



**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE**

Sygnały

Podstawowe wiadomości dot. sygnałów

M. Rad

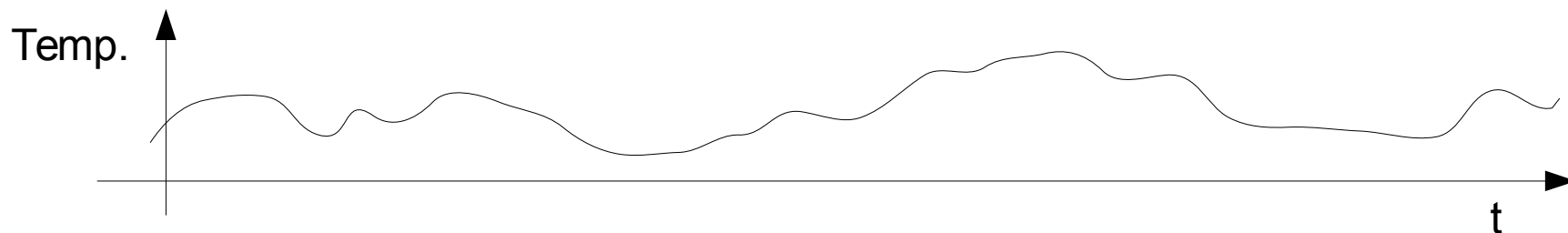
23.11.2017

Plan wykładu

- Sygnał ciągły
- Sygnał okresowy
- Twierdzenie Fouriera
- Widmo
- Dyskretyzacja sygnału
- Twierdzenie o próbkowaniu
- Kwantyzacja
- Przekształcenia

Sygnał ciągły

Sygnał to abstrakcyjny model dowolnej mierzalnej wielkości zmieniającej się w czasie, generowanej przez zjawiska fizyczne lub systemy. Tak jak wszystkie zjawiska może być opisany za pomocą aparatu matematycznego, np. poprzez podanie pewnej funkcji zależnej od czasu. Mówimy, że sygnał niesie informację lub też umożliwia przepływ strumienia informacji.



Sygnały ciągłe

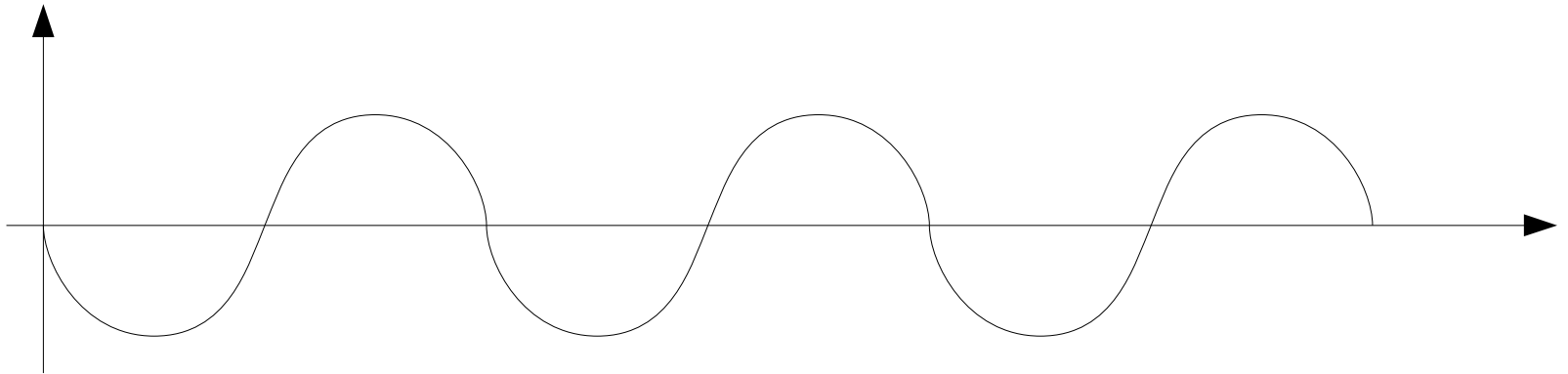
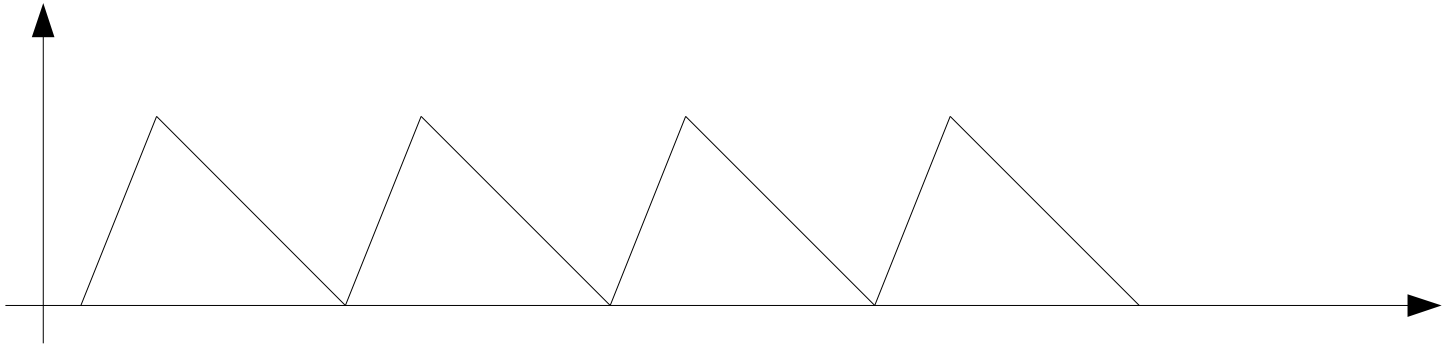
- O informacji mówiliśmy już poprzednio. Nośnikami informacji mogą być sygnały. W języku technicznym słowo „sygnał” oznacza mniej więcej to samo co rozumiemy pod tym pojęciem w języku potocznym. Sygnały są nadawane i odbierane, służą do komunikowania się.
- Istnieje dość duży dział nauki zajmujący się teorią przetwarzania sygnałów

