

„Krzepnięcie i zasilanie odlewów” - Laboratorium nr 2 (NOWA WERSJA) 3.04.2010 wer. M45
 BADANIE CZASU KRZEPNIĘCIA ODLEWU I PARAMETRÓW TERMOFIZYCZNYCH FORMY
 PIASKOWEJ (opracował: dr inż. Adam Gradowski)

1. Wprowadzenie i podstawowe pojęcia

Warunkiem zrozumienia idei eksperymentów, mających na celu określenie podstawowych parametrów cieplnych formy lub odlewu, jest dokładna znajomość podstawowych pojęć niezbędnych do matematyczno-fizycznego opisu przebiegu procesu wymiany ciepła. Przede wszystkim chodzi o pojęcia:

- a) układ podlegający badaniu lub analizie,
 - a) niestacjonarne (nieustalone) pole temperatury i gradient temperatury,
 - b) pojęcie i równanie opisujące gęstość strumienia cieplnego,
 - c) podstawowe i „rozszerzone” parametry termofizyczne materiału formy, odlewu lub materiałów izolacyjnych,
- b) warunki jednoznaczności jako podstawa sposobu rozwiązania ogólnego równania różniczkowego przewodzenia ciepła (Fouriera).

Układem nazywamy wydzielony obszar przestrzenny w którym zachodzą wszystkie procesy podlegające badaniom, analizie i ujęciu w postaci bilansu ciepła, masy i energii. Nieustalone pole temperatury (nie temperatur!) to zależność funkcyjna w której zmienną zależną jest wartość temperatury a zmiennymi niezależnymi współrzędne położenia i czas. Jeżeli pole jest stacjonarne (ustalone) to zależy wyłącznie od współrzędnych, czyli nie zależy od czasu. Można też powiedzieć, że stacjonarny oznacza: niezmienny w czasie.

Zależnie od liczby współrzędnych pole temperatury może być:

- a) liniowe, $T = f(x, \tau)$ lub $T = f(x)$,
- b) płaskie, $T = f(x, y, \tau)$ lub $T = f(x, y)$,
- c) przestrzenne, $T = f(x, y, z, \tau)$ lub $T = f(x, y, z)$.

Przypadki pola płaskiego i przestrzennego są bardzo trudne a czasem niemożliwe do matematycznego opisu, wymagającego całkowania równania różniczkowego przewodzenia ciepła. Dlatego idee eksperymentów bazują zwykle na pomiarze liniowego pola temperatury.

Gęstość strumienia cieplnego „q” jest to ilość ciepła wymieniana przez jednostkową powierzchnię ciała odniesiona do jednostki czasu, czyli:

$$q = \frac{dQ}{F d\tau} \quad (\text{jest to DEFINICJA !!}) \quad \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (1)$$

gdzie: F – pole powierzchni $[m^2]$ przez którą przepływa elementarne ciepło dQ,
 dQ - elementarne ciepło $[J]$,
 τ - czas $[s]$.

Podstawowymi parametrami (współczynnikami) termofizycznymi (materiału formy, odlewu itp.) decydującymi o przebiegu procesu przewodzenia ciepła są:

- a) λ - współczynnik przewodzenia ciepła $\left[\frac{W}{m \cdot K} \right]$, (λ to litera „lambda”),
- b) c - ciepło właściwe $\left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$,
- c) ρ - gęstość masy lub krótko gęstość $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$, (litery „ro” nie należy mylić z literą „p”).

Dla ułatwienia matematycznego ujęcia przebiegu procesów cieplnych wprowadzono ponadto tzw. „rozszerzone” parametry termofizyczne (materiału formy, odlewu itp.), definiowane w oparciu o parametry podstawowe.

Należą do nich: współczynnik wyrównywania temperatury „a” (inna nazwa to współczynnik przewodzenia temperatury) i współczynnik akumulacji ciepła „b”.

Współczynnik wyrównywania temperatury definiowany jest wzorem:

$$a = \frac{\lambda}{c\rho} \quad (\text{DEFINICJA !!}) \quad \left[\frac{m^2}{s} \right]$$

Natomiast współczynnik akumulacji ciepła określony jest zależnością:

$$b = \sqrt{\lambda \cdot c \cdot \rho} \quad (\text{DEFINICJA !!}) \quad \left[\frac{Ws^{1/2}}{m^2 K} \right]$$

Nazwa tego współczynnika wynika z faktu, że w pewnych zagadnieniach przewodzenia ilość akumulowanego w ciele ciepła jest proporcjonalna do wartości współczynnika akumulacji ciepła. Pomiędzy współczynnikami a i b istnieje związek:

$$b = \frac{\lambda}{\sqrt{a}}$$

Niezbędnym warunkiem rozwiązania podstawowego równania różniczkowego przewodzenia ciepła (Fouriera) odzwierciedlającego konkretny przypadek wymiany ciepła jest sformułowanie tzw. warunków jednoznaczności, czyli dodatkowych warunków ściśle określających rozpatrywane zagadnienie. Pozwala to na wydzielenie z nieskończonej liczby zjawisk przewodzenia ciepła - spełniających równanie różniczkowe Fouriera - ściśle określonego procesu, będącego przedmiotem naszych badań i uzyskanie jego matematycznego opisu, najczęściej w postaci równania pola temperatury.

W skład warunków jednoznaczności wchodzi:

1. warunki geometryczne, określające kształt badanego układu lub części w której zachodzi badany proces cieplny,
2. warunki fizyczne, opisujące właściwości (parametry) termofizyczne wszystkich podobszarów układu (np. metalu odlewu, materiału formy, materiału izolacyjnego),
3. warunki początkowe, określające pole temperatury układu w momencie przyjętym jako początkowy ($\tau = 0$), przy czym występują one tylko w procesach nieustalonego przepływu ciepła, w których występuje nieustalone pole temperatury.
4. warunki brzegowe, które mogą być zadawane 4. sposobami.

Warunki brzegowe 1. i 3. rodzaju (najczęściej stosowane i oznaczane symbolami WB1r i WB3r) zostaną opisane w punkcie 5.

2. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia laboratoryjnego jest:

- a) przypomnienie podstawowych pojęć opisujących proces wymiany ciepła (pole i gradient temperatury, gęstość strumienia cieplnego, bilans cieplny, parametry termofizyczne, warunki jednoznaczności),
- b) zapoznanie z techniką pomiaru temperatury za pomocą termoelementów,
- c) analiza i poznanie typowego przebiegu krzywej stygnięcia odlewu i krzywej nagrzewania formy,
- d) opanowanie metody doświadczalnego wyznaczania czasu krzepnięcia, stałej krzepnięcia i modułu odlewu (τ_3, k, M),
- e) wyjaśnienie znaczenia i sensu fizycznego podstawowych parametrów termofizycznych materiału formy piaskowej ($a_2, b_2, c_2, \lambda_2, \rho_2$),
- f) poznanie metody poprawnego zapisu i właściwego wykorzystania bilansu cieplnego w układzie odlew-forma.

3. Idea metody badań i model matematyczny dla układu odlew-forma piaskowa

Metodę analizy przebiegu procesu krzepnięcia odlewu oparto na modelu jednowymiarowego przepływu ciepła (pola temperatury) w układzie odlew-forma piaskowa. Wynikające stąd warunki geometryczne spełnia układ złożony z odlewu płyty, krzepnącej w formie piaskowej spełniającej warunek nieograniczoności, czyli akumulującej całe ciepło odlewu bez strat do otoczenia. Forma doświadczalna może być również określona jako półprzestrzeń w sensie cieplnym, z czego wynika, że przebieg procesu wymiany ciepła wynika z rozwiązania opisującego pole temperatury półprzestrzeni.

Zagadnienia wymiany ciepła sprowadzić można. Podstawa matematycznego ujęcia badanych procesów cieplnych jest równanie bilansu ciepła. Bardziej szczegółowa analiza, uwzględniająca wymianę masy, wymaga dodatkowo sformułowania równania bilansu masy.

Elementy składowe bilansu przepływu ciepła powinny uwzględniać :

- a) podział procesu stygnięcia odlewu na pięć okresów,
- b) zjawisko stygnięcia odlewu do momentu całkowitego odprowadzenia ciepła przegrzania (drugi okres stygnięcia odlewu),
- c) proces krzepnięcia odlewu (trzeci okres stygnięcia),
- d) ciepło akumulowane w wyniku nagrzewania formy odlewniczej,
- e) ewentualne straty ciepła do ośrodka otaczającego formę.

