ciepła z zastosowaniem bilansu cieplnego

4.1. Pojęcie bilansu cieplnego

Załóżmy, że dwa ciała o różnych temperaturach umieścimy w układzie izolowanym termicznie (np. z wirtualną osłoną adiabatyczną). Powstanie pewne, nowe pole temperatur, z którego wynikną nowe gradienty temperatur wymuszające proces przepływu ciepła. W miarę upływu czasu wartości gradientów temperatury będą zmierzać do zera a cały układ zmierzał będzie do stanu termodynamicznej równowagi, w którym zapanuje jednakowa temperatura. Przykładem takiego układu jest zimna forma odlewnicza zapełniona (nie zalana !) ciekłym czyli gorącym metalem. Z zasady zachowania energii wynika, że ilość ciepła pobrana przez ciało chłodniejsze (forma) musi być równa ilości oddanej przez ciało cieplejsze (metal).

Bilans cieplny to algebraiczne zestawienie zmian cieplnych z uwzględnieniem wszystkich ciał istniejących w rozpatrywanym układzie. Po jednej stronie bilansu muszą być uwzględnione wszystkie ciała, które ciepło tracą (np. po lewej) a po przeciwnej wszystkie, które je pobierają. Przykładem może być bilans cieplny dla układu odlew-forma- otoczenie odniesiony do dowolnego interwału czasowego:

$Q_1 = Q_2 + Q_{ot}$ [J] (3)

gdzie: Q_1 – ciepło oddane przez metal odlewu,

Q_2 – ciepło pobrane przez materiał formy,

Q_{ot} – ciepło oddane do otoczenia.

Jeżeli forma jest grubościenna w sensie cieplnym to istnieje duży interwał czasowy w którym nie ma przepływu ciepła do otoczenia (np. do momentu całkowitego zakrzepnięcia odlewu).

Wtedy bilans miałby postać:

$Q_1 = Q_2$ [J] (4)

Jedną z fundamentalnych i najważniejszych zależności („definicji”) - opisujących elementarną zmianę ilości ciepła przy nagrzewaniu lub stygnięciu ciała - jest <u>równanie wyrażające elementarne ciepło akumulacji</u>, oparte na pojęciu ciepła właściwego. Ma ono postać:

$dQ_{ak} = m\ c\ dT$ [J] [5] , lub
$dQ_{ak} = V\ \rho\ c\ dT$ [J] [6]

gdzie: m – masa, c – ciepło właściwe, T - temperatura,
V – objętość, ρ - gęstość.

4.2. **ZADANIE 7**

Pojęcie ciepła przegrzania (Q_p) odnosi się do wartości ciepła jaką musi oddać odlew aby mógł się rozpocząć proces krzepnięcia metalu, który rozpoczyna się w stałej temperaturze krzepnięcia lub w temperaturze likwidusu. Załóżmy, że odlew aluminiowy o masie m = 50 kg oddał do formy ciepło przegrzania równe Q_p = 2600 kJ. Należy określić stopień przegrzania metalu ΔT_p będący - z definicji - różnicą między temperaturą początkową metalu w formie T_{1p} a temperaturą krzepnięcia aluminium. Obliczyć również wartość temperatury początkowej metalu w momencie zapełnienia wnęki formy. Temperatura krzepnięcia aluminium wynosi 660 ^oC. Istnieje umowa, że parametry metalu odlewu oznacza się indeksem dolnym 1.

Bilans ma postać

Ponieważ z definicji $\Delta T_p = T_{1p} - T_{kr}$, [K[

$Q_p = m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta T_p = m_1 c_1 (T_{1p} - T_{kr})$, [J]

Z tablic odczytujemy ciepło właściwe metalu odlewu (aluminium) wynosi c_1 = 1300 J/ (kg K)

Podstawiamy dane do bilansu:

$2\,600 \cdot 10^3 = 50 \cdot 1300 . \Delta T_p$, stąd stopień przegrzania

ΔT_p = 2000/ 50 = 40 K.

Temperatura początkowa $T_{1p} = T_{kr} + \Delta T_p$ = 660 + 40 = 700 ^oC

(iczba stron = 21)

4.3. **ZADANIE 8**

W formie piaskowej stygnie (odprowadzając ciepło przegrzania) a potem krzepnie (ciepło krzepnięcia) odlew aluminiowy o masie m = 50 kg. Ile ciepła musi zakumulować forma - grubościenna w sensie cieplnym – aby nastąpiło całkowite zakrzepnięcie odlewu (czas ten oznacza się przez τ_3). Przyjąć jako dane wartości podane w zadaniu 7. Ciepło krzepnięcia aluminium wynosi 390 000 J/kg.

Bilans cieplny ma postać:

$Q_{1p} + Q_{kr} = Q_2 + Q_{ot}$ gdzie:

Q_{1p} – ciepło przegrzania metalu odlewu (oznacza się też przez Q_p),

Q_{kr} – ciepło krzepnięcia metalu (aluminium),

Q_2 – ciepło akumulowane przez formę grubościenną (wartość szukana!),

Q_{ot} – ciepło oddawane do otoczenia przez zewnętrzna powierzchnię formy.

Forma grubościenna w sensie cieplnym nie oddaje ciepła do otoczenia przed czasem zakrzepnięcia odlewu, czyli Q_{ot} = 0.

Z danych w zadaniu nr 7 wynika:

$Q_{1p} = m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta T_p = 2600 \cdot 10^3$ J

Wartość całkowitego ciepła krzepnięcia Q_{kr} wynika z definicji „ ciepła krzepnięcia metalu L"

$L = Q_{kr} / m_1$ [J/ kg] , czyli :

$Q_{kr} = m_1 \cdot L$ [J]

Szukaną ilość ciepła Q_2 uzyskujemy z bilansu cieplnego po przekształceniu do postaci:

$Q_2 = Q_{1p} + Q_{kr}$ = 2 600 000 + 50 · 390 000 = 22 100 kJ = 22,1 MJ.

Koniec zadania 8.