Sygnały

- Rzeczywiste sygnały (jak już wspomniano) zwykle dają się dobrze przedstawiać w opisie matematycznym jako funkcje
- Bardzo często są to funkcje czasu, ale nie musi tak być zawsze
- Argumentem funkcji może być inna dowolna wielkość, choć często w teorii mówi się dla uproszczenia tylko o czasie

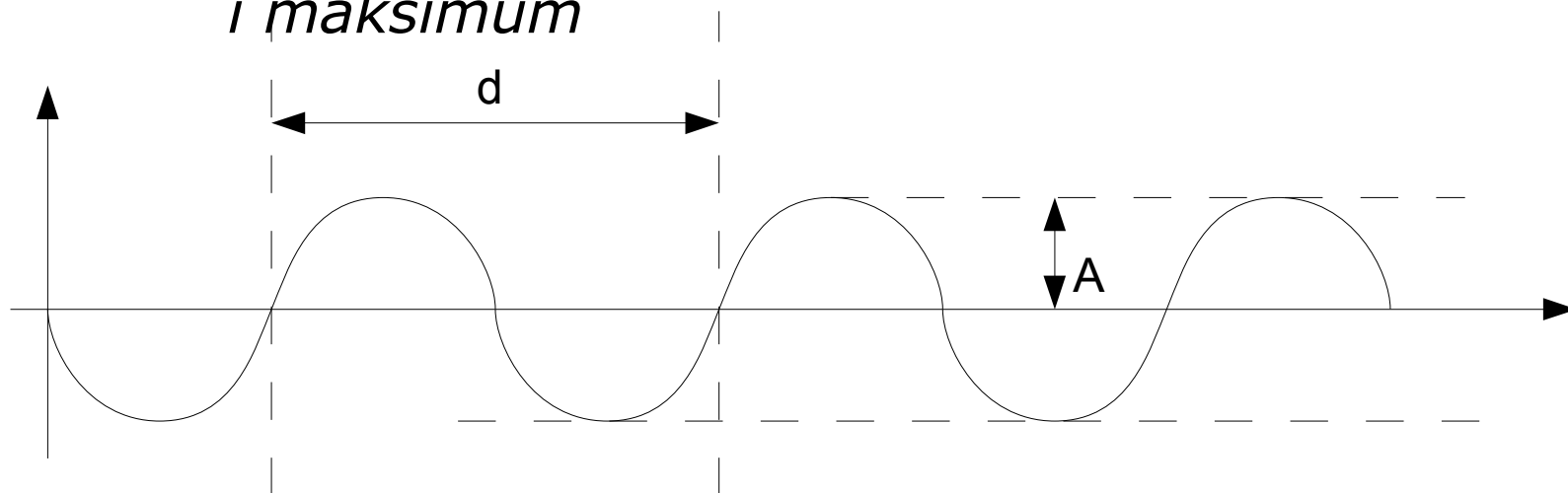
Sygnał okresowy

- Sygnał dający się przedstawić funkcją okresową – to sygnał okresowy



Sygnały okresowe

- Sygnał okresowy posiada dwie cechy: amplitudę ('A') oraz okres (tutaj 'd')
- Amplituda definiowana jest jako największe odchylenie od stanu równowagi
 - *W przebiegach wolno zmiennych i nieściśle okresowych – jako różnica między minimum i maksimum*