Poniższe rozważania ograniczone będą do najprostszego modelu analitycznego dla układu odlew-forma, pozbawionego ochładzalników, nadlewów i materiałów izolacyjno-egzotermicznych. Do uzyskania rozwiązania przyjętego problemu niezbędna jest analiza następujących zagadnień ogólnych, matematycznych i technologicznych:

- warunki jednoznaczności dla układu odlew-forma,,
- założenia modelowe dla procesu stygnięcia i krzepnięcia odlewu
- pole temperatury i proces nagrzewania formy,
- bilans ciepły dla układu odlew płyty – forma półprzestrzenna,

4. Matematyczny opis nieustalonego pola temperatury półprzestrzeni (nagrzewanie lub stygnięcie)

Badany układ odlew-forma spełnia warunki teoretycznego modelu jednokierunkowego przepływu ciepła na drodze przewodzenia, co pozwala na jego matematyczne ujęcie w postaci równania różniczkowego przewodzenia ciepła Fouriera:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2)$$

. gdzie:

T – temperatura [K]

x – współrzędna (odległość) [m]

τ - czas [s]

a – współczynnik wyrównywania temperatury (DEFINICJA !!)

$$a = \frac{\lambda}{c\rho} \left[\frac{m^2}{s} \right] \quad (2a)$$

Warunkiem rozwiązania równania Fouriera (2) jest sformułowanie warunków jednoznaczności. Poniżej wyjaśnimy sens matematyczno-fizyczny warunków brzegowych.

5. Warunki brzegowe

Warunki brzegowe 1. go rodzaju (WB1r) polegają na ujęciu rozkładu temperatury na powierzchni kontrolnej układu w rozpatrywanym zakresie czasowym, czyli na zadaniu funkcji ogólnego typu

$$T_{pow} = f(x, y, z, \tau)$$

Przypadkiem szczególnym i najczęściej stosowanym są tzw. ustalone warunki brzegowe, co można zapisać w postaci:

$$T_{pow} = const$$

co oznacza niezmiennosc temperatury na powierzchni układu w czasie trwania procesu wymiany ciepła ([1] - s. 30).

Warunki brzegowe 3. go rodzaju (WB3r) polegają na zadaniu temperatury otoczenia układu oraz na zadaniu prawa wymiany ciepła z otoczeniem. W najczęściej stosowanym przypadku kinetykę procesu cieplnego ujmuje tzw. współczynnik wymiany ciepła użyty przez Newtona w równaniach opisujących gęstość strumienia cieplnego. Rozróżnia się tu dwa przypadki :

- dla procesu stygnięcia układu

$$q = \alpha(T_{pow}(\tau) - T_{ot}), \quad (3)$$

- dla procesu nagrzewania

$$q = \alpha(T_{ot} - T_{pow}(\tau)) \quad (4)$$

gdzie:

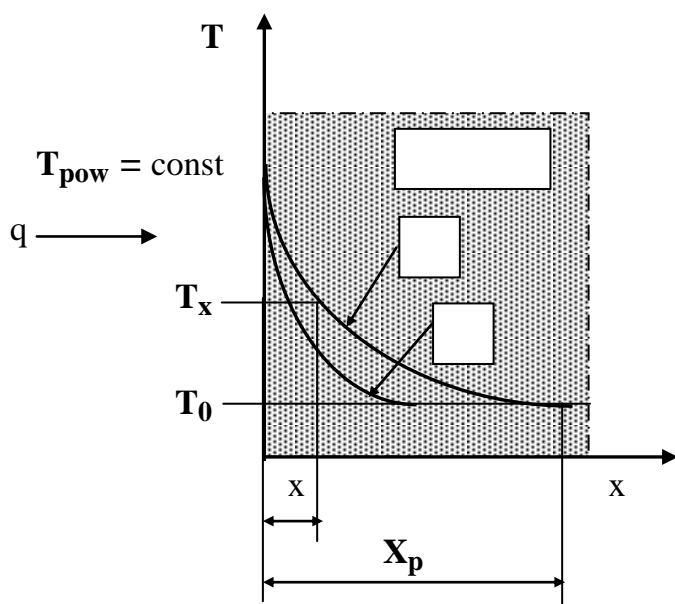
α - współczynnik wymiany ciepła $[W/(m^2K)]$

T_{ot} - temperatura otoczenia.

Warunki brzegowe drugiego rodzaju polegają na odpowiednim określeniu strumienia cieplnego i stosowane są bardzo rzadko. Natomiast warunki brzegowe 4. rodzaju są bardzo przydatne w ujęciu procesu krzepnięcia metodą symulacji numerycznej.

6. Nagrzewanie półprzestrzeni przy ustalonych warunkach brzegowych 1. rodzaju.

Warunkiem zapisu bilansu cieplnego dla układu odlew płyty-forma półprzestrzenna jest ilościowe ujęcie wartości ciepła akumulowanego przez formę, co jest celem dalszej części podrozdziału.



Rys.1. Schemat pola temperatury półprzestrzeni dla dwu momentów czasowych (τ_1, τ_2)

Układ (rys. 1) ograniczony nieskończenie dużą powierzchnią płaską (płaszczyzną) i rozbudowany od tej powierzchni w nieskończoność nazywamy półprzestrzenią. Parametry występujące na rys. 1 zostaną opisane poniżej.

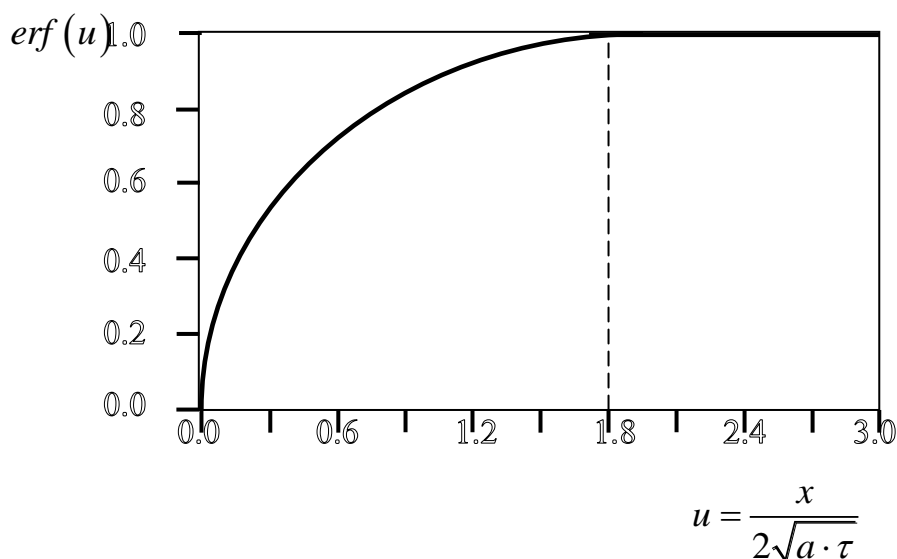
Każdy proces nagrzewania i stygnięcia ciała jest procesem cieplnym nieustalonym, czyli przebiega przy nieustalonym polu temperatury. Podstawą do określenia funkcji opisującej pole temperatury półprzestrzeni jest ogólne równanie różniczkowe przewodzenia ciepła (1). Warunki konieczne do jego całkowania nazywa się warunkami jednoznaczności.

Warunki jednoznaczności:

- fizyczne - określają parametry λ, c, ρ jako niezmiennie w czasie procesu nagrzewania,
- geometryczne – ciało ma kształt półprzestrzeni,
- początkowe – temperatura półprzestrzeni w momencie przyjętym jako początek procesu jest stała w całej masie, czyli dla $\tau = 0$; $T = T_0 = \text{const}$ (WAŻNE: dla formy piaskowej wartość T_0 jest równoważna T_{20})
- brzegowe - 1.go rodzaju (WB1r).