Temat nr 5 – Zastosowanie bilansu do wyznaczenie współczynnika wymiany ciepła

ZADANIE 9 (dawniej nr 3, wg pliku : Z3-WspWymCieplaWB3-Pomiar-Zad3 –w7 * 25.11 do 8.12.09

(Termodynamika -Cz1)

Płyta mosiężna o grubości 2 mm chłodzona jest w powietrzu w warunkach konwekcji swobodnej. Duża wartość współczynnika przewodzenia ciepła mosiądzu (równa ok. 120 W/ m K dla temp. 100 ^oC) przy małej grubości ciała, pozwalają na pominięcie występującego w płycie - bardzo małego - spadku temperatury (rys. 1). Dane pomiarowe, uzyskane z termoelementu zamontowanego w płaszczyźnie symetrii płyty, pozwalają na uzyskanie czasowego przebiegu krzywej stygnięcia w postaci tabelarycznej (dyskretnej), stanowiącej dyskretny opis funkcji $T_{śr} = f(\tau)$. Ciało stygnie przy temperaturze otoczenia wynoszącej T_{ot} = 20 ^{o} C. Znaleźć zależność efektywnego współczynnika wymiany ciepła w funkcji temperatury chłodzonej powierzchni metalu. Uzyskane dane pomiarowe przedstawiono w tabeli 1.

Uwaga: pominięcie spadku temperatury w obszarze płyty pozwala na wykorzystanie zależności:

$T = T_{pow}$

TABELA 1. Przebieg krzywej stygnięcia ciała

Czas, s	0	10	20	30	40	50	60	70	80
T_{pow} ^oC	702	572	476	412	360	320	288	260	236
Czas, s	90	100	110	120	140	160	180	200	220
T_{pow} ^oC	216	198	183	170	147	129	114	101	90,5

Wprowadzenie teoretyczne

Do rozwiązania zadania potrzebne jest równanie bilansu cieplnego, sformułowane z użyciem szukanego współczynnika wymiany ciepła. Zapis tego bilansu wymaga przypomnienia dwu podstawowych zależności („definicji") opisujących elementarną zmianę ilości ciepła:

a) elementarne ciepło akumulacji (przy nagrzewaniu lub stygnięciu)
$dQ_{ak} = m\,c\,dT$ [J] lub
$dQ_{ak} = V\,\rho\,c\,dT$ [J]
gdzie: m – masa, c – ciepło właściwe, T - temperatura,
V – objętość, ρ - gęstość.

b) elementarne ciepło wymieniane na powierzchni ciała do otoczenia przy warunkach brzegowych 3. rodzaju (warunki brzegowe Newtona)
$dQ_{3r} = \alpha\,F(\,T_{pow} - T_{ot})$ [J], lub
$dQ_{3r} = \alpha\,F(\,T_{ot} - T_{pow})$ [J]
gdzie: α – efektywny współczynnik wymiany ciepła, $[W/(m^2\,K)]$
F – powierzchnia wymiany ciepła,
T_{pow} – temperatura powierzchni,
T_{ot} – temperatura otoczenia.

Rozwiązanie

Bilans cieplny ma postać :

$$dQ_{3r} = dQ_{ak}$$

Uwzględniając, że $dT_{pow} < 0$ otrzymamy:

$$\alpha(T_{pow} - T_{ot})F\,d\tau = -V_1\rho_1 c_1 dT_{pow} \qquad (1)$$

Wprowadzimy pojęcie charakterystycznego wymiaru płyty X_1 i pojęcie spiętrzenia temperatury ϑ_{pow}

$$X_1 = V_1 / F \qquad \text{oraz} \qquad \vartheta_{pow} = T_{pow} - T_{ot}$$

Po przekształceniach równania bilansu (1) otrzymamy równanie opisujące procedurę wyznaczanie szukanej wartości współczynnika wymiany:

$$\alpha = -X_1\rho_1 \frac{c_1}{\vartheta_{pow}} \frac{dT_{pow}}{d\tau} \qquad (2)$$

Z tablic odczytamy dla mosiądzu $\rho_1 = 8600$ kg/ m^3 oraz $c_1 = 390$ J/(kg K).
Łatwo wykazać, że wymiar X_1 to połowa grubości płyty czyli: $X_1 = V_1/\,F = g/\,2 = 0.001$ m

Poniższa tabela obrazuje pierwszą metodę rozwiązania zadania, przy odniesieniu obliczanych pochodnych do średniej wartości temperatury ciała (lub temperatury powierzchni!). Pochodną oblicza

TABELA 2a

τ	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
T_{pow}	702	572	476	412	360	320	288	260	236	216

- dT/dτ	13	9,6	6,4	5,2	4	3,2	2,8	2,4	2
$T_{pow.sr}$	636	524	444	386	340	304	274	248	226
α	70,8	63,9	50,6	47,6	41,9	37,8	37,0	35,3	32,6

TABELA 2b

τ	90	100	110	120	140	160	180	200	220

T_{pow}	216	198	183	170	147	129	114	101	90,5
$-dT/d\tau$	1,8	1,5	1,3	1,15	0,9	0,75	0,65	0,52	
$T_{pow.sr}$	207	190	176	158	138	122	107,5	96	
A	32,3	29,6	28	28	25,6	24,7	24,9	22,9	

Analiza obliczonych wartości współczynnika alfa wykazuje pewne niedokładności dla temperatur powierzchni płyty poniżej 125 stopni.

Dlatego zastosujemy drugą metodę rozwiązania problemu, polegającą na wygładzeniu przebiegu krzywej stygnięcia poprzez opisanie jej kształtu przy użyciu funkcji hiperbolicznej.

Analiza matematyczna dla wybranych punktów doświadczalnych krzywej stygnięcia ciała (płyty) pozwala na uzyskanie przybliżonego równania kinetyki stygnięcia w postaci:

$$T_{pow} = -43{,}8 + \frac{36093}{\tau + 48{,}8} \qquad (3)$$

Pochodna tej funkcji ma postać:

$$\frac{dT_{pow}}{d\tau} = -\frac{36093}{(\tau + 48{,}8)^2} \qquad (4)$$

Wzór końcowy ma zatem postać:

$$\alpha = X_1 \rho_1 c_1 \frac{36093}{\vartheta_{pow}(\tau + 48{,}8)^2} = 0{,}001 \cdot 8600 \cdot 390 \cdot \frac{36093}{\vartheta_{pow}(\tau + 48{,}8)^2} ....[W/m^2K] \qquad (5)$$

Aby uzyskać szukany przebieg zmienności współczynnika w zadanym zakresie temperatury powierzchni należy z równania (3) wyznaczyć:

$$\tau = \frac{36093}{T_{pow} + 43{,}8} - 48{,}8 \qquad (6)$$

Równania (5) i (6) pozwalają na uzyskanie wartości współczynnika wymiany ciepła jako funkcji temperatury powierzchni. Funkcję tę przedstawiono w tabeli 2 (wg programu komputerowego ALFA-Z7.exe).