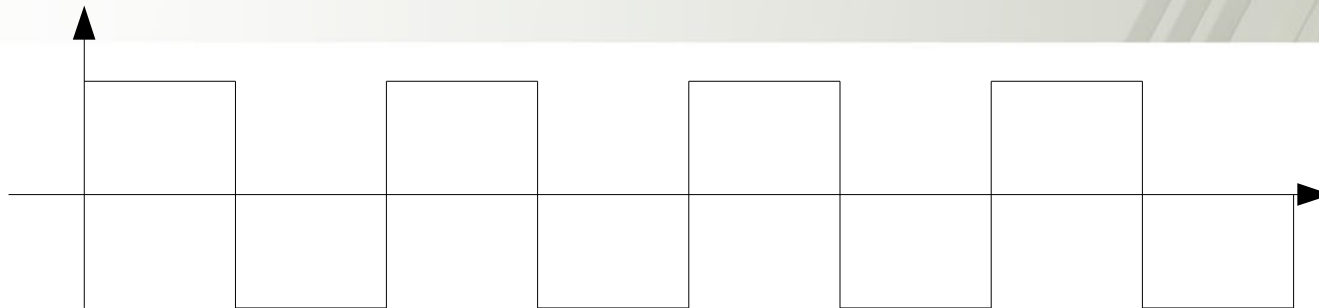


Szereg Fouriera

- Szereg Fouriera – w matematyce szereg pozwalający rozłożyć funkcję okresową, spełniającą warunki Dirichleta, na sumę funkcji trygonometrycznych.

$$S(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos\left(\frac{2n\pi}{T} x\right) + b_n \sin\left(\frac{2n\pi}{T} x\right) \right)$$

Przykład: funkcja prostokątna



$$S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2n-1} \sin((2n-1) \cdot x) \right)$$

$$k_1 = \sin(x)$$

$$k_2 = \frac{1}{3} \sin(3 \cdot x)$$

$$k_3 = \frac{1}{5} \sin(5 \cdot x)$$

$$k_4 = \frac{1}{7} \sin(7 \cdot x)$$

...

Jak to zrobić w Matlabie?

```
t=[0:0.01:2*pi];
```

← Przygotowuje wektor argumentów

```
a=sin(t);
```

← Oblicza wartości sinus

```
b=sin(3.*t) ./3;
```

← Oblicza wartości dla sinusa o trzykrotnie większej częstotliwości
ltd..

```
c=sin(5.*t) ./5;
```

```
d=sin(7.*t) ./7;
```

```
plot(a+b+c+d);
```

← wyświetla wykres

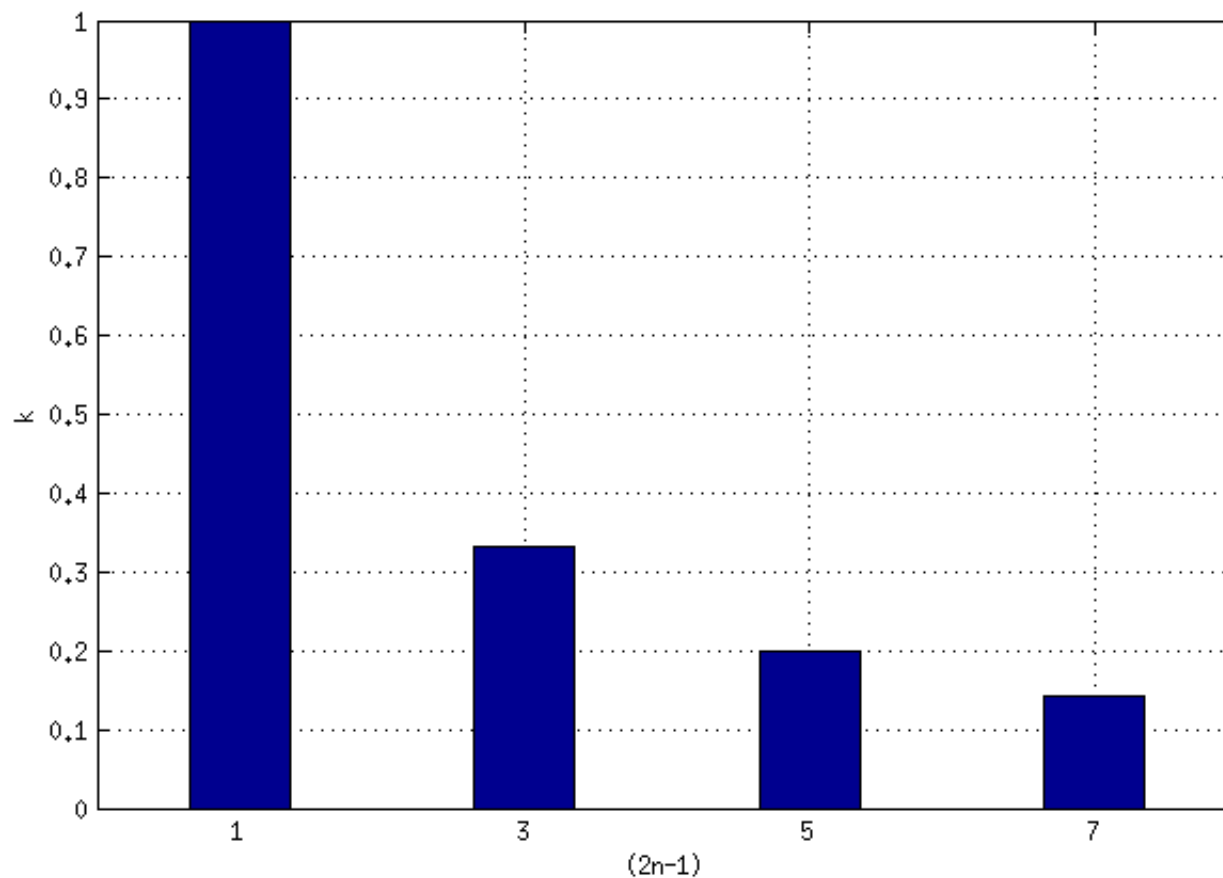
Ale po co ręcznie?

