

1. (a) Wyznaczyć, jeśli istnieje, granicę $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 3}{n^2 + 2n + 2} \right)^{3n}$
 (b) Dla jakich wartości $k \in \mathbb{R}$ jest $\lim b_n = 1$, gdy

$$b_n = \frac{(k-1)n^3 + 7n}{(k^2 - 3k + 2)n^3 + 2n^2}$$

2. Wyznaczyć asymptoty funkcji danej wzorem:

$$g(x) = x \exp\left(\frac{1}{x}\right) \quad (\text{jak zwykle, } \exp(y) := e^y)$$

3. Wyznaczyć przedziały, na których funkcja dana wzorem $f(x) = x \ln \frac{1}{x^2}$ jest jednocześnie wypukła w górę (czyli wklęsła) i malejąca.

4. Dla jakiego $a \in \mathbb{R}$ następujący wzór określa funkcję ciągłą na całej osi liczbowej?

$$f(x) = \begin{cases} 3^x + 1 & \text{dla } x \geq 0 \\ \frac{2^{\frac{1}{x}} + \cos x}{3^{\frac{1}{x}} - a} & \text{dla } x < 0 \end{cases}$$

5. Obliczyć całki:

$$(a) \int \frac{\sqrt[3]{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad (b) \int \frac{\ln x}{x^2} dx.$$