Tabela 2. Wyniki końcowe przebiegu temperaturowej zmienności współczynnika wymiany ciepła według drugiej metody obliczeniowej

Temp. pow.	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	700
A	24,0	26,8	30,7	34,9	39,2	43,7	48,2	52,7	57,3	61,8	66,4	75,6

K O N I E C zadania 9

*****

(Plik :Zad123456789… W18 # ścian.cylind.& nagrz.półprzestrz.& Bilans #)**

ZADANIE 10 - Proces nagrzewania półprzestrzeni c.d.

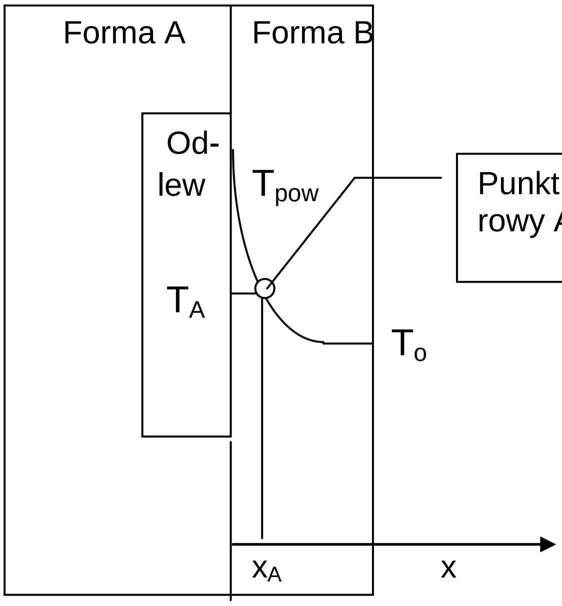
(podobne do zadania z ćwicz. audytoryjnych z dnia 26.11.2009)

W formie piaskowej spełniającej warunek nieograniczoności w sensie cieplnym, krzepnie odlew aluminiowej płyty. Przed momentem zakrzepnięcia odlewu, po upływie czasu równego τ_A = 360 s, zmierzono - za pomocą termoelementu - temperaturę formy piaskowej w odległości od powierzchni kontaktu odlew-forma równej x_A = 0,01 m. Jej wartość wyniosła T_A = 300 ^oC. Temperatura początkowa formy wynosiła T_o = 20 ^oC. Ponieważ czas pomiaru nie przekroczył czasu krzepnięcia odlewu, wynika stąd możliwość założenia wartości temperatury powierzchni T_{pow} równej temperaturze krzepnięcia odlewu, czyli

$T_{pow} = T_{kr}$ = 660 ^oC.

Wyznaczyć wartość współczynnika wyrównywania temperatury dla materiału formy a_2 oraz wartość współczynnika akumulacji b_2, jeżeli znamy gęstość i ciepło właściwe materiału formy równe: ρ_2 = 1700 kg/ m^3 i c_2 = 1100 J/ (kg K).

Schemat badanego układu



Punkt pomiarowy A musi spełniać równanie funkcji błędów, czyli

$$\Theta_A = \frac{T_A - T_{pow}}{T_0 - T_{pow}} = \mathrm{erf}\left(\frac{x_A}{2\sqrt{a_2\,\tau_A}}\right)$$

$$\Theta_A = \frac{480 - 660}{20 - 660} = 0{,}4375$$

$$u_A = \frac{x_A}{2\sqrt{a_2\tau_A}} = \arg\mathrm{erf}(\Theta_A) = \arg\mathrm{erf}\,(0{,}4375) = 0{,}41$$

$$a_2 = \left(\frac{0{,}01}{2\cdot 0{,}41\sqrt{360}}\right)^2 = \underline{4{,}13\cdot 10^{-7}\ \ m^2/s}$$

Z definicji powyższego współczynnika :

$$a_2 = \frac{\lambda_2}{c_2\ \rho_2}$$

otrzymamy : $\lambda_2 = a_2\ c_2\ \rho_2 = 4{,}13 \cdot 10^{-7} \cdot 1100 \cdot 1700$

λ_2 = <u>0,773 W/ (m K)</u>.

Współczynnik akumulacji $b_2 = \sqrt{\lambda_2 c_2 \rho_2} = (0{,}773 \cdot 1100 \cdot 1700)^{½}$

b_2 = <u>1202 W s$^{1/2}$/ (m^2 K)</u> .

Koniec zadania 10

\- - - - - - - - - - - - - - -

*** Uwagi a programu komputerowego „ Basic7.1"

Z Basica: tauc; a2c; lam2c, b2c

" 360 ** 4.13e-7 ** 0.773 ** 1202 ** u2c = 0.41 ** teta = 0.4375

ZADANIE 11

Temat : Nieustalone pole temperatury. Ciała klasyczne nagrzewane (ochładzane) w warunkach brzegowych 3. rodzaju

W celu optymalizacji czasu krzepnięcia węzła cieplnego odlewu staliwnego zastosowano ochładzalnik wewnętrzny o średnicy (d_o) równej 20 mm. Warunkiem poprawnego działania ochładzalnika jest zapewnienie możliwości jego dokładnego zespawania z materiałem odlewu. Temperatura zalewania metalu wynosi 1550 ^oC (0,5 % C) przy temperaturze likwidusu równej T_{lik} = 1450 ^oC. Temperatura początkowa ochładzalnika T_{po} = 20 ^oC.
Warunki brzegowe wymiany ciepła między ochładzalnikiem i ciekłym metalem opisuje współczynnik wymiany ciepła α_o = 900 W/ (m2 K). Sprawdzić możliwość zespawania ochładzalnika z metalem odlewu, zakładając, że proces ten rozpocznie się w połowie czasu krzepnięcia odlewu. Założyć czas krzepnięcia τ_3 = 2 min. Potrzebne dane przyjąć z tablic. Rozpatrzyć konieczność zmiany temperatury początkowej ochładzalnika T_{po}.

Rozwiązanie

Z tablic odczytujemy parametry ochładzalnika stalowego :

λ_o = 44 W/ (m K) , $a_o = 13{,}8 \cdot 10^{-6}$ m^2/s

Wymiar charakterystyczny: $X_1 = d_o/2 = 0{,}01$ m.

Szukamy wartości temperatury powierzchni walca dla czasu nagrzewania (τ_n) równego połowie czasu krzepnięcia odlewu, czyli dla $\tau_n = \tau_3 /2 = 120/ 2 =$ 60 s.

