

## Model gradacji owadów: *Choristoneura fumiferana*

Grzegorz Knor

Gradacją w leśnictwie nazywa się wystąpienie dużej liczby owadów w danym sezonie. Celem modelu jest zbadanie warunków pojawienia się gradacji. Model rozwoju szkodnika drzew iglastych (głównie jodły balsamicznej) z gatunku *Choristoneura fumiferana* (Clemens) – larwy motyla z rodziny zwójkowatych zaproponowany w 1978 roku przez D. Ludwiga. Równanie opisujące populację szkodników wygląda następująco:

$$\frac{dN}{dt} = r_B \left( 1 - \frac{N}{K_B} \right) - p(N)$$

gdzie:

$N$  – populacja szkodników

$r_B$  – współczynnik rozrodczości

$K_B$  – pojemność środowiska związana z ilością igieł na drzewach, czyli pożywienia dla owadów

$p(N)$  – funkcja opisująca drapieżnictwo ze strony ptaków, dla których owady te są pożywieniem, funkcją  $p(N)$  definiujemy następująco:

$$p(N) = \frac{B N^2}{A^2 + N^2}$$

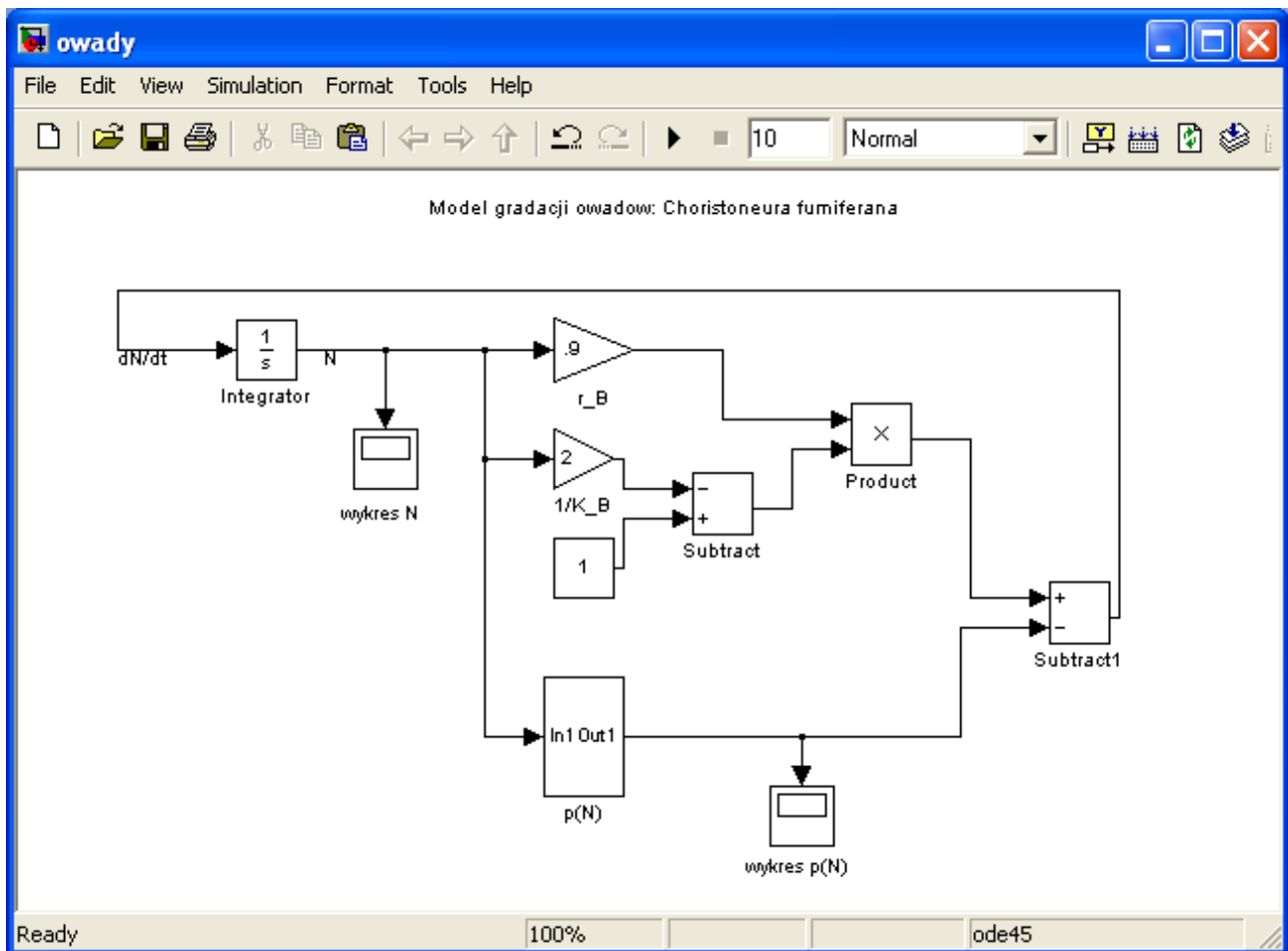
parametry  $A$  i  $B$  określają drapieżnictwo.