Zawartość m-pliku:

```
N=9;  
s=0;  
for n=1:2:N  
    s=s+sin(n*t)/n;  
end  
plot(s)
```

Zmieniając wartość 'N' łatwo można obserwować co dzieje się z funkcją 's'

Inny sposób przedstawienia funkcji (prostokątnej)

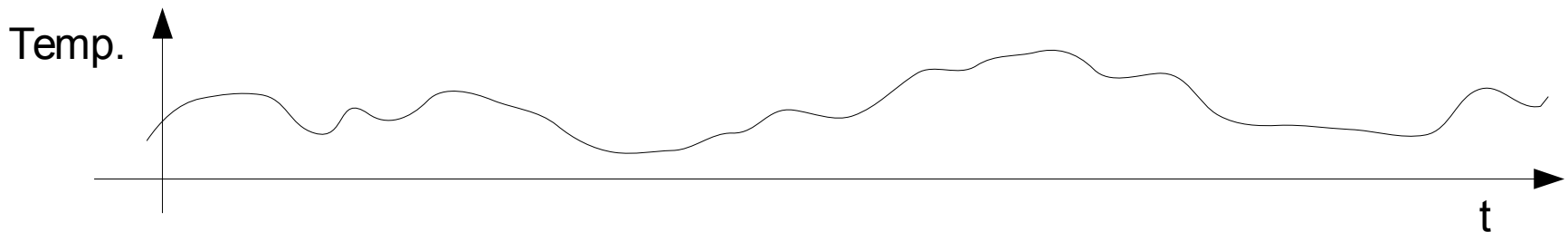


Widmo

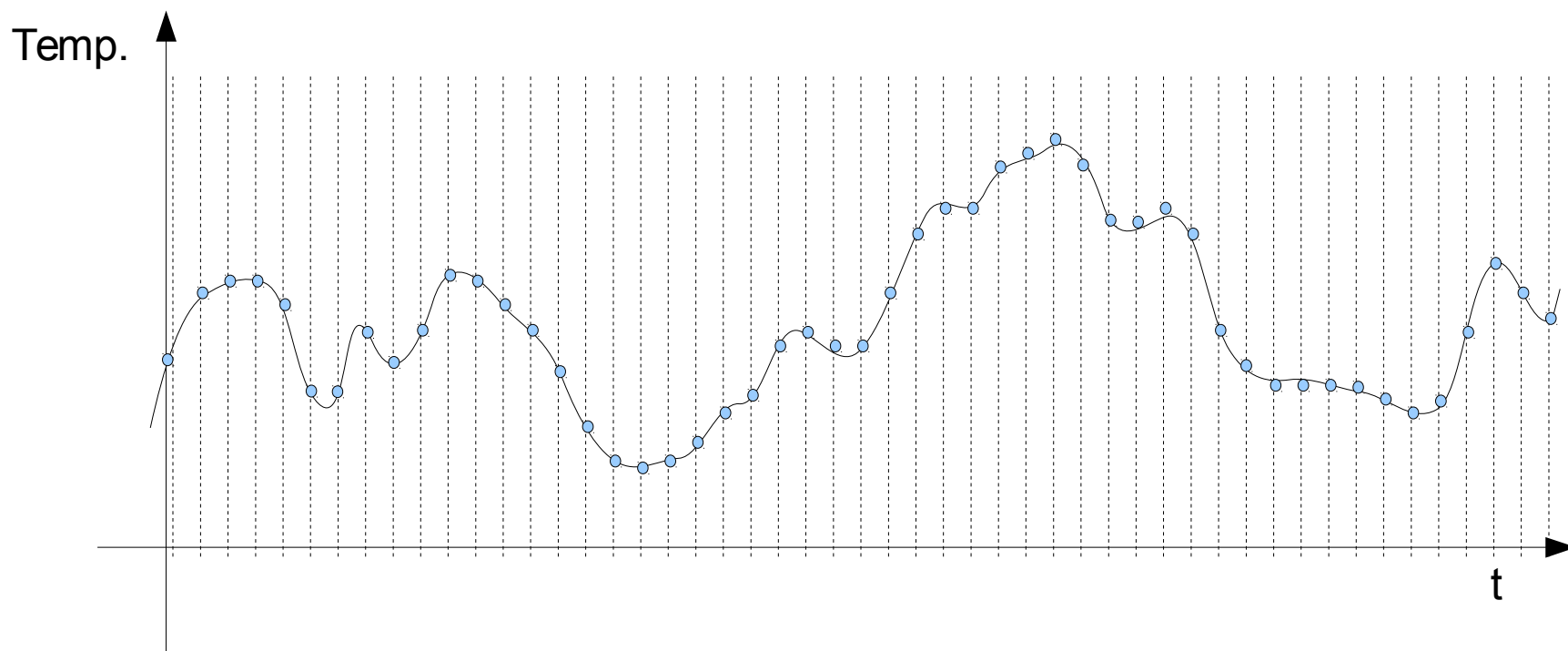
- Widmo sygnału (ściślej: widmo częstotliwościowe sygnału) – przedstawienie sygnału w dziedzinie częstotliwości lub pulsacji, otrzymane