

Analiza matematyczna 1
- EGZAMIN - II termin -
11 lutego 2022

1. (10 pkt) Wyznacz dziedzinę i zbiór wartości zarówno funkcji f jak i funkcji g oraz wzór opisujący funkcję g , jeżeli wiadomo, że funkcja f dana jest wzorem $f(x) = \frac{3x+5}{2+x}$ a funkcja g jest funkcją odwrotną do funkcji f .
2. (10 pkt) Oblicz granice

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{3^{2n}} + \frac{4}{4^n} + \frac{1}{2^n}}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (x-1) (\ln(x^2+1) - \ln(x^2-x)).$$

3. (10 pkt) Dla jakich wartości parametrów $a, b \in \mathbb{R}$ funkcja $h(x)$ (zadana wzorem podanym poniżej) jest ciągła w swojej dziedzinie? Dla jakich wartości parametrów $a, b \in \mathbb{R}$ jest ona różniczkowalna? Uzasadnij i wskaż $h'(\pi)$.

$$h(x) = \begin{cases} \cos x & \text{dla } x \in (-\infty, \pi], \\ ax^2 + b & \text{dla } x \in (\pi, \infty). \end{cases}$$

4. (10 pkt) Zbadaj monotoniczność i istnienie ekstremów funkcji $f(x) = \frac{1}{(1+\ln x)^2}$.
5. (10 pkt) Oblicz następujące całki nieoznaczone:

$$\int (2-x) \cos(2x+1) dx, \quad \int \frac{(\sqrt{\arccos x} + 5)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

Analiza matematyczna 1
- EGZAMIN - II termin -
11 lutego 2022

1. (10 pkt) Wyznacz dziedzinę i zbiór wartości zarówno funkcji f jak i funkcji g oraz wzór opisujący funkcję g , jeżeli wiadomo, że funkcja f dana jest wzorem $f(x) = \frac{3x+5}{2+x}$ a funkcja g jest funkcją odwrotną do funkcji f .
2. (10 pkt) Oblicz granice

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{3^{2n}} + \frac{4}{4^n} + \frac{1}{2^n}}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (x-1) (\ln(x^2+1) - \ln(x^2-x)).$$

3. (10 pkt) Dla jakich wartości parametrów $a, b \in \mathbb{R}$ funkcja $h(x)$ (zadana wzorem podanym poniżej) jest ciągła w swojej dziedzinie? Dla jakich wartości parametrów $a, b \in \mathbb{R}$ jest ona różniczkowalna? Uzasadnij i wskaż $h'(\pi)$.

$$h(x) = \begin{cases} \cos x & \text{dla } x \in (-\infty, \pi], \\ ax^2 + b & \text{dla } x \in (\pi, \infty). \end{cases}$$

4. (10 pkt) Zbadaj monotoniczność i istnienie ekstremów funkcji $f(x) = \frac{1}{(1+\ln x)^2}$.
5. (10 pkt) Oblicz następujące całki nieoznaczone:

$$\int (2-x) \cos(2x+1) dx, \quad \int \frac{(\sqrt{\arccos x} + 5)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$