Rozwiązaniem równania (1) jest funkcja opisująca pole temperatury półprzestrzeni:

$$\frac{T - T_{pow}}{T_0 - T_{pow}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{a \cdot \tau}}} e^{-u^2} du = \text{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{a \cdot \tau}} \right) \quad (5)$$



Zależność (5) jest podstawą koncepcji doświadczalnego wyznaczenia współczynnika wyrównywania temperatury „a” materiału formy piaskowej (dla formy metalowej, wymagającej diametralnie odmiennych warunków brzegowych, powyższe wzory są głęboko niesłuszne). Autor instrukcji (AG) sugeruje dokładne przemyślenie zależności (5) i przebiegu funkcji błędów Gaussa (erf [u]).

Podstawową wielkością fizyczną wynikającą z równania (5) jest gęstość strumienia cieplnego, przy czym do bilansu cieplnego istotna jest jej wartość na powierzchni kontrolnej. Po wyznaczeniu gradientu (pochodnej) i zastosowaniu prawa Fouriera (fundamentalne prawo przewodzenia ciepła)

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$

otrzymamy dla powierzchni ($x = 0$) bardzo ważny wzór na wartość strumienia cieplnego :

$$q_{pow} = \frac{\lambda (T_{pow} - T_o)}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{\pi \tau}} = \frac{b \cdot \theta_{pow}}{\sqrt{\pi \tau}} \quad (6)$$

$$b = \sqrt{\lambda \cdot c \cdot \rho} - \text{współczynnik akumulacji ciepła (definicja !!)} \quad (7)$$

θ - (litera małe theta, definicja !!) - różnica temperatur, spiętrzenie temperatury np.

$\theta_{pow} = T_{pow} - T_o$ (odjemnik musi być jakąś temperaturą początkową, najczęściej minimalną dla całego układu).

$$\theta = \frac{T - T_{pow}}{T_o - T_{pow}}, \text{ bezwymiarowa temperatura (litera duże theta, definicja !!)} \quad (8)$$

Dla obliczenia całkowitego ciepła wymienianego przez powierzchnię półprzestrzeni (ciepło akumulowane, wydatek ciepła) korzysta się z równania bazowego wiążącego ciepło ogólne, strumień ciepły, powierzchnię i czas. Można to zapisać:

$$dQ = q \cdot F d\tau$$

$$dQ = q_{pow} F d\tau = \frac{b \theta_{pow}}{\sqrt{\pi \cdot \tau}} F d\tau$$

$$\text{gdzie} \rightarrow q_{pow} = q_{(x=0)}$$

Całkowite ciepło stygnięcia lub nagrzewania (słuszne tylko dla półprzestrzeni lub ciał będących półprzestrzeniami w sensie cieplnym) uzyskuje się po całkowaniu i wyrażone jest :

$$Q_{ak} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} b (T_{pow} - T_o) F \sqrt{\tau} \quad (9)$$

Równanie (9) wyraża niezbędny składnik bilansu cieplnego w układzie odlew płyty – forma, określając zmienność ciepła akumulowanego przez formę półprzestrzenną w sensie cieplnym. Wartość współczynnika akumulacji jest podstawą do oceny jakości otulin izolacyjnych dla nadlewów (zakłada się, że dla otulin izolacyjnych współczynnik b nie powinien przekraczać wartości $900 \text{ W s}^{1/2} / (\text{m}^2 \text{ K})$).

7. Model procesu i czas krzepnięcia odlewu w formie piaskowej.

Ponieważ rozpatrujemy pewien model procesu, konieczne jest wprowadzenie następujących założeń modelowych (upraszczających):

- odlew ma kształt płyty zorientowanej pionowo z układem wlewowym na górnej, czołowej powierzchni odlewu o niewielkich wymiarach, zapewniających szybkie zalanie formy,
- forma spełnia warunek półprzestrzeni w sensie cieplnym,
- parametry termofizyczne metalu odlewu oraz formy są przyjęte jako stałe (średnie) czyli są niezmiennie z temperaturą,
- parametry formy zapewniają małą intensywność stygnięcia odlewu czyli mały spadek temperatury na przekroju odlewu,
- obszar ewentualnej jamy skurczowej nie wpływa na czas krzepnięcia odlewu,
- opór cieplny szczeliny gazowej (skurczowej) powstającej na granicy odlew-forma piaskowa jest pomijalnie mały,

- zakłada się bardzo krótki czas zalewania formy, co pozwala przyjąć - dla momentu początku procesu - jednakową temperaturę dla obszaru ciekłego metalu odlewu, jak również jednakową temperaturę w obszarze formy piaskowej,
- metal odlewu krzepnie w stałej temperaturze (tylko dla 1. wersji bilansu).

W zapisie poniższych obliczeń (bilansu) przyjęto umowę dotyczącą indeksu:

- dla parametrów odlewu indeks równy 1,
- dla parametrów formy indeks równy 2.

Bilans cieplny uwzględniający ciepło tracone przez odlew i gromadzone przez formę można zapisać w postaci

$$Q_{1ef} = Q_p + Q_{kr} = Q_2 + Q_{ot} \quad [J] \quad (10)$$

Q_{1ef} - sumaryczne, efektywne ciepło tracone przez odlew (oddawane do formy),

Q_p - ciepło przegrzania odlewu,

Q_{kr} - całkowite ciepło wydzielone podczas krzepnięcia odlewu (*nie mylić z L_1 !*), [J],

Q_2 - ciepło akumulowane w formie piaskowej (pobierane od odlewu),

Q_{ot} - ciepło tracone z formy do otoczenia (dla form grubościennych w sensie cieplnym równe zero).

Ciepło przegrzania metalu (powyżej temperatury krzepnięcia) wynosi:

$$Q_p = m_1 \cdot c_1 (T_{1p} - T_{kr}) = m_1 c_1 \Delta T_p \quad (11)$$

$$m_1 = \rho_1 \cdot V_1 \quad , \text{ masa odlewu (iloczyn objętości i gęstości metalu)}$$

$$\Delta T_p = T_{1p} - T_{kr} \quad [K]$$

c_1 - ciepło właściwe odlewu w stanie ciekłym,

T_{1p} - temperatura początkowa metalu we wnętrzu formy,

T_{kr} - temperatura krzepnięcia metalu odlewu.

Całkowite ciepło krzepnięcia odlewu [J] wynika z sensu fizycznego i definicji parametru metalu zwanego ciepłem krzepnięcia 'właściwym' [J/ kg], skąd wynika:

$$Q_{kr} = m_1 L_1 = V_1 \rho_1 L_1 \quad (12)$$

gdzie L_1 – ciepło krzepnięcia metalu odlewu [J/ kg].

Zgodnie z opisem procesu nagrzewania dla półprzestrzeni wartość akumulowanego ciepła dla formy w dowolnym momencie czasu τ dla opisuje wyrażenie:

$$Q_2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot b_2 \cdot \mathcal{G}_{pow} \cdot F \sqrt{\tau}$$

Moment zakrzepnięcia całej objętości odlewu to inaczej czas krzepnięcia odlewu, oznaczany jako τ_3 . Z bilansu przedstawionego równaniami (10, 11, 12, 13) wynika (dla $\tau = \tau_3$) ważne równanie opisujące teoretyczny czas krzepnięcia odlewu:

$$\sqrt{\tau_3} = \frac{\sqrt{\pi} \cdot \rho_1 \cdot (L_1 + c_1 \cdot \Delta T_p)}{2 \cdot b_2 \cdot \mathcal{G}_{pow}} \cdot M = \frac{M}{k_p} \quad (13)$$

gdzie : M – moduł odlewu, definiowany jako stosunek objętości do powierzchni stygnięcia odlewu, czyli $M = V_1 / F$,

$$k_p = \frac{2b_2 \mathcal{G}_{kr}}{\sqrt{\pi} \rho_1 L_{1p}}$$

Należy być świadomym, że w starszej (nadal aktualnej) literaturze, w miejsce modułu odlewu stosowany był termin równoważny, czyli tzw. sprowadzona grubość ścianki odlewu, oznaczana przez R. Sumę dwu ciepł we wzorze (14) zastępuje się zwykle efektywnym ciepłem krzepnięcia metalu (uwzględniającym ciepło przegrzania) w postaci:

$$L_{1p} = L_1 + c_1 \cdot \Delta T_p \quad [\text{J / kg}] \quad (15)$$

Wzór (14), posiadający pewien niewielki stopień uproszczenia, może być również zapisany:

$$\sqrt{\tau_3} = \frac{M}{k_p} \quad (16)$$

$$k_p = \frac{2b_2 g_{kr}}{\sqrt{\pi} \rho_1 L_{1p}} \text{ – skorygowana stała krzepnięcia odlewu, uwzględniająca tzw. ciepło przegrzania}$$

– patrz [1] str. 304) , ([m/ s^{1/2}],

(16a)

M - moduł odlewu [m] .