Obliczamy kolejno:

a) Liczba Fouriera: $Fo = \frac{a_o \cdot \tau_n}{X_o^2} = 13{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot 60 / 0{,}01^2$

Fo = 8,28

b) Liczba Biota: $Bi = \frac{\alpha_o}{\lambda_o} X_o = 900 \cdot 0{,}01/ 44 = 0{,}205$

Za pomocą nomogramu opisującego bezwymiarowe pole temperatury powierzchni nieskończonego walca dla wyznaczonych wyżej wartości Fo, Bi odczytujemy
Θ_o (Fo = 8,28; Bi = 0,205) = 0,038

Warunkiem zespawania ochładzalnika jest osiągnięci e przez niego temperatury powierzchni przekraczającej temperaturę likwidusu (1450 ^oC).
Z definicji bezwymiarowej temperatury

$$\Theta_o = \frac{T_{pow} - T_{ot}}{T_{po} - T_{ot}} = 0{,}038,$$

mamy: $T_{pow} = 0{,}038 \cdot (20 - 1500) + 1500 = 1443{,}8\ ^oC$

Ponieważ $T_{lik} = 1450\ ^oC$, z uzyskanej wartości temperatury T_{pow} wynika :
$T_{pow} < T_{lik}$, czyli
warunek zespawania ochładzalnika z metalem odlewu nie został spełniony.

Rozwiązaniem jest zmniejszenie średnicy ochładzalnika np. do wartości 16 mm, co daje $X_1 = 0{,}008$ m. Nowe wyniki :
$Bi = 900 \cdot 0{,}008 /44 = 0{,}163$
$Fo = 13{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot 60 / 0{,}008^2 = 12{,}9$

Z nomogramu mamy:
Θ_o (Fo = 12,9 ; Bi = 0,163) = 0,017
Stąd:

$T_{pow} = 0{,}017 \cdot (20 - 1500) + 1500 = 1474{,}8\ ^oC$

Dla poprawionej średnicy ochładzalnika warunek zespawania ochładzalnika z metalem odlewu został spełniony.

ZADANIE 12

Płyta żeliwna o grubości 60 mm posiada wymiary gabarytowe pozwalające na pominięcie ilości ciepła wymienianego przez jej powierzchnie czołowe. Warunki brzegowe procesu nagrzewania płyty określone są wartością temperatury otoczenia równej 700 ^oC oraz współczynnikiem wymiany ciepła równym $\alpha = 30$ W/(m^2 K). Temperatura początkowa procesu nagrzewania $T_o = 50\ ^oC$. Określić różnicę temperatur (spadek) pomiędzy środkiem i powierzchnią płyty po czasie $\tau = 12$ min. Potrzebne dane termofizyczne dla żeliwa przyjąć z tablic.

Analogiczne obliczenia wykonać także dla nieograniczonego walca o takim samym wymiarze charakterystycznym.

A. Rozwiązanie dla płyty

Z tablic odczytujemy dla żeliwa parametry :
. λ = 50 W/ (m K) , c = 540 J/ (kg K) oraz ρ = 7200 kg/ m^3
Wymiar charakterystyczny: X_1 = g/ 2 = 0,03 m.
Współczynnik wyrównywania temperatury
.a = λ /(c ρ) = 50 /(540 · 7200) = 12,9 · 10^{-6} m^2/s

Liczba Fouriera:

$$Fo = \frac{a \cdot \tau}{X_1^2} = 12{,}9 \cdot 10^{-6} \cdot 720 / 0{,}03^2 = 10{,}3$$

Liczba Biota: Bi = α · X_1 / λ = 30 · 0,03 / 50 = 0,018

Według wyznaczonych wartości kryteriów Fo i Bi odczytujemy z nomogramu dla płaszczyzny symetrii płyty:
Θ_s (Fo = 10,3 ; Bi = 0,018) = 0,84 (z dokładnością ok. 0,01)
.oraz dla powierzchni płyty:
Θ_{pow} (Fo = 10,3 ; Bi = 0,018) = 0,81 (z dokładnością ok. 0,01)

Temperatura w płaszczyźnie symetrii:
$T_s = (T_o - T_{ot}) \cdot \theta_s + T_{ot}$ = (50 - 700) · 0,84 + 700 = 154 ^oC
Dla powierzchni
$T_{pow} = (T_o - T_{ot}) \cdot \theta_{pow} + T_{ot}$ = (50 - 700) · 0,81 + 700 = 173 ^oC

Szukana różnica temperatur wynosi:
$\Delta T = T_{pow} - T_s$ = 173 – 154 = 19 K.

B. Rozwiązanie dla nieograniczonego walca

Dla wyznaczonych wartości kryteriów Fo i Bi odczytujemy z nomogramu dla osi walca :
Θ_{os} (Fo = 10,3 ; Bi = 0,018) = 0,70 (z dokładnością ok. 0,01).
.oraz dla powierzchni walca:
Θ_{pow} (Fo = 10,3 ; Bi = 0,018) = 0,67 (z dokładnością ok. 0,01).

Temperatura w osi walca :
$T_{os} = (T_o - T_{ot}) \cdot \theta_{os} + T_{ot}$ = (50 - 700) · 0,70 + 700 = 245 ^oC
Dla powierzchni walca :
$T_{pow} = (T_o - T_{ot}) \cdot \theta_{pow} + T_{ot}$ = (50 - 700) · 0,67 + 700 = 264 ^oC

Różnica temperatur dla walca wynosi:
$\Delta T = T_{pow} - T_{os}$ = 264 – 245 = 19 K.

Koniec zadania 12
W18

mail do grupy 3 : odlewnictwo3gr.@gmail.com

opracował : Adam Gradowski (20.12.2009)

Uwaga : Tylko dla grupy 3!

Wiadomość dot. laboratorium nr 7 (gr.3) : Sprawozdania do 10 stycznia 2010

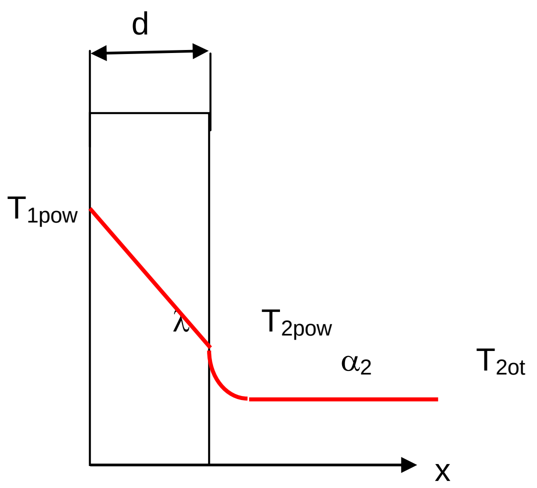
. * Dodatek C – Kolokwium dla grupy 3 *

Zadanie 13 (wersja poprzednia zawierała błędy - w20 po poprawie)

Ceramiczna ścianka płaska o grubości d = 100 mm i współczynniku przewodzenia ciepła równym λ = 0.9 W/(m K) posiada na powierzchniach temperatury: $T_{1pow} = 75\ ^oC$ i $T_{2pow} = 55\ ^oC$. Temperatura otoczenia po stronie zgodnej z powierzchnią „2" (na rys. po stronie „prawej") wynosi $T_{ot2} = 20\ ^oC$.
Należy obliczyć:

c) gęstość strumienia cieplnego przewodzonego przez ściankę,
d) wartość współczynnika wymiany ciepła α_2 .

