Egzamin pisemny z Analizy Matematycznej I (WMS, 30.01. 2012)

Zadanie 1. Wyznaczyć granice przy $n \to \infty$ ciągów o wyrazach:

$$z_n = n(\log(n+3) - \log n), \qquad w_n = \frac{1+3+5+\ldots+(4n-1)}{2+4+\ldots+2n}.$$

Zadanie 2. Znaleźć przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne i punkty przegięcia dla funkcji

$$f(x) = (\sqrt{x}) \cdot \log x.$$

Zadanie 3. Zbadać, czy istnieją parametry $a, b \in \mathbb{R}$, dla których funkcja dana wzorami: $f(-1) = a$,

$$\operatorname{arctg}\frac{1}{x+1}, \quad x > -1$$

$$\frac{b(x+1)}{\sin(\pi(x+1))}, \quad x < -1$$

jest ciągła

Zadanie 4. Obliczyć granice jednostronne:

$$A = \lim_{x\to 0^+} \left(\frac{1}{\operatorname{tg}x}\right)^{\operatorname{tg}x} \qquad , \quad B = \lim_{x\to 0^+} \left(1 + 2x^2 + x\right)^{\frac{1}{x}}.$$

.

Egzamin pisemny z Analizy Matematycznej I (WMS, 02.02. 2012)

Zadanie 1. Wyznaczyć granice przy $n \to \infty$ ciągów o wyrazach:

$$a_n = \frac{\sqrt{n^2+5} - n}{\sqrt{n^2+3} - n} + \frac{\sin(n!)}{\sqrt[3]{n}}, \qquad b_n = \left(1 + \frac{1}{n^2+n+1}\right)^{\frac{n^2+2}{3}}.$$

Zadanie 2. Znaleźć przedziały wypukłości i punkty przegięcia dla funkcji

$$f(x) = x^2 e^{-x}.$$

Zadanie 3. Wyznaczyć, dziedzinę, przeciwdziedzinę, zbadać injektywność i o ile istnieje, wyznaczyć funkcję odwrotną f^{-1} dla funkcji danej wzorem

$$f(x) = \ln(1 + 3x^3).$$

Zadanie 4. Wyznaczyć wartości $a, b \in \mathbb{R}$ tak, by następujący wzór określał funkcj ciągłą w $\mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{\sqrt{1-\cos 4t}}{\arcsin 3t} \text{ dla } t > 0, \;\; f(x) = ax + b + \sqrt[3]{x} \text{ dla } -1 < x \leq 0\,, \;\; f(x) = -2 \text{ dla } x \leq -1.$$

.