Typowy przedstawiciel gatunku *Choristoneura fumiferana* wygląda tak na ilustracji poniżej:

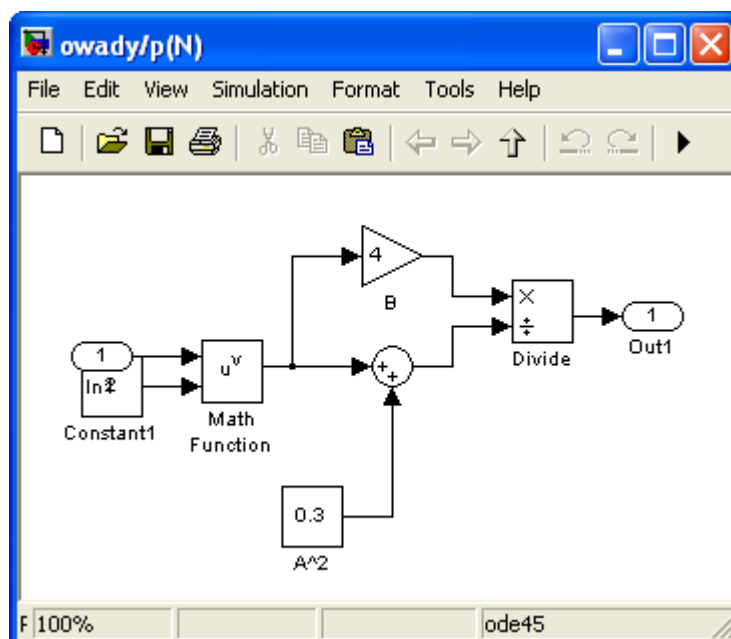


Ilustracja 1: *Choristoneura fumiferana*. Autor: Jerald E. Dewey  
<http://www.forestryimages.org/browse/detail.cfm?imgnum=2252020>

Model wykonany w simulinku wygląda następująco:

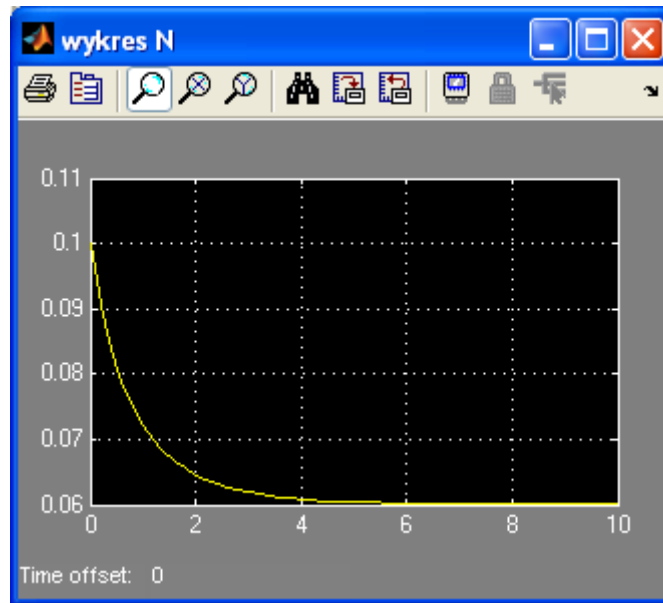


Ilustracja 2: model w simulinku  
zaś funkcja  $p(N)$ :