Schemat układu



Rys.1.(do zad. 13). Ścianka płaska grubości d i współczynniku przewodzenia λ .

c) gradient temperatury i strumień :
gradT = $\Delta T / d = (T_{2pow} - T_{2pow}) / d = (55 - 75) / 0{,}1 = -200$ K/ m
$q = -\lambda$ grad T = $-1 \cdot (-170) = 180$ W/ m^2.

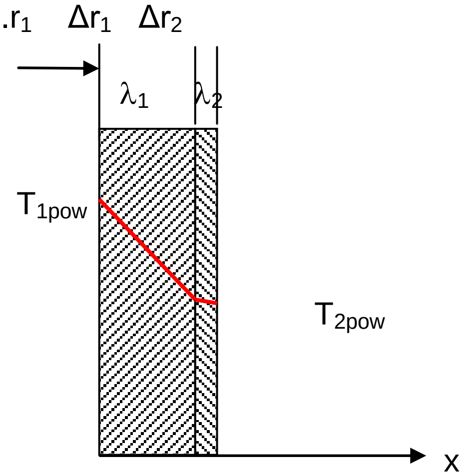
d) współczynnik wymiany ciepła :
Zgodnie z prawem Newtona $q = \alpha_2 (T_{pow2} - T_{2ot})$, czyli :

$$.\alpha_2 = \frac{q}{T_{pow2} - T_{2ot}} = \quad 180 / (55 - 20) = 5{,}14 \text{ W/ (m}^2\text{ K)}.$$

Zadanie 14 (kolokwium 4.12.)

Ścianka cylindryczna 2. warstwowa posiada promień wewnętrzny r_1 =100 mm oraz grubości ścianek (w kolejności od osi) odpowiednio: 20 mm i 10 mm. Temperatury powierzchni wewnętrznej (T_{pow1}) i zewnętrznej (T_{pow2}) wynoszą odpowiednio: 500 ^oC i 100 ^oC. Współczynniki przewodzenia ciepła λ_1 = 4 W/ (m K) i λ_2 = 50 W/(m K). Obliczyć liniową gęstość strumienia cieplnego q_L .

Streszczenie problemu: układ ma kształt cylindryczny i proces przewodzenia ciepła zachodzi zgodnie z warunkami WB1r. Liczba warstw wynosi n = 2.



Rys. do zad. B. Schemat ścianki cylindrycznej dwuwarstwowej o grubościach Δr_1 i Δr_2 i współczynnikach przewodzenia ciepła λ_1 , λ_2 .

$$\boxed{q_L = \frac{2\,\pi\,\left(T_{pow1} - T_{pow2}\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\,\ln\frac{r_{i+1}}{r_i}}}$$

czyli:

$$\boxed{q_L = \frac{2\,\pi\,\left(T_{pow1} - T_{pow2}\right)}{\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{r_1 + 0{,}02}{r_1} + \frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{r_1 + 0{,}02 + 0{,}01}{r_1 + 0.02}} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 400}{\frac{1}{4}\ln 1{,}2 + \frac{1}{50}\ln\frac{0{,}13}{0{,}12}}}$$

q_L = 2512 / (0,25 · 0,182 + 0,02 · 0,080) = 2512 / (0,0455 + 0,0016) = 53 333 W/ m

(Stan na dzień : 20.12.2009.)

<u>Uwaga: Zadanie tego typu może mieć różne warianty matematycznego ujęcia. Np. wariant drugi w zad. 14 gdy dane są :</u>

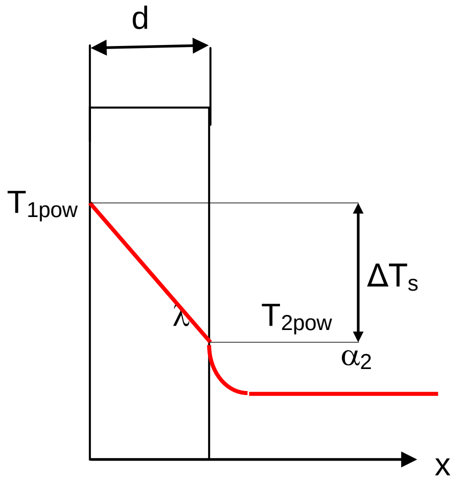
Współczynnik wymiany ciepła na powierzchni zewn. : α_2 = 3 (alfa) i temp. T_{2ot} = 20 ^oC.

Zadanie 15 (kolokwium 13. 01. 2010)

Ścianka płaska o grubości d = 100 mm i współczynniku przewodzenia ciepła równym λ = 0,5 W/(m K) posiada na powierzchni chłodzonej (zewnętrznej) temperaturę T_{2pow} = 60 ^{o} C , przy temperaturze otoczenia T_{ot2} = 20 ^{o}C. Wartość współczynnika wymiany ciepła α_2 = 5 W/ (m^2 K).
Należy obliczyć:

a) gęstość strumienia cieplnego wymienianego w układzie,
b) spadek temperatury ΔT_s i temperaturę T_{1pow}.

Schemat układu



Rys.1.(do zad. 15). Ścianka płaska o grubości d i współczynniku przewodzenia λ .

c) strumień cieplny wg prawa Newtona:

$$q = \alpha_2 (T_{2pow} - T_{2ot}) = 5 (60 - 20) = 200 \text{ W/ m}^2$$

d) opór cieplny ścianki :
$R = d/ \lambda = 0{,}1/ 0{,}5 = 0{,}2$ m^2 K/ W

e) grad T = q/ λ = 200/ 0,5 = 400 K/m

f) spadek temperatury:
ΔT_s = d . gradT = 0,1 . 400 = 40 K, lub
$\Delta T_s = q \cdot R = 200 \cdot 0{,}2 = 40$ K

g) temperatura T_{1pow}
$T_{1pow} = T_{2pow} + \Delta T_s = 60 + 40 = 100$ ^{o}C.