przy pomocy transformacji Fouriera. Widmem sygnału nazywa się zarówno samą transformatę Fouriera, (wynik transformacji Fouriera), jak i wykres przedstawiający tę transformatę.

Reprezentacja sygnałów

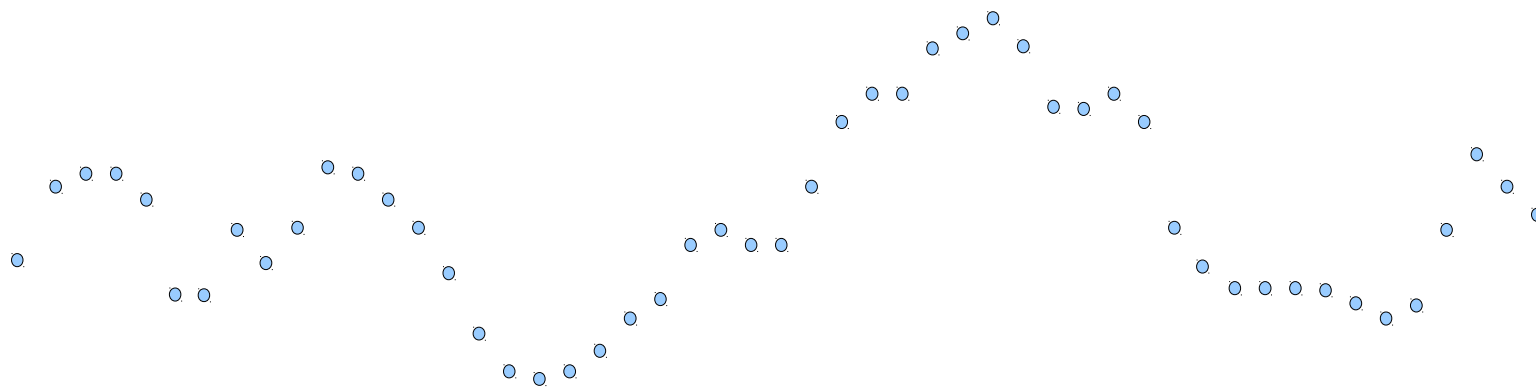
- Problem: jak przedstawić ciągły sygnał analogowy w systemie cyfrowym (dyskretnym)?
 - Można opisać za pomocą wzoru ale nie zawsze
 - W ogólnym przypadku należy dokonać dyskretyzacji wartości

