

Propozycje zadań

Zadanie 1. Obliczyć całkę

$$\int_0^{\infty} \frac{\ln(1+x^4)}{x^3} dx.$$

Zadanie 2. Zbadać zbieżność jednostajną ciągu funkcyjnego $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$, gdzie

$$f_n(x) = \begin{cases} n^2 x & , x \in [0, \frac{1}{n}], \\ n^2(\frac{2}{n} - x) & , x \in (\frac{1}{n}, \frac{2}{n}), \\ 0 & , x \in (-\infty, 0] \cup [\frac{2}{n}, +\infty). \end{cases}$$

Zadanie 3. Wyznaczyć przedział zbieżności szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n(n+1)}.$$

Następnie znaleźć sumę tego szeregu wewnątrz jego przedziału zbieżności.

Zadanie 4. Niech

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , (x, y) = (0, 0), \\ x + y + \frac{x^3 y}{x^4 + y^2} & , (x, y) \neq (0, 0). \end{cases}$$

Zbadać ciągłość funkcji f w punkcie $(0, 0)$. Następnie zbadać istnienie jej pochodnych kierunkowych oraz różniczkowalność w tym punkcie.

Zadanie 5. Obliczyć długość łuku krzywej

$$y = \arcsin(e^{-x}), \quad x \in [0, 1].$$