

## Egzamin z analizy (rok I B WMS) 28. luty 2007

Każde z zadań będzie oceniane w skali od 0 do 10 punktów. Czas pisania 110 minut.

**Zadanie 1.** Wyznaczyć całki nieoznaczone:

$$\int 3x^2 \ln(x^2 + 1) dx \quad \text{oraz} \quad \int \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} dx.$$

**Zadanie 2.** Znaleźć granice  $g_1 := \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{\sin^2 x}$  oraz  $g_2 := \lim x_n$ , gdzie

$$x_1 > \sqrt{a}, \quad x_{n+1} = \frac{1}{2} \left( x_n + \frac{a}{x_n} \right)$$

**Zadanie 3.** Zbadać, dla jakich liczb  $x \in \mathbb{R}$  zbieżny jest szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1} (x-1)^n$ , a dla jakich -szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n^2}}{n!}.$$

**Zadanie 4.** Sprawdzić, w jakich punktach jest ciągła, a w jakich - różniczkowalna funkcja określona wzorem

$$h(x) = \begin{cases} x^2 & \text{dla } x \in \mathbb{Q} \\ x^4 & \text{dla } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}. \quad (1)$$

**Zadanie 5.** Zbadać przebieg zmienności funkcji danej wzorem

$$f(x) = |x-1|e^{-\frac{1}{2}|x|}.$$

Naszkieować orientacyjny wykres tej funkcji.