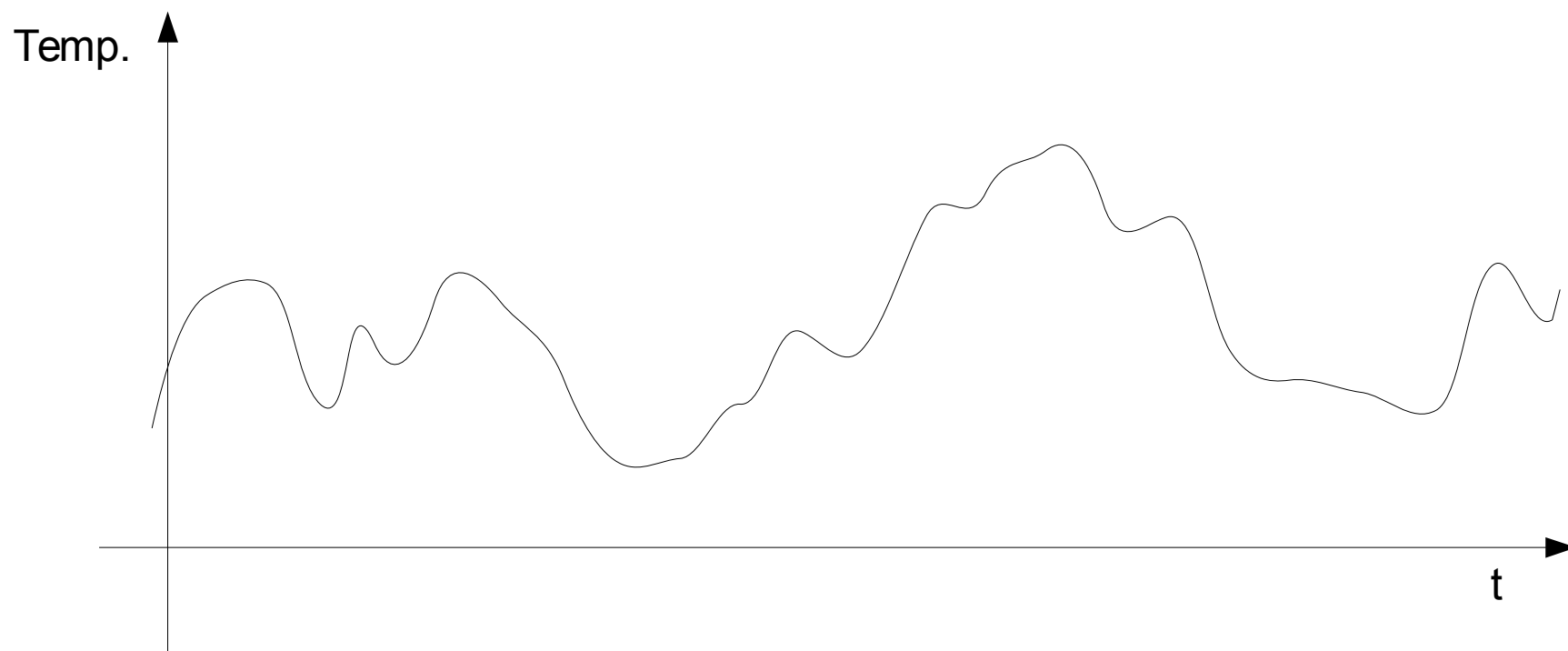


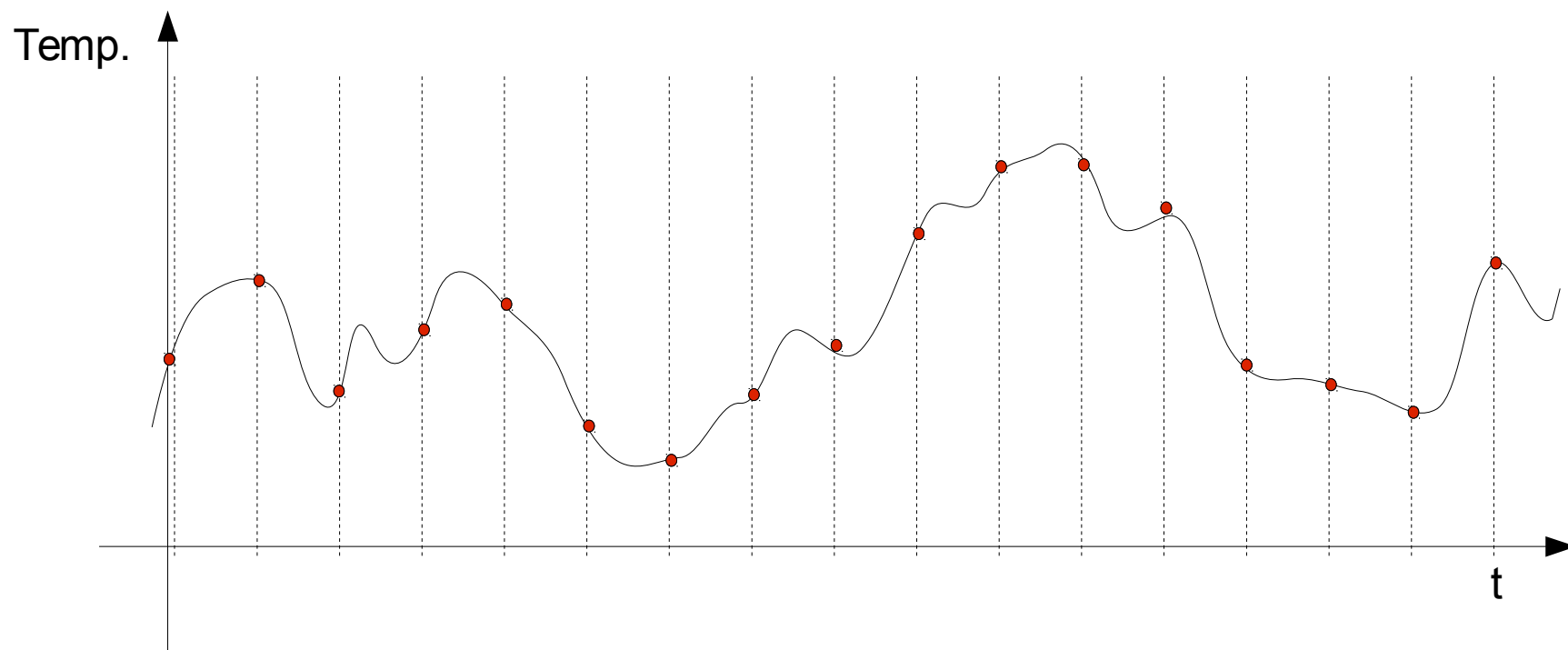
Próbkowanie

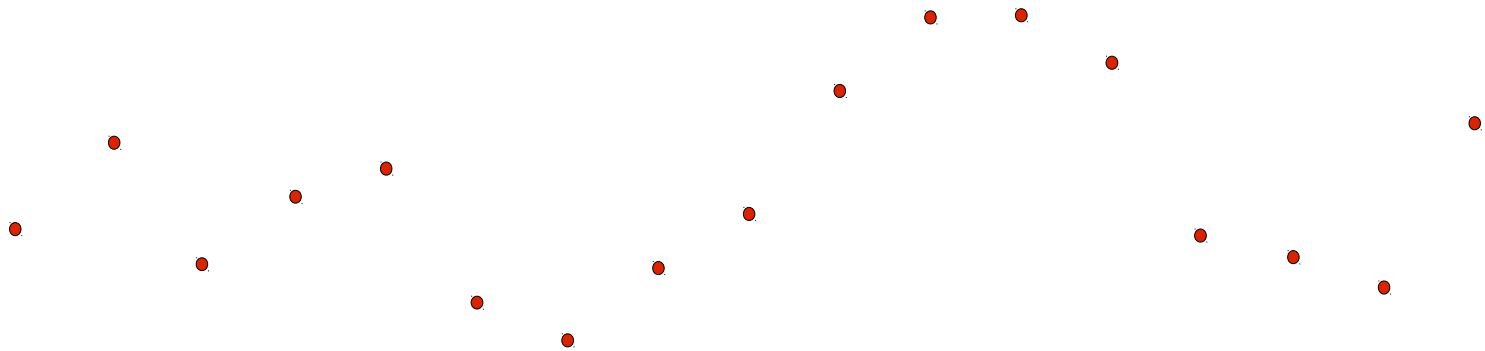


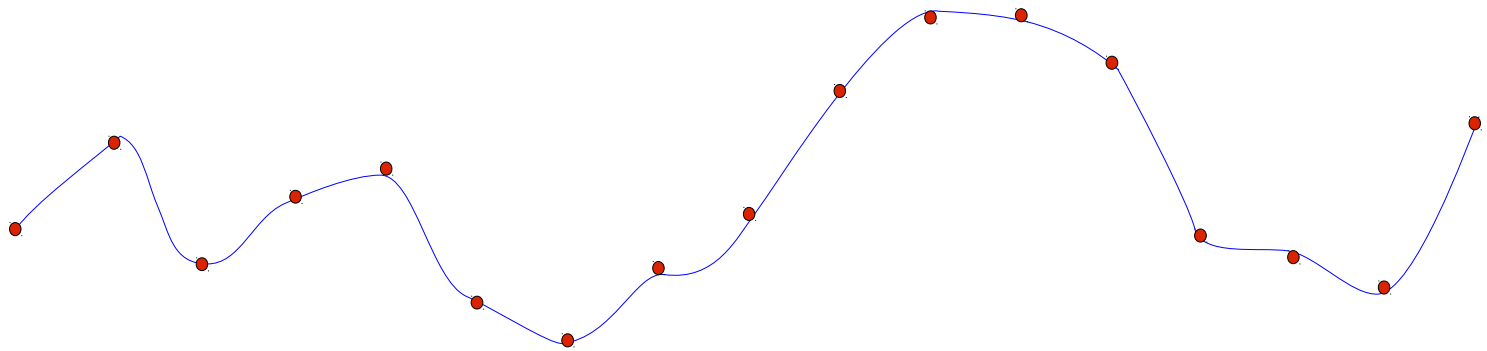
Próbki...











Częstotliwość próbkowania

- Pytanie: jak często należy próbkować aby poprawnie odtworzyć sygnał ciągły?
- Odpowiedź to twierdzenie o próbkowaniu:
(zwane również twierdzeniem Kotelnikowa-Shannona lub twierdzeniem Whittakera-Nyquista-Kotelnikova-Shannona)

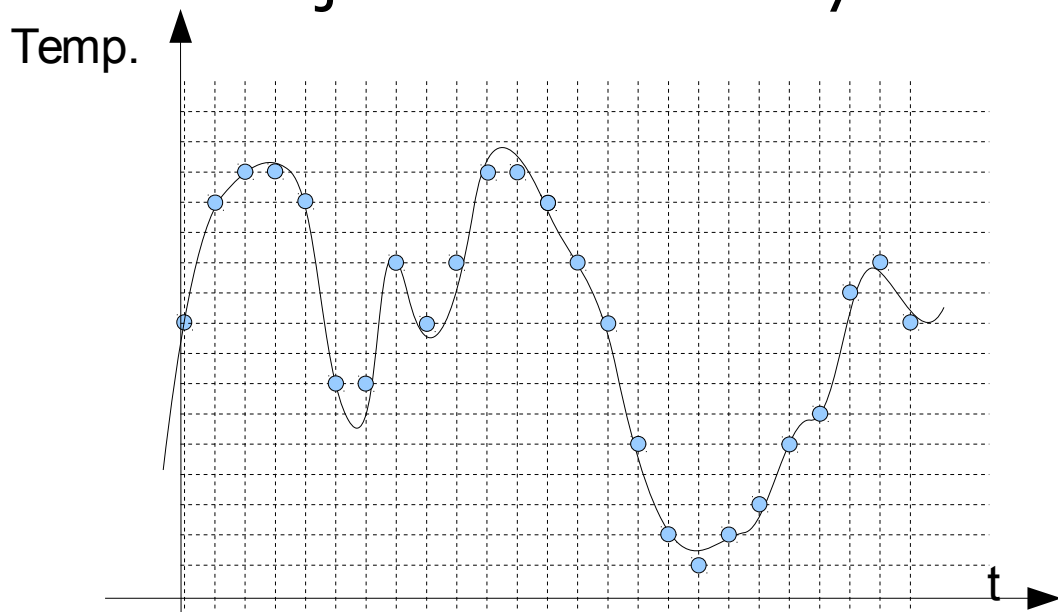
Sygnał ciągły o częstotliwości równej F można wiernie odtworzyć z ciągu jego próbek tworzących sygnał dyskretny, o ile próbki te zostały pobrane z częstotliwością większą niż $2F$.

Sygnały złożone

- Ogólnie, dla sygnałów złożonych twierdzenie o próbkowaniu brzmi:
Jeśli sygnał ciągły nie posiada składowych widma o częstotliwości równej lub większej niż F , to może on zostać wiernie odtworzony z ciągu jego próbek tworzących sygnał dyskretny, o ile próbki te zostały pobrane z częstotliwością nie mniejszą niż $2F$.

Kwantyzacja

- Próbkowanie to inaczej kwantyzacja sygnału w czasie
- Najczęściej, z powodu skończonej dokładności zapisu liczb, sygnał również jest kwantowany w wartościach



W Matlabie:

- Obrazowe objaśnienia dla granicznej częstotliwości próbkowania:

```
t=[0.1:0.1:30*pi];
```

```
a=sin(t);
```

```
plot(t,a);
```

```
hold
```

```
plot(t(1:25:end), a(1:25:end), 'r-*');
```

```
plot(t(1:58:end), a(1:58:end), 'g-o');
```