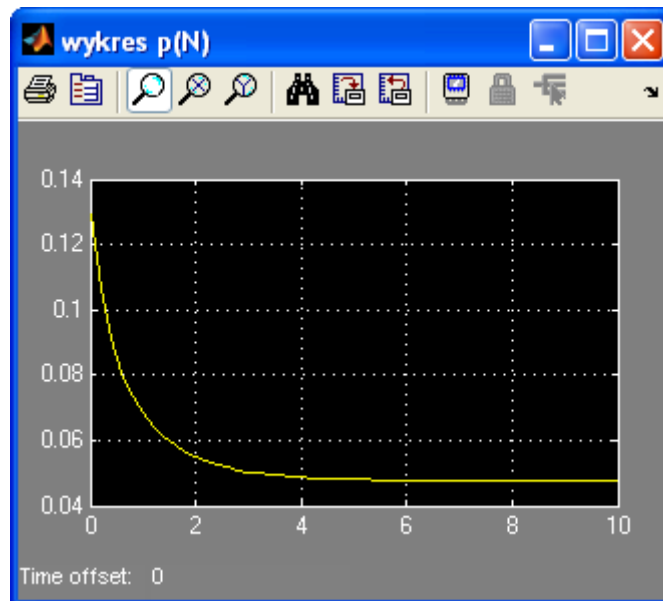


Ilustracja 3: funkcja  $p(N)$

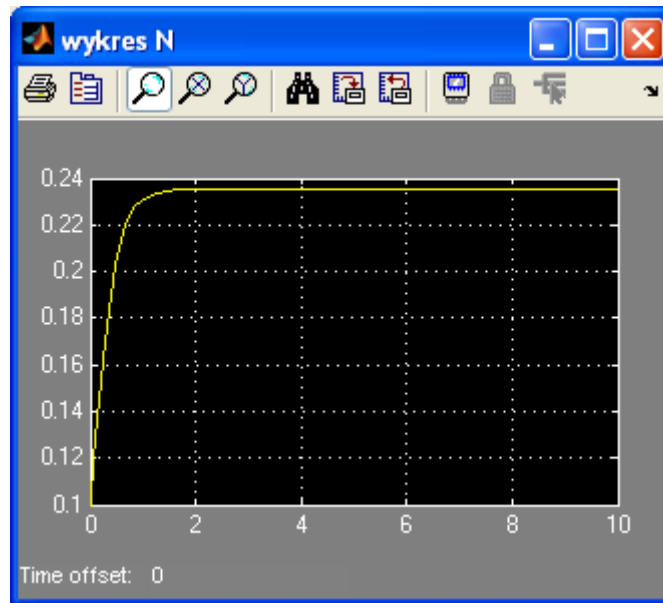
Model pozwala nam na narysowanie populacji owadów  $N$  w czasie, oraz zobaczyć postać funkcji  $p(N)$ . W zależności od wartości parametrów opisujących model możemy otrzymać wzrost populacji, jej zmniejszenie, lub brak zmian.  
Seria ilustracji poniżej przedstawia przykładowe wyniki:



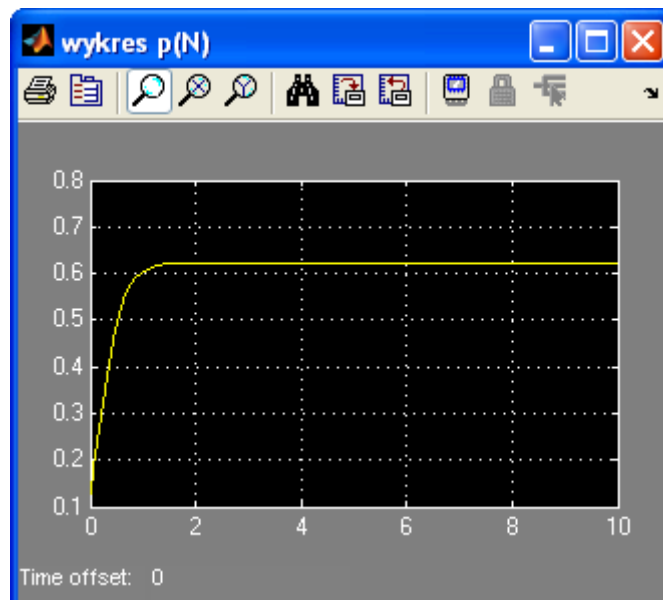
*Ilustracja 4: spadek liczebności populacji*