Zależność (16) jest podstawą koncepcji doświadczalnego wyznaczenia współczynnika akumulacji ciepła materiału formy piaskowej (forma metalowa czyli kokila wymaga diametralnie odmiennych warunków brzegowych i powyższe wzory są wtedy głęboko niesłuszne). *Dokładne przemyślenie zależności (16a) może być pomocne w uniknięciu negatywnej oceny z tego (ważnego) tematu.*

Zależności (14, 16) są nieco uproszczone. Dokładniejsza wartość czasu krzepnięcia może być wyrażona wzorem:

$$\sqrt{\tau_3} = \frac{M}{k} + \sqrt{\tau_2} \quad (17)$$

.gdzie $k = \frac{2 b_2 g_{kr}}{\sqrt{\pi} \rho_1 L_1}$, stała krzepnięcia odlewu (DEFINICJA !!)

. τ_2 - czas trwania odprowadzenia ciepła przegrzania

Bilans cieplny procesu krzepnięcia może być również ujęty w postaci różniczkowej:

$$\rho_1 L_{1p} dv_{kr} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} b_2 g_{pow} F \sqrt{\tau} \quad (18)$$

.gdzie: dv_{kr} - różniczkowy przyrost objętości zakrzepłej w odlewie.

Równanie (18) – po scałkowaniu - przedstawione być może w 3. postaciach

a) czasowa zmienność objętości metalu zakrzepłego

$$v_{kr} = k_p F \sqrt{\tau} \dots \dots [m^3] \quad (19)$$

b) grubość warstwy zakrzepłej dla czasu τ

$$\xi = k_p \sqrt{\tau} \quad [m] \quad (20)$$

c) rzeczywista, liniowa prędkość krzepnięcia odlewu

$$u_\xi = \frac{d\xi}{d\tau} = \frac{k_p}{2\sqrt{\tau}} \quad (21, 22)$$

Równanie (21) wyraża definicję rzeczywistej, liniowej prędkości krzepnięcia odlewu, której zmienność czasowa może być wyrażona zależnością (22).

8. Przykład obliczeniowy dla odlewu z siluminu

Odlew płyty wykonany z siluminu (AlSi, $T_{kr} = 570\text{ }^{\circ}\text{C}$) krzepnie w formie piaskowej spełniającej warunek półprzestrzeni. Pomiar krzywej stygnięcia (zmienność temperatury) dla płaszczyzny symetrii odlewu pozwolił na określenie czasu krzepnięcia $\tau_3 = 450\text{ s}$.

Z krzywej stygnięcia określono:

- temperatura początkowa metalu w formie $T_{zal} = T_{1p} = 630\text{ }^{\circ}\text{C}$,
- temperatura początkowa formy $T_0 = T_{2p} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Obliczyć współczynnik akumulacji b_2 jeżeli grubość płyty $g = 24\text{ mm}$.

Obliczamy moduł:

$$R = M = \frac{V_{plt}}{F_{plt}} = \frac{g}{2} = \frac{0,024}{2}$$

$$M = 0,012\text{ m}$$

Przekształcając wzór (8) obliczamy wartość zmodyfikowanej stałej krzepnięcia:

$$k_p = \frac{M}{\sqrt{\tau_3}} = \frac{0,012}{\sqrt{450}} = 5,7 \cdot 10^{-4} \left[\frac{m}{s^{1/2}} \right]$$

Na podstawie wyrażenia opisującego moduł odlewu otrzymamy:

$$b_2 = \frac{\sqrt{\pi} \cdot \rho_1 \cdot (L_1 + c_1 \cdot \Delta T_p)}{2 \cdot (T_{kr} - T_0)} \cdot k_p$$

$$\Delta T_p = T_{1p} - T_{kr} = 630 - 577 = 53\text{ K}$$

Dla stopu typu AlSi przyjmujemy odczytane z tablic (przybliżone wartości dla Al, z pominięciem wpływu Si) wartości parametrów:

$$L_1 = 390000\text{ J/kg}, c_1 = 1290\text{ J/(kgK)}, \rho_1 = 2600\text{ kg/m}^3$$

$$b_2 = \frac{\sqrt{\pi} \cdot 2600 \cdot (390000 + 1290 \cdot 53)}{2 \cdot (577 - 20)} \cdot 5,7 \cdot 10^{-4}$$

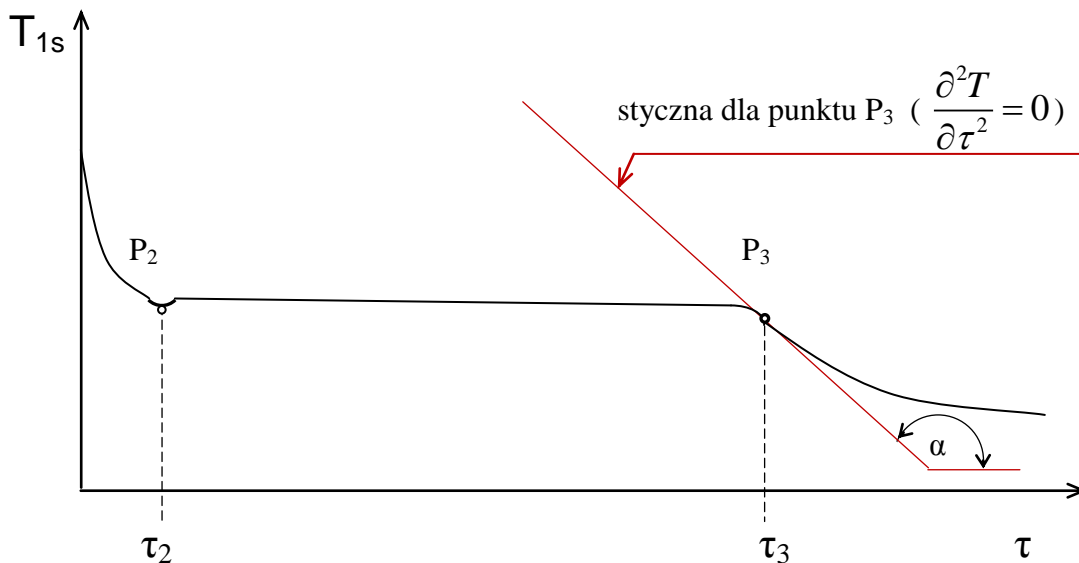
Ostatecznie szukany współczynnik akumulacji wynosi:

$$b_2 = 1087\text{ W s}^{1/2} / (\text{m}^2 \text{ K})$$

9. Wyznaczanie czasu krzepnięcia odlewu na podstawie przebiegu doświadczalnej krzywej stygnięcia

Czas krzepnięcia odlewu to czas liczony od momentu pierwszego kontaktu metalu z wnąką formy do momentu całkowitego zakrzepnięcia odlewu (całej jego objętości). Jego pomiar wymaga umiejscowienia termoelementu w punkcie, który krzepnie w odlewie jako ostatni. Dla odlewu płyty punkt ten leży w płaszczyźnie symetrii.

Przykładową krzywą stygnięcia odlewu płyty (silumin eutektyczny) pokazano schematycznie na rys. 2.



Rys. 2. Pomiarowa krzywa stygnięcia odniesiona do płaszczyzny symetrii odlewu (termoelement w płaszczyźnie symetrii płyty, P_3 – punkt przegięcia)

Obszar krzywej stygnięcia możemy podzielić na trzy przedziały:

1. obszar krzywej wypukłej w dół odpowiadający stygnięciu metalu w okresie odprowadzenia ciepła przegrzania metalu,
2. krzepnięcie metalu, któremu odpowiada obszar zbliżony do liniowego lub o słabej wypukłości "w górę", przy ewentualnym wzroście tej wypukłości w części końcowej,
3. obszar stygnięcia metalu po zakrzepnięciu, który zaczyna się krzywą wypukłą w dół, zbliżoną do liniowej a potem wypukłość ta wzrasta przy asymptotycznym spadku temperatury do momentu osiągnięcia stanu termodynamicznej równowagi układu odlewniczej formy.