- - -

Zagadnienie 16: Natężenie przepływu gazu w rurociągu

Zadanie 16

W kotłowym podgrzewaczu powietrza zachodzi przemiana izobaryczna podczas której powietrze o temperaturze początkowej T_1 = 100 ^oC podgrzewane jest do temperatury końcowej równej T_2 = 250 ^oC, przy ciśnieniu powietrza równym p_{ot} = 1 bar.

Obliczyć ilość ciepła Q* pobieraną przez powietrze jeżeli jego masowe natężenie przepływu wynosi $\dot{m}$ = 30 kg/ s. Obliczyć średnią, liniową prędkość przepływu w przewodzie (kanale) wylotowym podgrzewacza, jeżeli sumaryczny przekrój kanałów przepływowych wynosi F = 3 m^2. Potrzebne dane przyjąć z tablic dla temperatury średniej powietrza.

Wszystkie poniższe obliczenia wygodnie jest wykonać w odniesieniu do przedziału czasowego równego 1 s.

Dane:

a) średnie ciepło właściwe dla powietrza w zakresie temperatury 20 do 250 ^oC wynosi c_p = 1016 J/ (kg K),

b) <u>indywidualna</u> stała gazowa R = 287 J/(kg K).

W procesie izobarycznym przyrost ciepła jest równy przyrostowi entalpii (co wynika z 2. postaci 1. zasady termodynamiki).

Obliczamy kolejno:

1. Przyrost entalpii $\Delta i = c_p (T_2 – T_1)$ = 1016 $\cdot$ (250 – 20) = 233 700 J/ kg
2. Ilość ciepła :

   Q* = $\dot{m}$ Δi = 30 . 233 700 = 7 011 kJ/ s.
3. Gęstość powietrza (z równania stanu gazu):

   T_2 = 250 + 273 = 523 K

   .ρ_2 = p/ (R T_2) =100 000 /(287 $\cdot$ 523) = 0,666 kg/ m^3 .

4. Prędkość przepływu powietrza wynika z natężenia przepływu:

   $\dot{m} = w\,F\,\rho_2$, czyli $w = \dfrac{\dot{m}}{F\,\rho_2} = \dfrac{30}{3\cdot 0,666}$ = 15 m/ s.

   .w = 15 m/s.

---- --- --- --- --- --- ---

<u>Zadanie 17</u> Rozwiązanie zadania kolokwialnego z dnia 13.01.2010

Proces przepływu ciepła przez ściankę cylindryczną dwuwarstwową zachodzi zgodnie z parametrami, wynikającymi z mieszanych warunkach brzegowych (1 rodzaju w obszarze przyległym do powierzchni wewnętrznej i 3 rodzaju w obszarze zewnętrznym). Dane są parametry:

1. ścianka cylindryczna dwuwarstwowa posiada promień wewnętrzny R= 100mm
2. grubości ścianek składowych (od osi) są równe odpowiednio: 5 mm i 2mm, przy współczynnikach przewodzenia : λ_1 = 0,8 ; λ_2 = 50 W/ (m^2 K),
3. temperatura odpowiadająca powierzchni o promieniu 100 mm (WB1r) wynosi T_{pow1} = 100 ^oC,
4. temperatura otoczenia w obszarze zewnętrznym (tu WB3r !) jest równa T_{ot2} = 20 ^oC.

Liniowa gęstość strumienia wynosi :

$$q_L = \frac{2\,\pi\,\left(T_{pow1}\text{-}T_{ot2}\right)}{\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{100+5}{100}+\frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{105+2}{105}+\frac{1}{0{,}107\cdot 5}} = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot(100-20)}{\frac{1}{0{,}8}\ln 1{,}05+\frac{1}{50}\ln\frac{1{,}07}{1{,}05}+\frac{1}{0{,}535}}$$

--- --- ---

Zadanie 18 (Zadanie kolokwialne z dnia 21.01.2010)

Rozpatrujemy ściankę cylindryczną dwuwarstwową z wymiana ciepła na powierzchniach wewnętrznej i zewnętrznej zgodnej z warunkiem brzegowym 3. .rodzaju (WB3r). Dane:

a) średnica wewnętrzna układu D_w = 80 mm,
b) grubości obu ścianek składowych są równe i wynoszą 5 mm,
c) współczynniki przewodzenia odpowiednio: λ_1 = 40 ; λ_2 = 1,5 W/ (m^2 K),
d) temperatura otoczenia na powierzchni wewnętrznej T_{ot2} = 520 ^{o}C,
e) temperatura otoczenia na powierzchni zewnętrznej T_{ot2} = 20 ^{o}C

Liniowa gęstość strumienia wynosi :

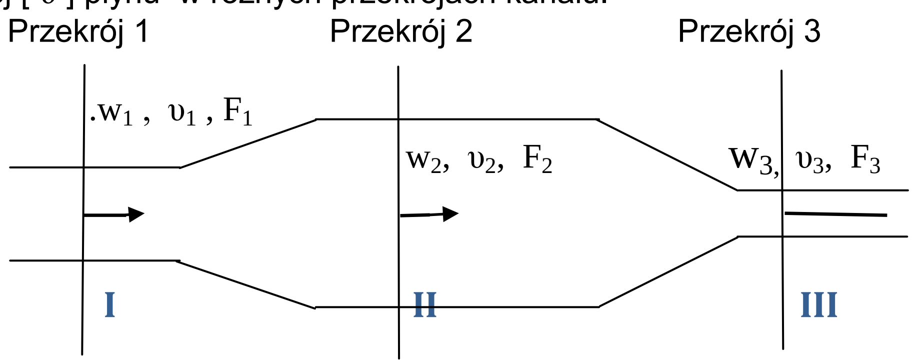
$$q_L = \frac{2\,\pi\,\left(T_{ot1}\text{-}T_{ot2}\right)}{\frac{1}{0{,}5D_w\cdot\alpha_1}+\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{0{,}5D_w+0{,}005}{0{,}5D_w}+\frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{0{,}5D_w+0{,}01}{0{,}5D_w+0{,}005}+\frac{1}{0{,}5(D_w+0{,}01)\cdot\alpha_2}}$$

$$q_L = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 500}{\frac{1}{0{,}04\cdot 30}+\frac{1}{40}\ln(9/8)+\frac{1}{1{,}5}\ln(10/9)+\frac{1}{0{,}05\cdot 2}}$$

== == == - - - -

PRZEPŁYW W RUROCIĄGU - WSTĘP TEORETYCZNY (Kolokw. 19.01.2010)

Zagadnienie ciągłości przepływu można rozpatrywać jako odmianę prawa zachowania masy. Rozpatrzymy go na przykładzie długiego odcinka przewodu o zmiennych przekrojach. Zakładamy, że do każdego przekroju dopływa i odpływa ta sama masa płynu (cieczy lub gazu) w odniesieniu do jednostki czasu. Wszystkie przekroje są wypełnione czynnikiem, czyli nie powstają żadne puste miejsca (rys. 1). Poprawna analiza zagadnienia musi przewidzieć możliwość zmienności gęstości [ρ] i objętości właściwej [υ] płynu w różnych przekrojach kanału.



