

Egzamin poprawkowy z analizy matematycznej,
22.II'08

Zadanie 1. Obliczyć granice:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 3n - 1}{n^2 - n + 1} \right)^{n+5}, \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\ln(1-x^2)}$$

Zadanie 2. W zależności od parametrów $x, \alpha \in R$, zbadać zbieżność i zbieżność bezwzględną następujących szeregów:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x + \sqrt{x^2 + 1})^n}{n + 2}, \quad b) \sum \frac{1}{n^\alpha} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right),$$

Zadanie 3. Wyznaczyć dziedzinę, przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne dla funkcji określonej wzorem

$$f(x) = \sqrt[3]{2x^3 + 3x^2}.$$

Zbadać istnienie pochodnej w każdym punkcie dziedziny tej funkcji.

Zadanie 4. a) Wyznaczyć granicę górną i granicę dolną dla ciągu

$$a_n = \frac{n+2}{n+1} \cos^2\left(\frac{2\pi n}{3}\right).$$

b) Wyznaczyć kres górny i kres dolny zbioru

$$A = \{a_n : n \geq 0\}.$$

Zadanie 5. Udowodnić, że dla $x \in (-1, 1)$ zachodzi równość

$$\arcsin\left(\frac{2x}{x^2+1}\right) = 2 \operatorname{arctg} x, .$$