Szukany czas krzepnięcia odlewu τ_3 odpowiada punktowi na krzywej stygnięcia, w którym

zmienia ona swoją wypukłość (P_3), czyli punktowi przegięcia tej krzywej $\left(\frac{\partial^2 T}{\partial \tau^2} = 0\right)$.

Po prawej stronie punktu przegięcia P_3 ($\tau > \tau_3$) krzywa odzwierciedla wyłącznie proces stygnięcia odlewu (wypukłość w dół).

Przykład obliczeń czasu odprowadzania ciepła przegrzania, czasu krzepnięcia i prędkości krzepnięcia odlewu

Płyta aluminiowa o grubości $g = 24$ mm krzepnie w formie piaskowej o współczynniku $b_2 = 1170 \text{ Ws}^{1/2}/(\text{m}^2 \text{ K})$, posiadającej temperaturę początkową ($T_0 = T_{2p}$) równą 20°C . Formę zapełniono metalem o temperaturze zalewania (T_{zal}) równej 710°C . Przyjmując spadek temperatury metalu podczas zapełniania formy (ΔT_{zal}) równy 10 K , obliczyć czas trwania 2. i 3. okresu stygnięcia odlewu (czas odprowadzania ciepła przegrzania i czas krzepnięcia). Obliczyć rzeczywistą, liniową prędkość krzepnięcia odlewu dla czasu τ_3 i τ_2 oraz średnią liniową prędkość krzepnięcia odlewu. Wartości potrzebnych parametrów termofizycznych przyjąć z tablic.

Rozwiązanie

Dane termofizyczne dla aluminium:

$$T_{kr} = 660^\circ \text{C}, \quad L_1 = 390000 \text{ J/kg}, \quad c_1' = 1290 \text{ J}/(\text{kg K}), \quad \rho_1 = 2700 \text{ kg}/\text{m}^3.$$

A. Obliczenie czasu odprowadzania ciepła przegrzania

Moduł dla kształtu płyty: $M = g/2 = 0,024 \text{ m}$.

Początkowa temperatura metalu w momencie zapełnienia wnęki formy: $T_{1p} = T_{zal} - 10 = 700^\circ \text{C}$.

Spięźnienie temperatury początkowej metalu: $\mathcal{G}_{1p} = T_{1p} - T_{2p} = 700 - 20 = 680 \text{ K}$.

$$\sqrt{\tau_2} = \frac{\sqrt{\pi} \rho_1 c_1' M}{2b_2} \ln \frac{\mathcal{G}_{1p}}{\mathcal{G}_{kr}} = \frac{\sqrt{\pi} * 2700 * 1290 * 0,024}{2 * 1170} \ln \frac{680}{660 - 20} = 1,92$$

. $\tau_2 = 3,67 \text{ s}$

B. Obliczenie skorygowanej stałej krzepnięcia (uwzględniającej ciepło przegrzania metalu) i czasu krzepnięcia

Ciepło krzepnięcia, powiększone o ciepło przegrzania metalu, wynosi:

$$L_{1p} = L_1 + c_1' (T_{1p} - T_{kr}) = 390\,000 + 1290 \cdot 40 = 441\,600 \text{ J/kg}$$

- skorygowana stała krzepnięcia :

$$k_{1p} = \frac{2b_2 \mathcal{G}_{kr}}{\sqrt{\pi} \rho_1 L_{1p}} = \frac{2 * 1170 * (660 - 20)}{\sqrt{3,14} * 2700 * 441600} = 7,10 * 10^{-4} \dots \text{m/s}^{1/2}$$

- zwykła stała krzepnięcia :

$$k_1 = \frac{2b_2 \mathcal{G}_{kr}}{\sqrt{\pi} \rho_1 L_1} = \frac{2 * 1170 * (660 - 20)}{\sqrt{3,14} * 2700 * 390000} = 8,04 * 10^{-4} \dots \text{m/s}^{1/2}$$

- czas krzepnięcia odlewu (wg wzoru uproszczonego) :

$$\tau_3 = \frac{M^2}{k_{1p}^2} = \frac{0,012^2}{7,10^2 \cdot 10^{-8}} = 285 \dots \text{s}$$

C. Obliczenie prędkości krzepnięcia dla czasu τ_3 i τ_2

W przypadku krzepnięcia odlewu o kształcie płyty lub krzepnięcia elementu o płaskiej powierzchni stygnięcia zmienność grubości warstwy krzepnącej w odlewie wyraża tzw. prawo pierwiastka kwadratowego:

$$\xi = k_1 \sqrt{\tau} \quad [\text{m}]$$

Wykorzystując to równanie zgodnie z definicją rzeczywistej, liniowej prędkości krzepnięcia odlewu wyrażonej wzorem:

$$u_\xi = \frac{d\xi}{d\tau} \quad [\text{m/s}]$$

możemy wyrazić ją w postaci:

$$u_\xi = \frac{k_1}{2\sqrt{\tau}}$$

Dla momentu końca krzepnięcia odlewu wartość rzeczywistej, liniowej prędkości krzepnięcia wynosi zatem:

$$u_{\xi 3} = \frac{8,04 \cdot 10^{-4}}{2\sqrt{285}} = 2,38 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$$

W momencie początku procesu krzepnięcia (czas τ_2) rzeczywista, liniowa prędkość krzepnięcia wynosi:

$$u_{\xi 2} = \frac{8,04 \cdot 10^{-4}}{2\sqrt{3,68}} = 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

Średnia liniowa prędkość krzepnięcia odlewu (X_1 – połowa grubości płyty) :

$$u_{\xi sr} = \frac{X_1}{\tau_3 - \tau_2} = \frac{0,012}{285 - 3,67} = 4,25 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$$

10. Spis oznaczeń użytych w tekście

A. Symbole łacińskie

. x_1 - parametr dotyczący odlewu (np. c_1 , L_1 , \mathcal{G}_{1p}),

. x_2 - parametr dotyczący materiału formy (np. b_2 , c_2),

a_2 – współczynnik wyrównywania temperatury materiału formy, $a_2 = \lambda_2 / (\rho_2 \cdot c_2)$, [m^2/s],

b_2 – współczynnik akumulacji ciepła materiału formy, $b_2 = \sqrt{\lambda_2 \cdot c_2 \cdot \rho_2}$, [$\text{W s}^{1/2} / (\text{m}^2 \text{K})$],

c_1 – ciepło właściwe metalu odlewu w stanie stałym, [$\text{J}/(\text{kg K})$],

c_1' – ciepło właściwe metalu odlewu w stanie ciekłym, [$\text{J}/(\text{kg K})$],

c_2 – ciepło właściwe masy formierskiej, [$\text{J}/(\text{kg K})$],

F - powierzchnia stygnięcia [m^2],

- F_1 - powierzchnia stygnięcia odlewu [m^2],
- h_n - wysokość nadlewu, [m],
- k - stała krzepnięcia odlewu, [$m/s^{1/2}$],
- k_p - skorygowana stała krzepnięcia odlewu, ujmująca II okres stygnięcia odlewu [$m/s^{1/2}$],
- L_1 - ciepło krzepnięcia metalu, [J/kg],
- L_{1p} - ciepło krzepnięcia powiększone o ciepło przegrzania metalu [J/kg],
- M - moduł odlewu lub moduł węzła cieplnego (w literaturze istnieje też stara nazwa tego parametru: *sprawdzona grubość ścianki odlewu*, oznaczana symbolem R), $M = V_1 / F_1$, [m],
- q - gęstość strumienia cieplnego lub krótko strumień cieplny, [W/m^2],
- q_{pow} - strumień cieplny na powierzchni (np. półprzestrzeni), [W/m^2],
- q_L - liniowa gęstość strumienia cieplnego dla układu walcowego, [W/m],
- Q - ogólna ilość „dowolnego rodzaju” ciepła, [J],
- Q_1 - całkowita ilość ciepła oddawana przez odlew, [J],
- Q_p - ciepło przegrzania metalu ciekłego, [J],
- Q_{kr} - całkowite ciepło krzepnięcia metalu, [J],
- Q_{ak} - całkowita ilość ciepła akumulowana przez formę (oznacza się również przez Q_2), [J],
- Q_2 - patrz Q_{ak} ,
- X_1 - charakterystyczny wymiar dla odlewu o kształcie płyty, [m],
- R - patrz M , moduł odlewu [m],
- T_{zal} - temperatura początkowa strugi ciekłego metalu w momencie pierwszego kontaktu z formą [$^{\circ}C$],
- T_{1p} - temperatura początkowa (średnia) metalu w momencie zapełnienia wnęki formy [$^{\circ}C$],
- T_{1s} - temperatura odniesiona do elementu symetrii odlewu (dla płyty – płaszczyzna symetrii, dla walca - oś),
- T_{kr} - temperatura krzepnięcia metalu odlewu [$^{\circ}C$],
- T_0 - patrz T_{2p} (indeks '0' może być dla przypadku formy zastąpiony przez '2p'),
- T_{2p} - temperatura początkowa [p!] formy (w ogólnej teorii wymiany ciepła oznaczana przez T_0), [$^{\circ}C$],
- V_1 - objętość odlewu [m^3].