Rys. A. Przepływ płynu ściśliwego w przewodzie o zmiennym przekroju (zmienne υ)

Do obliczenia masowego natężenia przepływu, jednakowego dla przekrojów I, II i III (rys. A), niezbędne są dane:

F - lokalna powierzchnia przekroju przewodu, m^2 , p - ciśnienie bezwzględne, $\mathrm{Pa}\ (\mathrm{N/m^2})$,

g - przyspieszenie ziemskie, $9.81\ \mathrm{m/s^2}$,

w - średnia prędkość przepływu w rozważanym przekroju, $\mathrm{m/s}$,

υ - objętość właściwa przepływającego czynnika, $\mathrm{m^3/kg}$,

ρ - gęstość czynnika ($\rho = 1/\upsilon$), kg/ m^3, (uwaga: literę „ρ” studenci mylą z „p” !!)

Podstawowa zależność (równanie ciągłości) ma postać :

$$\dot{m} = \frac{F_1 \cdot w_1}{\upsilon_1} = \frac{F_2 \cdot w_2}{\upsilon_2} = \frac{F_3\ w_3}{\upsilon_3} = \mathrm{const\ [kg/\ s]}$$

Powyższa zależność wyraża ogólne i pełne ujecie rozpatrywanego zadania. Dla przypadku stałej wartości gęstości gazu (płynu) uzyskujemy szczególny przypadek w równania ciągłości w postaci:

$F_1\ w_1 = F_2\ w_2 = \mathrm{const}$ [m^3 /s]

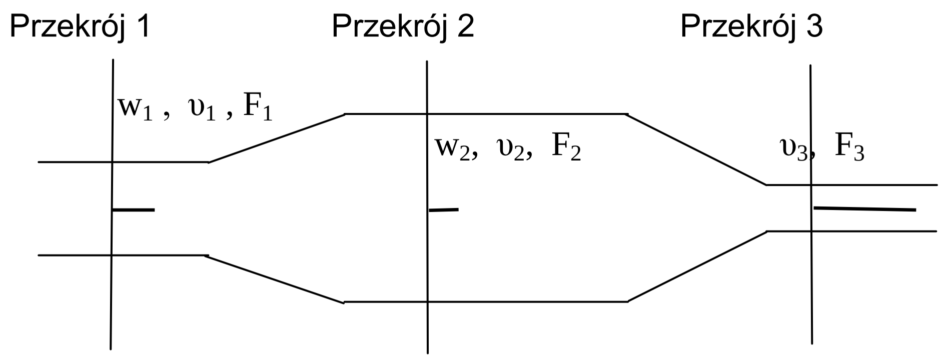
ZADANIE 19 (podobne do zadania z KOLOKWIUM 19 stycznia 2010)

Rozpatrywany gaz przemieszcza się w poziomym przewodzie, posiadającym trzy zmienne przekroje (rys. 19). Rurociąg jest szczelny, więc do każdego przekroju dopływa i odpływa ta sama masa gazu w odniesieniu do jednostki czasu. Wszystkie przekroje są całkowicie wypełnione czynnikiem. Z warunków zadania wynika konieczność uwzględnienia zmiany gęstości [ρ] i objętości właściwej [υ] gazu dla różnych przekrojów, co może być konsekwencją zmian ciśnienia i temperatury. Dla trzech przekrojów określono następujące parametry przepływu:

$F_1 = 0{,}5\ \mathrm{m^2}$, $w_1 = 2\ \mathrm{m/s}$, $\upsilon_1 = 0{,}8\ \mathrm{m^3/kg}$,
$F_2 = 2{,}4\ \mathrm{m^2}$, $w_2 = 0{,}4\ \mathrm{m/s}$,
$F_3 = 0{,}3\ \mathrm{m^2}$, $\upsilon_3 = 0{,}75\ \mathrm{m^3/kg}$.

Należy obliczyć:

a) gęstość i objętość właściwą gazu w przekroju 2,
b) liniową prędkość przepływu w przekroju 3,
c) masowe natężenie przepływu.



Rys 19. Schemat przepływu gazu w przewodzie o zmiennym przekroju (zmienne υ, ρ)

Podstawowa zależność ma postać :

$$\dot{m} = \frac{F_1 \cdot w_1}{\upsilon_1} = \frac{F_2 \cdot w_2}{\upsilon_2} = \frac{F_3\ w_3}{\upsilon_3} = \text{const [kg/ s]}$$

Obliczamy kolejno :

$$\frac{F_1 \cdot w_1}{\upsilon_1} = \frac{F_2 \cdot w_2}{\upsilon_2} \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{F_2 \cdot w_2}{F_1 \cdot w_1} \cdot \upsilon_1$$

Objętość właściwa: υ_2 = 0,4 · 2,4 / (0,5 · 2) · 0,8 = 0,768 m^3 /kg

Gęstość: $\rho_2 = 1/\upsilon_2$ = 1/ 0,768 = 1,302 kg/ m^3.

Prędkość liniowa $w_3 = F_1\ w_1\ \upsilon_3 /(\ F_3\ \upsilon_1)$ = 0,5 · 2 · 0,75/ (0,3 · 0,8) = 3,12 m/ s.

Masowe natężenie przepływu :

$$\dot{m} = \frac{F_1 \cdot w_1}{\upsilon_1} = \frac{0{,}5 \cdot 2}{0{,}8} = 1{,}25 \text{ kg/ s.}$$

= = = = =

Temat nr 20A. Typowe przypadki wymiany ciepła przez promieniowanie

Rozpatrzymy typowy przypadek wymiany ciepła miedzy powierzchniami, z których jedna zamyka w sobie drugą.
Zgodnie z prawem Stefana-Boltzmana wartość strumienia cieplnego emitowanego przez powierzchnie o temperaturze T wynosi

.q = $\varepsilon\ \sigma\ T^4$ [W/ m^2]

.gdzie : ε - emisyjność (zdolność promieniowania),

. σ - stała promieniowania ciała doskonale czarnego, $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W/ (m^2 K^4)

T – temperatura bezwzględna [K].