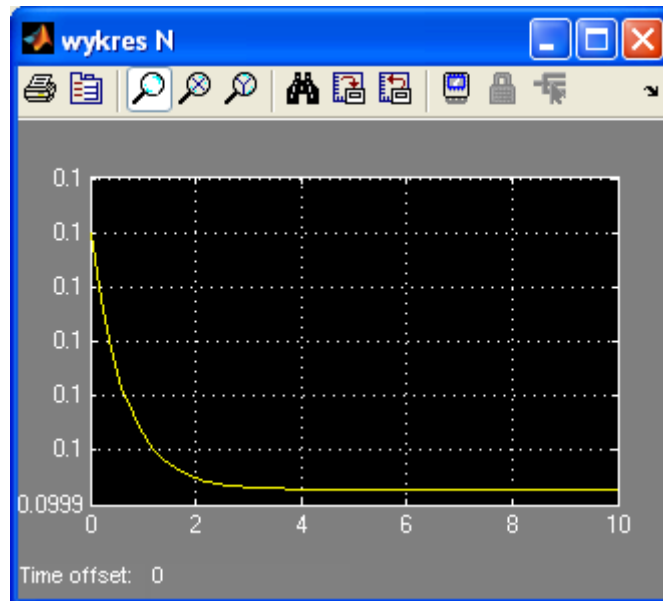
*Ilustracja 5: funkcja  $p(N)$  odpowiadająca populacji z ilustracji 4*



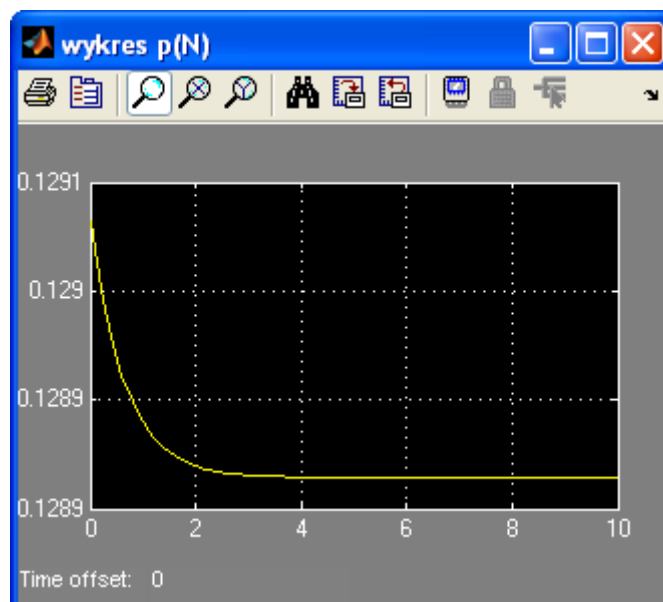
*Ilustracja 6: wzrost liczebności populacji*



*Ilustracja 7: funkcja  $p(N)$  odpowiadająca populacji z ilustracji 6*



*Ilustracja 8: brak znaczący zmian w liczbie populacji*



*Ilustracja 9: funkcja  $p(N)$  odpowiadająca populacji z ilustracji 8*

Ten sam problem można rozwiązać w Matlabie.

```
function F = modelGradacji(t,N)
% N - populacja szkodników
% t - czas
rB = 0.6; % współczynnik rozrodczosci
KB = 0.5; % pojemnosc srodowiska zwiazana z iloscia igiel na drzewach
% funkcja opisujaca drapieznictwo ze strony ptakow
A = sqrt(0.3);
B = 4;% parametry A i B okreslaja drapieznictwo.

F = rB*N.*(1-N/KB)-B*N.^2./(A^2+N.^2);
```