B. Symbole greckie

- α_1 - współczynnik wymiany ciepła dla powierzchni stygnącego odlewu, [$W/(m^2 \cdot K)$],
- λ_1 - współczynnik przewodzenia ciepła metalu odlewu, [$W/(m \cdot K)$],
- λ_2 - współczynnik przewodzenia ciepła materiału formy, [$W/(m \cdot K)$],
- λ_{pow} - współczynnik przewodzenia ciepła powietrza [$W/(m \cdot K)$],
- ξ - grubość warstwy zakrzepłego metalu, [m, mm],
- θ_x - spiętrzenie temperatur odniesione do wartości odpowiadającej temperaturze „ T_x ” ($\theta_x = T_x - T_{2p}$), [K],
- θ_{1p} - spiętrzenie odniesione do temperatury początkowej ciekłego metalu „ T_{1p} ”, [K],
- θ_x - bezwymiarowa temperatura ciała odniesiona do temperatury T_x ,
np. dla formy przy warunkach brzegowych WB1r mamy: $\theta_x = (T_x - T_{pow}) / (T_{2p} - T_{pow})$,
- θ_{pow} - bezwymiarowa temperatura ciała, odniesiona do temperatury powierzchni T_{pow} ,
- ρ_1 - gęstość metalu odlewu, [kg/m^3],
- ρ_2 - gęstość materiału formy, [kg/m^3],
- τ_1 - czas trwania procesu stygnięcia metalu podczas przepływu w układzie wlewowym i zapełniania wnęki formy (tzw. czas zalewania - okres I), [s],
- τ_2 - czas trwania procesu odprowadzania ciepła przegrzania metalu odlewu (okres II), [s],
- τ_3 - czas krzepnięcia, czyli sumaryczny czas trwania trzech pierwszych okresów stygnięcia odlewu [s],
- v_{kr} - objętość metalu zakrzepłego w odlewie (czasem krótko: v), [m^3],
- ΔT_p - przegrzanie metalu (zakres temperatury przegrzania, $\Delta T_p = T_{1p} - T_{sol}$), [K],

ΔT_{kr} - zakres temperatur krzepnięcia metalu ($T_{lik} - T_{sol}$), [K],

u_{ξ} - rzeczywista, liniowa prędkość krzepnięcia odlewu [m/ s, mm/ s].

C. Nazwy wybranych znaków

ξ - ksi (litera mała)

ϑ_x - theta (litera mała)

θ - theta (litera duża)

τ - tau (litera mała)

v - „fał” (litera mała, nie powinna być pisana jako ‘v’, aby nie pomylić z objętością V!).

Podstawowe zagadnienia do kolokwium

- Zdefiniować pojęcia i podać jednostki: q , a_2 , b_2 , T_{2p} , k , k_p , L_1 , M , ΔT_{kr} , ϑ_{kr} (małe theta!), ρ_1 (2, 3, 4).
Dwie **WAŻNE uwagi** (wg powtarzających się, bzdurnych odpowiedzi)
*-- współczynnik „ b_2 ” zależy wyłącznie od parametrów formy; nie może zależeć od parametrów odlewu ! , ma zastosowanie również poza odlewnictwem,
*-- stała krzepnięcia „ k ” nie może być definiowana za pomocą czasu krzepnięcia odlewu !
- Jaki parametr może być wyznaczony w oparciu o rejestrację temperatury w wybranym miejscu formy ?
- Opisać pojęcia : układu, niestacjonarnego (nieustalonego) pola temperatury, gradientu temperatury, gęstości strumienia cieplnego, podstawowych i „rozszerzonych” parametrów termofizycznych, warunków geometrycznych, fizycznych i brzegowych 1. rodzaju (2, 3, 4).
- Założenia modelu procesu krzepnięcia odlewu w formie piaskowej (1, 2, 4).
- Pojęcie warunków jednoznaczności (2, 3, 4).
- Wymienić parametry formy decydujące o czasie krzepnięcia odlewu.
- Wymienić parametry ciekłego metalu decydujące o czasie krzepnięcia odlewu.
- Prawo Fouriera jako podstawa bilansu cieplnego (2, 4).
- Pole temperatury półprzestrzeni przy ustalonych warunkach brzegowych 1. .rodzaju i wykorzystanie go do opisu procesu nagrzewania formy piaskowej (3).
- Co oznacza określenie: forma piaskowa jako półprzestrzeń w sensie cieplnym (2, 3, 4).
- Bilans cieplny do wyznaczenia czasu krzepnięcia odlewu w formie piaskowej dla stałej temperatury krzepnięcia (2, 3, 4).
- Podaj 3 podstawowe i 2 uzupełniające parametry termofizyczne materiału formy piaskowej oraz ich jednostki .
- Definicja i wykres funkcji błędów Gaussa (2, 3, 4).
- Wzór Chvorinova na czas krzepnięcia odlewu i opis występujących w nim parametrów (2, 4).
- Określ pojęcia: moduł odlewu, współczynnik wyrównywania temperatury formy, sprawdzona grubość ścianki odlewu, stała krzepnięcia odlewu, ciepło efektywne L_{1p} (2, 3, 4).
- Idea eksperymentalnej metody wyznaczenia stałej krzepnięcia odlewu (2, 3) jako 1. .kroku procedury doświadczalnego oznaczenia współczynnika akumulacji b_2 .
- Opisz metodę wyznaczania stałej krzepnięcia na podstawie eksperymentalnej krzywej stygnięcia odlewu w formie (2, 3).

Literatura

- W. Longa i in. : Stygnięcie i krzepnięcie odlewów – laboratorium. Skrypt AGH nr 623. Kraków 1978 (temat nr 1, stara wersja procedury obliczeniowej – rok 1978).
- W. Longa: Krzepnięcie odlewów. Wyd. Śląsk 1985 (strony: 16, 29, 60, 293, 300 - 310).
- B. Staniszewski : Wymiana ciepła. Podstawy teoretyczne. PWN, W-wa 1979 (s. 92 – 95)..
- Instrukcja do tematu nr 2 na stronie Katedry (szukaj w przedmiocie „ Termodynamika...”).