Dla przypadku wymiany ciepła miedzy powierzchniami (o emisyjnościach ε_1, ε_2), z których jedna zamyka w sobie drugą obowiązuje zależność:

.q = $\varepsilon_{ef}\ \sigma\ (T_1^4 - T_2^4)$ [W/ m^2]

.gdzie:

$$\varepsilon_{ef} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}$$

F_1, F_2 - pola powierzchni promieniujących dla obu ciał.

W przypadku powierzchni zorientowanych równolegle otrzymujemy $F_1 = F_2$.

ZADANIE 20

W kanale o przekroju kołowym wykonanym z czerwonej cegły o emisyjności równej $\varepsilon_c = 0{,}92$ przebiega osiowo stalowa rura o emisyjności powierzchni ε_r = 0,64. Kanał ma średnicę wewnętrzną d_k = 900 mm i temperaturę powierzchni T_k = 350 K. Rura ma średnicę zewnętrzną d_r = 300 mm i temperaturę powierzchni T_r = 700 K. Określić strumień cieplny oddawany przez promieniowanie z powierzchni rury posiadającej długość l = 5 m.

a) Efektywna emisyjność :

$$\varepsilon_{ef} = \frac{1}{\frac{1}{0{,}64} + \frac{\pi\, d_r}{\pi\, d_k}\left(\frac{1}{0{,}92} - 1\right)}$$

.d_r / d_k = 0,3 / 0,9 = 0,333

$\varepsilon_{ef} = 0{,}63$

b) Strumień cieplny

$F_1 = 3{,}14 \cdot 0{,}3 \cdot 5 = 4{,}71\ m^2$.

$Q^* = \Delta Q / \Delta\tau = \varepsilon_{ef}\ \sigma\ F_1\ (T_1^4 - T_2^4) = 0{,}63 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 4{,}71\ (700^4 - 350^4)$

Q^* = 37 879 W = 37,9 kW.

ZADANIE KONTROLNE 20 B dla grupy 3

Obliczyć ciepło oddane wskutek promieniowania przez rurę stalową o średnicy d = 600 mm i długości 5 m, przeprowadzoną przez halę o bardzo dużej kubaturze. Temperatura powierzchni zewnętrznej rury wynosi $350\ ^0C$. Temperaturę ściany hali można przyjąć równą $20\ ^0C$. O ile wzrośnie ilość oddanego ciepła, jeżeli zwiększymy średnicę rury o 20 % ?

Dane:

$\varepsilon_1 = 0.8$;

stała promieniowania $C_0 = 5.67\ \ W/(m2 \cdot K)$.

Promieniowanie - koniec

= = = = = =

Temat nr 21 : Wymiana ciepła w warunkach konwekcji naturalnej

Podstawowym parametrem opisującym przebieg procesu konwekcji jest współczynnik wymiany (przejmowania) ciepła. Żmudne i skomplikowane badania pozwoliły na uzyskanie ogólnego równania kryterialnego o postaci:

$$Nu = C \cdot (Gr \cdot Pr)^n \qquad (a1)$$

.gdzie:

$Nu = \alpha \cdot \frac{d_e}{\lambda_m}$ - kryterium Nusselta,

Gr = $\beta_m \nu_m^{-2} g\, d_e^3\, \Delta T$ - kryterium Grashofa,

Pr = $\frac{\nu_m}{a_m}$ - kryterium Prandtla,

.β – współczynnik rozszerzalności objętościowej płynu,
.d_e – charakterystyczny (ekwiwalentny) wymiar liniowy ciała,
.ν_m - lepkość kinematyczna medium,
C, n – stałe (współczynniki) uwzględniające zróżnicowane rodzaje ruchu ciepła na drodze konwekcji, podane w tabeli 1.

Tabela 1. Wartości stałych wg badań Michiejewa

Gr · Pr	10^{-3} do $5 \cdot 10^2$	$5 \cdot 10^2$ do $2 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^7$ do 10^{13}
C	1,18	0,54	0,135
.n	1/ 8	1/ 4	1/ 3
Przypadek	A	B	C

Poszczególne przypadki (rodzaje ruchu ciepła) dotyczą:

A. ciał o kształcie dowolnym [wg Michiejewa, Staniszewskiego 303],
B. płyt pionowych i walców (drutów) poziomych oraz pewnych przypadków płyt poziomych,
C. druty i rury poziome.

W przypadku ścian pionowych wymiarem charakterystycznym jest wymiar wysokości.

ZADANIE 21

Określić współczynnik przejmowania ciepła w warunkach konwekcji swobodnej na powierzchni zewnętrznej tradycyjnego żeliwiaka o średnicy zewnętrznej równej 1200 mm i wysokości strefy chłodzenia równej 2000 mm. Założyć średnią temperaturę zewnętrznej powierzchni płaszcza żeliwiaka równą $T_z = 60^oC$ oraz temperaturę otoczenia Tot = 20^oC. Potrzebne dane przyjąć z tablic dla średniej temperatury warstwy przyściennej T_{sr}.

Wymiar $d_e = 2$ m , $\Delta T = 60 - 20 = 40$ K.
Średnia temperatura $T_{sr} = 0,5\ (20 + 60) = 40\ ^oC$.
Dla tej temperatury mamy:

a) lepkość $v_m = 18 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$,
b) współczynnik przewodzenia $\lambda_m = 0,028$ W/ (m K),
c) liczba Prandtla Pr = 0,72
d) współczynnik rozszerzalności

$$\beta = \frac{1}{(273 + 40)} = 1/313 = 0,0032$$

Liczba Grashofa $Gr = 0,0032/(18 \cdot 18 \cdot 10^{-12}) \cdot 9,81 \cdot 2^3 . 40$
$Gr = 3,55 \cdot 10^{10}$,
$Nu = 0,135\ (3,55 \cdot 10^{10})^{0,333} = 398$

Szukany współczynnik wymiany (przejmowania) ciepła :
$\alpha = 398 /2 . 0,028 = 5,57$ W/ m^2 .

Koniec
3.01.2010
(oprac. dr inż. A. Gradowski) w26