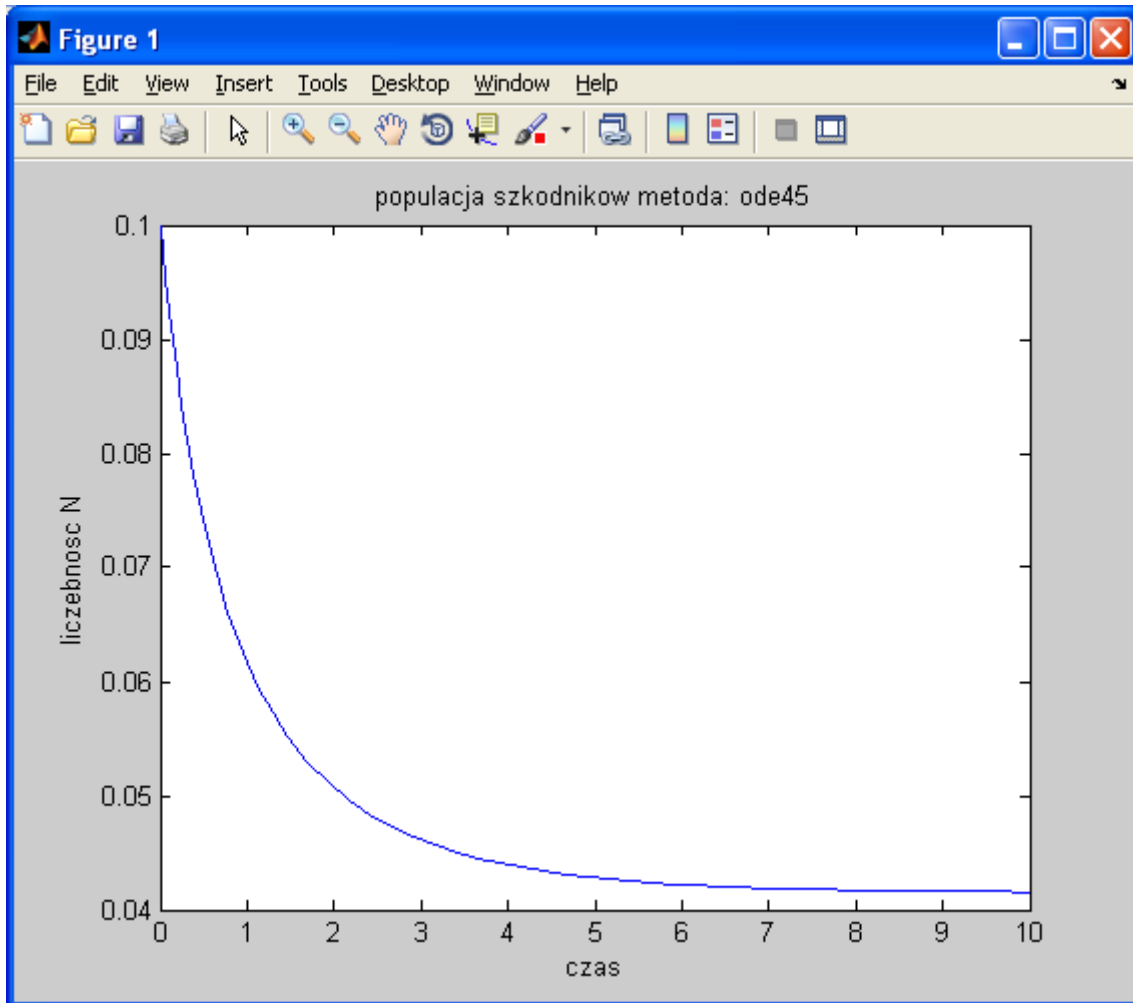
Przy użyciu wbudowanego solvera, np. ode45:

```
[t,y]= ode45('modelGradacji',[0 10],0.1);
```

```

plot(t,y)
xlabel('czas')
ylabel('liczebność N')
title('populacji szkodników')

