

**Zadanie 1.** Wykazać, że ciąg zadany rekurencyjnie, jak następuje:

$$a_1 = \frac{3}{2}, \quad a_n = \sqrt{3a_{n-1} - 2}, \quad n \geq 2,$$

jest zbieżny i znaleźć jego granicę.

**Zadanie 2.** Proszę zbadać dla jakich  $x \in \mathbb{R}$  szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n \cdot \sqrt[n]{n}} (x-2)^n$$

jest zbieżny, warunkowo zbieżny, bezwzględnie zbieżny, rozbieżny.

**Zadanie 3.** Czy funkcja  $h$  dana wzorem  $h(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$  dla  $x \in (-\frac{1}{4}, 0)$  oraz wzorem  $h(x) = \ln(\frac{4}{\pi} \arctg \sqrt{1+x^2})$  dla  $x \geq 0$  jest różniczkowalna w punkcie  $x_0 = 0$ ? Odpowiedź proszę uzasadnić.

**Zadanie 4.** Zbadać przebieg zmienności funkcji  $f(x) = \arctg \frac{2x}{x^2+1}$  (pomijając analizę wypukłości i drugiej pochodnej).

**Zadanie 5.** Obliczyć całki:

$$\text{a) } \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}, \quad \text{b) } \int \arcsin(2x+4) dx.$$

**Zadanie 1.** Wykazać, że ciąg zadany rekurencyjnie, jak następuje:

$$a_1 = \frac{3}{2}, \quad a_n = \sqrt{3a_{n-1} - 2}, \quad n \geq 2,$$

jest zbieżny i znaleźć jego granicę.

**Zadanie 2.** Proszę zbadać dla jakich  $x \in \mathbb{R}$  szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n \cdot \sqrt[n]{n}} (x-2)^n$$

jest zbieżny, warunkowo zbieżny, bezwzględnie zbieżny, rozbieżny.

**Zadanie 3.** Czy funkcja  $h$  dana wzorem  $h(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$  dla  $x \in (-\frac{1}{4}, 0)$  oraz wzorem  $h(x) = \ln(\frac{4}{\pi} \arctg \sqrt{1+x^2})$  dla  $x \geq 0$  jest różniczkowalna w punkcie  $x_0 = 0$ ? Odpowiedź proszę uzasadnić.

**Zadanie 4.** Zbadać przebieg zmienności funkcji  $f(x) = \arctg \frac{2x}{x^2+1}$  (pomijając analizę wypukłości i drugiej pochodnej).

**Zadanie 5.** Obliczyć całki:

$$\text{a) } \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}, \quad \text{b) } \int \arcsin(2x+4) dx.$$