Tabela wartości funkcji błędów Gaussa $\text{erf}(u)$ [$u = x/(2\sqrt{a \cdot \tau})$]

u	erf u	u	erf u	u	erf u	u	erf u
0.00	0.000 00	0.50	0.520 50	1.00	0.842 70	1.50	0.966 11
0.01	0.011 28	0.51	0.529 24	1.01	0.846 81	1.51	0.967 28
0.02	0.022 56	0.52	0.537 90	1.02	0.850 84	1.52	0.968 41
0.03	0.033 84	0.53	0.546 46	1.03	0.854 78	1.53	0.969 52
0.04	0.045 11	0.54	0.554 94	1.04	0.858 65	1.54	0.970 59
0.05	0.056 37	0.55	0.563 32	1.05	0.862 44	1.55	0.971 62
0.06	0.067 62	0.56	0.571 62	1.06	0.866 14	1.56	0.972 63
0.07	0.078 86	0.57	0.579 82	1.07	0.869 77	1.57	0.973 60
0.08	0.090 08	0.58	0.587 92	1.08	0.873 33	1.58	0.974 55
0.09	0.101 28	0.59	0.595 94	1.09	0.876 80	1.59	0.975 46
0.10	0.112 46	0.60	0.603 86	1.10	0.880 21	1.60	0.976 35
0.11	0.123 62	0.61	0.611 68	1.11	0.883 53	1.61	0.977 21
0.12	0.134 76	0.62	0.619 41	1.12	0.886 97	1.62	0.978 04
0.13	0.145 87	0.63	0.627 05	1.13	0.889 97	1.63	0.978 84
0.14	0.156 95	0.64	0.634 59	1.14	0.893 08	1.64	0.979 62
0.15	0.168 00	0.65	0.642 03	1.15	0.896 12	1.65	0.980 38
0.16	0.179 01	0.66	0.649 38	1.16	0.889 10	1.66	0.981 10
0.17	0.189 99	0.67	0.656 63	1.17	0.902 00	1.67	0.981 81
0.18	0.200 94	0.68	0.663 78	1.18	0.904 84	1.68	0.982 49
0.19	0.211 84	0.69	0.670 84	1.19	0.907 61	1.69	0.983 15
0.20	0.222 70	0.70	0.677 80	1.20	0.910 31	1.70	0.983 79
0.21	0.233 52	0.71	0.684 67	1.21	0.912 96	1.71	0.984 41
0.22	0.244 30	0.72	0.691 43	1.22	0.915 53	1.72	0.985 00
0.23	0.255 02	0.73	0.698 10	1.23	0.918 05	1.73	0.985 58
0.24	0.265 70	0.74	0.704 68	1.24	0.920 51	1.74	0.986 13
0.25	0.276 33	0.75	0.711 16	1.25	0.922 90	1.75	0.986 67
0.26	0.286 90	0.76	0.717 54	1.26	0.925 24	1.76	0.987 19
0.27	0.297 42	0.77	0.723 82	1.27	0.927 51	1.77	0.987 69
0.28	0.307 68	0.78	0.730 01	1.28	0.929 73	1.78	0.988 17
0.29	0.318 28	0.79	0.736 10	1.29	0.931 90	1.79	0.988 64
0.30	0.328 63	0.80	0.742 10	1.30	0.934 01	1.80	0.989 09
0.31	0.338 91	0.81	0.748 00	1.31	0.936 06	1.81	0.989 52
0.32	0.349 13	0.82	0.753 81	1.32	0.938 07	1.82	0.989 94
0.33	0.35928	0.83	0.759 52	1.33	0.940 02	1.83	0.990 35
0.34	0.369 36	0.84	0.765 14	1.34	0.941 91	1.84	0.990 74
0.35	0.379 38	0.85	0.770 67	1.35	0.943 76	1.85	0.991 11
0.36	0.38933	0.86	0.776 10	1.36	0.945 56	1.86	0.991 47
0.37	0.399 21	0.87	0.781 44	1.37	0.947 31	1.87	0.991 82
0.38	0.409 01	0.88	0.786 69	1.38	0.949 02	1.88	0.992 16
0.39	0.418 74	0.89	0.791 84	1.39	0.950 67	1.89	0.992 48
0.40	0.428 39	0.90	0.796 91	1.40	0.952 29	1.90	0.992 79
0.41	0.437 99	0.91	0.801 88	1.41	0.953 85	1.91	0.993 09
0.42	0.447 47	0.92	0.806 77	1.42	0.955 38	1.92	0.993 38
0.43	0.456 89	0.93	0.811 56	1.43	0.956 86	1.93	0.993 66
0.44	0.466 23	0.94	0.816 27	1.44	0.958 30	1.94	0.993 92
0.45	0.475 48	0.95	0.820 89	1.45	0.959 70	1.95	0.994 18
0.46	0.484 66	0.96	0.825 42	1.46	0.961 05	1.96	0.994 43
0.47	0.49375	0.97	0.829 87	1.47	0.962 37	1.97	0.994 66
0.48	0.502 75	0.98	0.834 23	1.48	0.963 65	1.98	0.994 89
0.49	0.511 67	0.99	0.838 51	1.49	0.964 90	1.99	0.995 11

Rok IV, Studia : Dienne/ Zaoczne *, sekcja: Żeliwo - Met.Nież. - Techn.F. - Wirtual.* M38
 Imię..... NAZWISKO Data ćwiczenia : x **03. 2010.**

„Badanie czasu krzepnięcia odlewu i parametrów termofizycznych formy piaskowej” (ćw. lab. nr 2)

Tabela 1. Przebieg stygnięcia odlewu (1) i nagrzewania formy (2)

Lp.	Czas (s)	Temperatura w °C dla termoelem. Nr.../ odl. X _i		
		<u>1</u> środek odlewu	<u>2</u> 0.009 m	$\frac{dT}{d\tau}$ 1 pochodna
1	0			xxxx
2	30			
3	60			
4	120			
5	180			
6	240			
7	300			
8	330			
9	360			
10	390			
11	420			
12	450			
13	480			
14	510			

Wykres 1. Przebieg zmienności temperatury odlewu i formy doświadczalnej (dane pomiarowe z tabeli 1)

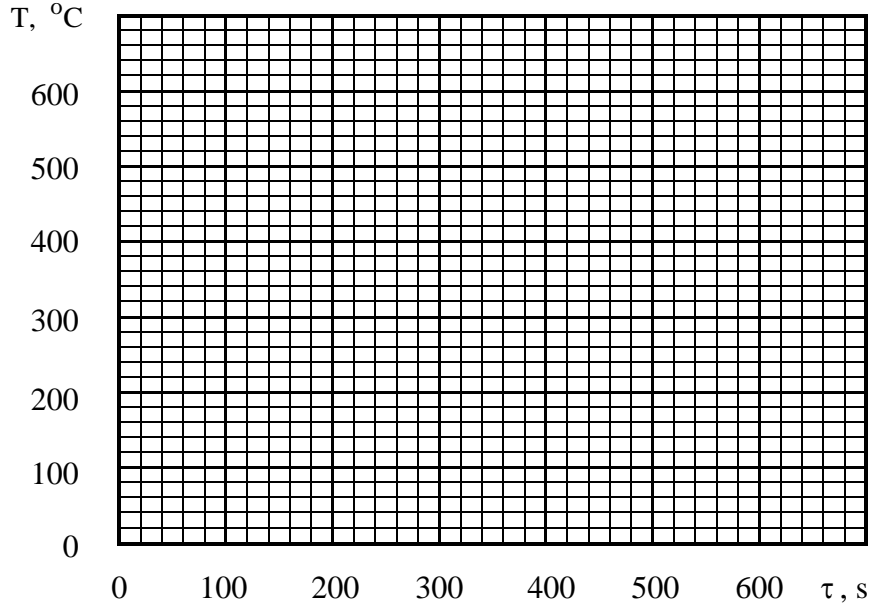


Tabela 2. Przebieg obliczenia współczynnika a₂

Wartości z pomiaru			Wartości obliczone				
Odl. termoelem. (m)	Czas odzal. (s)	Temp. (°C)	$\sqrt{\tau}$	$\theta = \frac{T - T_{pow}}{T_{2p} - T_{pow}}$	$u = \arg \operatorname{erf}(\theta)$	$A = \frac{x}{2u\sqrt{\tau}}$	$a_2' = A^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
x ₂ = 0.009							

Tab.3. Dane do obliczeń:

$\tau_3 = \dots\dots\dots s$
 $g_1 = 2 \quad M = 24 \text{ mm}$
 $\rho_1 = 2600 \text{ kg/m}^3$
 $\rho_2 = 1600 \text{ kg/m}^3$
 $L_{Al} = 399000 \text{ J/kg}$
 $L_{Si} = 1800000 \text{ J/kg}$
 $c_1 = 1290 \text{ J/(kgK)}$
 $T_{kr.sr} = T_{pow} = \dots\dots\dots ^\circ C$
 $T_{2p} = \dots\dots\dots ^\circ C$
 $\vartheta_{pow} = \dots\dots\dots K$
 $\Delta T_p = \dots\dots\dots K$
 $L_{AlSi} = u_1 L_1 + u_2 L_2$
 $= \dots\dots\dots$
 Stop AlSi12