```



*Ilustracja 10: rozwiązanie równania za pomocą metody ode45*

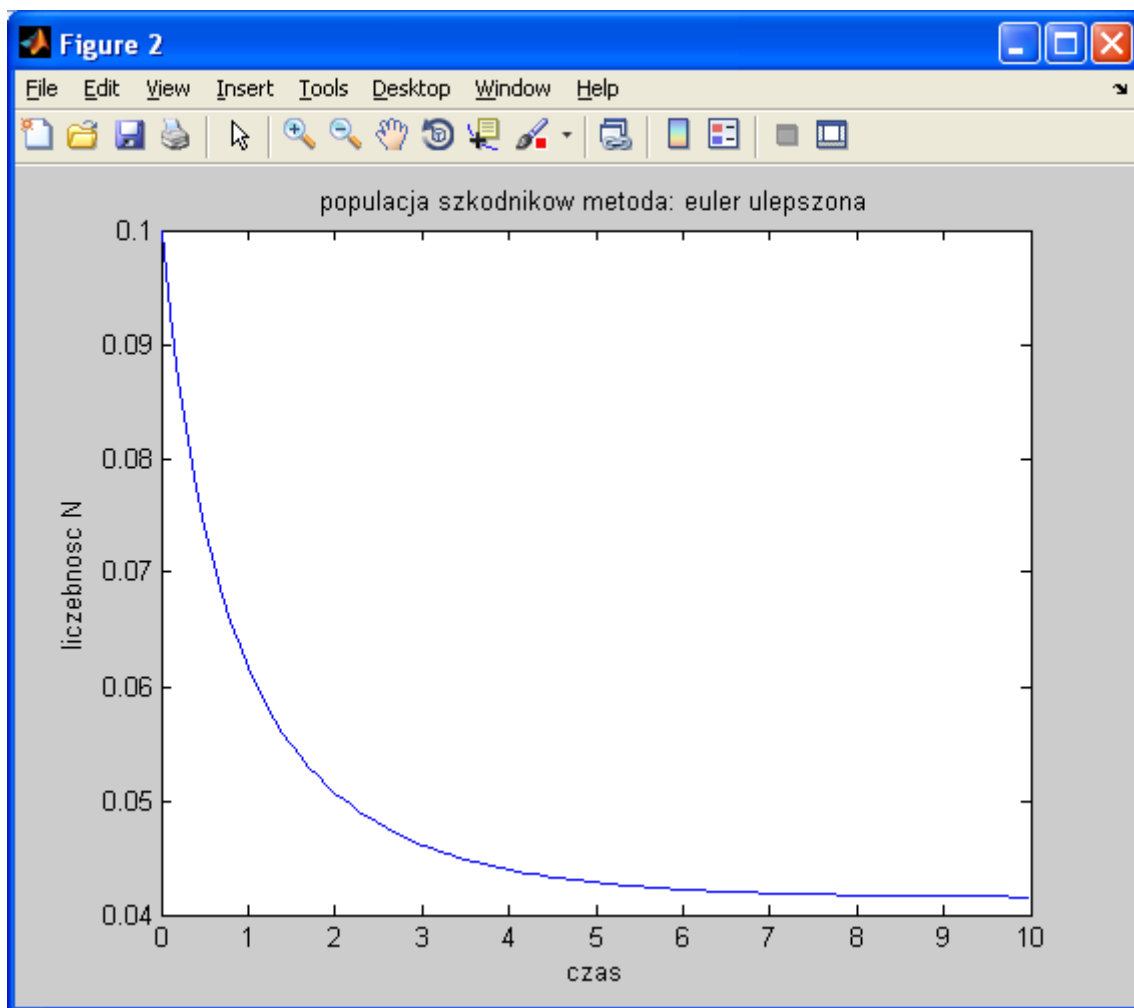
lub za pomocą 'ulepszonej' metody Eulera:

```

function [t,y]=euler_ulepszona(f,tinit,yinit,tfinal,n)
% Ulepszona metoda Eulera
% Obliczenia kroku
h=(tfinal-tinit)/n;
% Przygotowanie wektorów początkowych t i y
t=[tinit; zeros(n,1)]; y=[yinit; zeros(n,1)];
% Obliczenia t i y
for i=1:n
t(i+1)=t(i)+h;
ynew=y(i)+h*f(t(i),y(i));
y(i+1)=y(i)+(h/2)*(f(t(i),y(i))+f(t(i+1),ynew));
end

[t y]=euler_ulepszona(@modelGradacji,0,0.1,10,100);
figure
plot(t,y)
xlabel('czas')
ylabel('liczebność N')
title('populacja szkodników metoda: euler ulepszona')

```



*Ilustracja 11: rozwiązanie za pomocą ulepszonej metody Eulera*

Źródło: [http://home.agh.edu.pl/~zygmunt/Modele/wyklad\\_modele\\_3.pdf](http://home.agh.edu.pl/~zygmunt/Modele/wyklad_modele_3.pdf)

Pliki do pobrania: [gradacja.zip](#)