

Egzamin z analizy (termin "0") 26.06.2013

Zadanie 1. Znaleźć przedział zbieżności oraz obliczyć sumę w punktach wewnętrznych przedziału zbieżności szeregu

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+5}{5^n} x^n.$$

Zadanie 2. Obliczyć długość łuku krzywej o równaniu

$$y = 1 + \arcsin(e^{-x}), \quad x \in [0, 1]$$

Zadanie 3. Zbadać zbieżność (i jej typ) dla ciągu funkcji:

$$f_n(x) = \begin{cases} nx^2, & x \in [0, \frac{1}{n}] \\ n^2(\frac{2}{n} - x), & \text{dla } x \in [\frac{1}{n}, \frac{2}{n}] \\ 0, & \text{w pozostałych punktach zbioru } \mathbb{R} \end{cases}$$

Zadanie 4. Niech $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x + y < 2, x - y \leq 2\}$.

Znaleźć obraz $f[D]$ tego zbioru poprzez odwzorowanie

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + xy - 2x - y + 1.$$

Zadanie 5. Zbadać różniczkowalność funkcji $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ równej zero w punkcie $(1, 0)$, a w pozostałych punktach płaszczyzny danej wzorem

$$g(x, y) = \frac{(1 - \cos(x - 1))^2 + (x - 1)y^2}{(x - 1)^2 + y^2}.$$

.

Egzamin z analizy (termin "0") 26.06.2013

Zadanie 1. Znaleźć przedział zbieżności oraz obliczyć sumę w punktach wewnętrznych przedziału zbieżności szeregu

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+5}{5^n} x^n.$$

Zadanie 2. Obliczyć długość łuku krzywej o równaniu

$$y = 1 + \arcsin(e^{-x}), \quad x \in [0, 1]$$

Zadanie 3. Zbadać zbieżność (i jej typ) dla ciągu funkcji:

$$f_n(x) = \begin{cases} nx^2, & x \in [0, \frac{1}{n}] \\ n^2(\frac{2}{n} - x), & \text{dla } x \in [\frac{1}{n}, \frac{2}{n}] \\ 0, & \text{w pozostałych punktach zbioru } \mathbb{R} \end{cases}$$

Zadanie 4. Niech $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x + y < 2, x - y \leq 2\}$.

Znaleźć obraz $f[D]$ tego zbioru poprzez odwzorowanie

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + xy - 2x - y + 1.$$

Zadanie 5. Zbadać różniczkowalność funkcji $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ równej zero w punkcie $(1, 0)$, a w pozostałych punktach płaszczyzny danej wzorem

$$g(x, y) = \frac{(1 - \cos(x - 1))^2 + (x - 1)y^2}{(x - 1)^2 + y^2}.$$