* Obliczenie średniej wartości współczynnika a₂: $a_2 = \sum \frac{a_2'}{n} =$

Tabela 4. Parametry termofizyczne formy

1	2	3	4	5	6	7
$\cdot g_1 / 2$	$\frac{M}{\sqrt{\tau_3}}$	$L_{AlSi} + c_1' \Delta T_p$	$\sqrt{\pi} \rho_1 L_{1p} k$	$B / (2 \vartheta_{pow})$	$\cdot b_2 \cdot \sqrt{a_2}$	$\lambda_2 / (\rho_2 \cdot a_2)$
R=M=	$\cdot k_p =$	$L_{1p} =$	B =	$\cdot b_2 =$	$\lambda_2 =$	$\cdot c_2 =$
m	$\cdot m / s^{1/2}$	J / kg	—	$W s^{1/2} / (m^2 K)$	W / (m K)	J / (kg K)

1 – moduł, 2 – stała krzepnięcia, 3 – efektywne ciepło krzepnięcia, 4– wsp. pomocniczy 5,6,7 – parametry termofizyczne formy
 Na odwrocie: bilans cieplny do wyznaczenia czasu krzepnięcia, obliczenie czasu τ_2 , definicja modułu, obliczenie rzeczywistej, liniowej prędkości krzepnięcia u_ξ dla czasu τ_3 , sprawdzenie bilansu $Q_p + Q_{kr} = Q_{ak3}$. Def. WB1r, wnioski.

Liczba osób posiadających takie same wyniki wynosi : Termin oddania : 14 dni

DODATEK 1

Fizyczna definicja pojęcia temperatury

Potoczne ujęcie pojęcia „**temperatura**” powstało wskutek wrażeń zmysłowych określanych jako „ciepło” i „zimno”. Mówimy, że ciało posiada temperaturę wysoką, gdy uważamy że jest ciepłe, a kiedy wydaje się zimne - mówimy, że ma temperaturę niską. Możliwość pomiaru temperatury ciała przy pomocy termometrów istnieje mimo braku zrozumienia fizycznej natury tej wielkości. Ogólna koncepcja pomiaru temperatury polega na rejestracji zmian – zależnych od niej - innych wielkości fizycznych, np. długości obszaru cieczy w cienkiej rurce (kapilarze), siły termoelektrycznej termoelementu, parametrów opisujących intensywność promieniowania cieplnego, zmiany oporu elektrycznego.

Jedną z definicji pojęcia temperatury, z punktu widzenia fizyki (fizyków?), brzmi (cytuję, więc nie odpowiadam za styl):

Temperatura - skalarna wielkość fizyczna, jeden z parametrów określających stan układu termodynamicznego; jest miarą średniej energii kinetycznej (wewnętrznej) chaotycznego ruchu cząsteczek (atomów) danego ciała.

Jeden z najstarszych „termoskopów” skonstruował Galileusz w 1610 roku. Zmiany temperatury w tym termoskopie obserwować można było dzięki podnoszeniu się lub opuszczaniu poziomu wina (bezałkoholowego*) w cienkiej rurce. Ciałem termometrycznym był gaz otaczający „naczynie z winem” (*) a warunkiem poprawnego pomiaru było uzyskanie stanu równowagi termodynamicznej w układzie: termoskop-otoczenie.

Wybrane właściwości termofizyczne metali i stopów - cz.1

Własność	Jednostka	Temp. °C	Aluminium	Miedź	żelazo	Stal węglowa	Żeliwo szare
Gęstość, ρ	.kg/ m ³	ciecz	2380	8300	6900	7000	?
j. w.	.kg/ m ³	20	2700	8920	7860	7500	7200
Współczynnik λ	W/ (m K)	ciecz	104	?	23	23	18
j. w.	W/ (m K)	100	213	385	87	55	42 - 57
Ciepło wł. c	J/ (kg K)	ciecz	1290	544	920	840	840
j. w.	J/ (kg K)	100	913	394	460	480	540
j. w.	J/ (kg K)	500	-	-	-	540	-
Ciepło krzep. L	kJ/ kg	-	390	204	270	270	270
.a · 10 ⁶	.m ² / s	ciecz	40	?	3,7	3,9	?
j. w.	.m ² / s	100	85	110	17,8	14,4	10,8 - 14,7

Kolorem **czernym** oznaczono wartości średnie z różnych danych literaturowych.

Wybrane właściwości termofizyczne metali i stopów - cz. 2

Własność	Jednostka	Temp. °C	Cynk	Krzem	Cyna	AK6	Mosiądz (10%Zn)
Gęstość, ρ	.kg/ m ³	ciecz	6700	-	6980	2360	ok. 8000
j. w.	.kg/ m ³	20	7200	2340	7310	2680	8600
Współczynnik λ	W/ (m K)	ciecz	58	-	34	-	-
j. w.	W/ (m K)	100	109	-	61	ok. 170	ok. 120
Ciepło wł. c	J/ (kg K)	ciecz	500	-	255	ok. 1280	ok. 150
j. w.	J/ (kg K)	100	390	730	230	ok. 900	390
j. w.	J/ (kg K)	500	-	-	-	-	-
Ciepło krzep. L	kJ/ kg	-	101	1803	60,3	483	ok. 194

Uwaga końcowa:

Bardzo przepraszam, że niniejsza instrukcja zawiera jedynie bardzo znikomy fragment szerokiego zagadnienia stygnięcia i krzepnięcia odlewów.

** Poniżej DODATKI 2, 3, 4, 5 !!

* * * * *

DODATEK 2 (Ciepło krzepnięcia stopów Al – Si)

Wartości ciepła krzepnięcia stopów Al – Si [kJ/ kg] wg reguły addytywności

Zaw. Si [%]	0	2	4	6	8	10
L, kJ/ kg	399	427	455	483	511	539

DODATEK 3 (Tabela ciepła właściwego dla stali średniowęglowej)

Wartości średniego ciepła właściwego dla stali średniowęglowej dla zmiennego zakresu temperatury [J/ (kg K)]

Śr. ciepło wł. w zakresie [°C]	C_0^{100}	C_0^{200}	C_0^{300}	C_0^{400}	C_0^{500}	C_0^{1400}
J/(kg K)	477	490	507	523	544	?

DODATEK 4 (Zadanie dotyczące ciepła i ciepła właściwego)

A. Wykorzystując tabelę podaną w dodatku nr 3, opisująca średnią wartość ciepła właściwego stali oblicz:

- ilość ciepła potrzebną do ogrzania 5 kg stali od 0°C do 400°C,
- ilość ciepła potrzebną do ogrzania 600 kg stali od 300°C do 500°C,
- ilość ciepła potrzebną do ogrzania 600 kg stali od 325°C do 478°C,
- średnie ciepło właściwe stali dla zakresu temperatury od 300°C do 500°C.

Odpowiedzi:

a) $Q=1046$ kJ; b) $Q=71940$ kJ; c) $Q=55049$ kJ; d) $c=599,5$ J/ kg K

B. Wlewek stalowy o masie 2496 kg podgrzewany jest od 200°C do 1000°C. Oblicz ilość pochłoniętego przez wlewek ciepła, jeżeli zależność temperaturową różniczkowej pojemności cieplnej właściwej ciepła właściwego stali węglowej określa wzór $c = 0,5 + 5,2 \cdot 10^{-4} t$ [kJ/ kg · K] .

$$Q = 1621,4 \text{ MJ}$$

DODATEK 5 (Dziwna definicja temperatury wg Encyklopedii Fizyki)

Temperatura to wartość liczbową parametru termometrycznego danego termometru, gdy znajduje się on w stanie równowagi cieplnej z układem, którego temperatura jest mierzona. Z punktu widzenia atomowej budowy materii t. jest miarą intensywności ruchu cieplnego cząsteczek, z których jest zbudowane dane ciało.

Według autora niniejszego opracowania powyższa definicja zawiera tzw. „błąd tautologiczny”.

Źródło: Słownik Encyklopedyczny. FIZYKA . Wydawnictwo Europa

---- ---- ----

Kierunki kontynuacji tematu

- A. Korekta warunków brzegowych (kor. T_{2pow}) uwzględniająca opór szczeliny skurczowej,
- B. Przykłady wirtualnego przebiegu nieustalonego pola temperatury dla dwu punktów pomiarowych.

Wersja : M45