

Egzamin poprawkowy z analizy matematycznej, 13.III'09

Zadanie 1. Wyznaczyć dziedzinę, przedziały monotoniczności oraz ekstrema lokalne funkcji

$$f(x) = \sqrt[3]{3x^2 - 5x^3}.$$

Zadanie 2. Obliczyć całki nieoznaczone:

$$\int \frac{\sin x}{4 - 5 \cos x} dx, \quad \int (4x^3 + 6x^2 + \frac{1}{x^2}) \ln x dx.$$

Zadanie 3. Znaleźć granicę

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x (2 \operatorname{arctg}(5x) - \pi).$$

Zadanie 4. Przypuśćmy, że funkcja $\psi : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ jest ciągła, $\psi(0) = 0$ oraz $\psi(1) = 3$. Wykazać, że równanie $(\psi(x))^2 - 3\psi(x) + 2 = 0$ ma co najmniej dwa rozwiązania w przedziale $(0, 1)$.

Zadanie 5. Wyznaczyć granice ciągów (a_n) oraz (b_n) , jeśli wiemy, że ciąg (b_n) jest rosnący oraz

$$a_n = \left(\frac{\sqrt{n} + 1}{\sqrt{n} + 2} \right)^{\sqrt{n+3}}, \quad b_1 = \sqrt{2}, \quad b_{n+1} = \sqrt{2 + b_n}.$$