

Zagadnienia z analizy z teorii sem.I Elektrotechnika, 2020/21

Skróty: tw. =twierdzenie, Def.= definicje

1. CIĄGI

Definicja granicy ciągu $g = \lim x_n$ (właściwej: $g \in \mathbb{R}$ oraz niewłaściwej: np. $g = +\infty$).

Tw. o ciągach monotonicznych ograniczonych.

Granica $\lim(1 + \frac{1}{n})^n$ (jak ją oznaczamy?), ile wynosi $\lim \sqrt[n]{n}$?

Tw. o arytmetyce granic,

tw. o zachowaniu nierówności (tezy o implikacjach dla nierówności typu:

$(\forall_n a_n \leq b_n) \Rightarrow (\lim a_n \leq \lim b_n)$, oraz teza typu: $(\lim a_n > c) \Rightarrow (\exists_M \forall_n \geq M \dots)$.)

tw. Bolzano-Weierstrassa,

tw. o ciągach Cauchy'ego (+ definicja ciągu Cauchy'ego).

2. GRANICA FUNKCJI, jej CIĄGŁOŚĆ

Def. granicy funkcji w punkcie (lub w $+\infty$) granice niewłaściwe, jednostronne.

Tw. o równoważności warunku ciągowego Heinego z definicją (w terminach ϵ, δ) granicy funkcji.

Tw o istnieniu granic jednostronnych funkcji monotonicznej (np. dla f niemalejących wyrażenie granicy $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ przez kres górny zbioru $\{f(x) : x \in \dots\}$).

Tw. Bolzano- Cauchy'ego (o osiąganiu wartości pośrednich dla f ciągłych na przedziale).

Tw. Weierstrassa o osiąganiu kresów i o ograniczoności dla f ciągłych w $[a, b]$.

3. POCHODNA FUNKCJI

Def. różniczkowalności w punkcie.

Tw. o implikacji między istnieniem pochodnej a ciągłością w danym punkcie.

Tw. o pochodnej sumy, iloczynu (wzór Leibniza), ilorazu dwu funkcji.

Tw. o pochodnych: funkcji złożonej, funkcji odwrotnej.

Def. ekstremum lokalnego,

Tw. Fermata (warunek konieczny dla istnienia ekstr. lokalnego dla f różniczkowalnej) + jakiś warunek wystarczający na istnienie ekstremum.

Tw. Lagrange'a o wartości średniej.

Tw. wiążące znak pochodnej i monotoniczność.

4. POCHODNE WYŻSZYCH RZĘDÓW

Def. pochodnej rzędu k

Def. wielomianu Taylora dla f , rzędu n w punkcie x_0

Tw. o postaci (Lagrange'a i Peana) reszty we wzorze Taylora.

Def. wypukłości funkcji f -jej charakteryzacja przez własności f' (odp. f'').

5. CAŁKA NIEOZNACZONA

Def. funkcji pierwotnej i całki nieoznaczonej.

Tw. o całkowaniu przez części i przez podstawienie dla całek nieoznaczonych