

Zagadnienia do egzaminu z analizy sem.I Elektrotechnika, 2015/16

Skróty: tw. =twierdzenie, def.=definicja W nawiasach [] są przykłady konkretnych / dodatkowych pytań

1. ZBIORY, RELACJE, ODWZOROWANIA

Iloczyny kartezjanskie, relacje, odwzorowania (def.); Relacje: równoważności, częściowego porządku; Obrazy, przeciwobrazy zbiorów [np. sprawdzić, że $f[A \cup B] = f[A] \cup f[B]$]. Odwzorowania : surjekcje, injekcje, bijekcje, ich złożenia, odwzorow. odwrotne [np. dla $h = g \circ f$ z surjektywności h wywnioskować surjektywność g .] funkcje nieparzyste, parzyste, monotoniczne, silnie monotoniczne Np. [Uzasadnić, że funkcja odwrotna do monotonicznej jest monotoniczna]; Definicja majorant, minorant, elementów największych i kresów zbiorów , tw. o istnieniu kresów w $\mathbb{R}$.

2. CIĄGI (oznaczane tu skrótem "c.")

Def, granicy ciągu, c. rozbieżnych do $+\infty$ (odp. do $-\infty$). Tw. o c. monotonicznych ograniczonych. Granica c. $(1 + \frac{1}{n})^n$ [z jakich tw. korzystamy dowodząc jej zbieżności]. Tw. o arytmetyce granic, o zachowaniu nierówności (tezy dla nierówn. typu $a_n \leq b_n \Rightarrow \dots$, oraz typu: $\lim a_n > c \Rightarrow \dots$, tw. o 3 ciągach) tw. Bolzano-Weierstrassa, tw. o ciągach Cauchy'ego. Definicja sum częściowych i sumy szeregu, szereg geometryczny.

3. GRANICA FUNKCJI, jej CIĄGŁOŚĆ (oznaczana tu skrótem "cgl.")

Def. punktów skupienia zbioru, granicy funkcji w punkcie (właściwym, lub $\pm\infty$) granice niewłaściwe. Tw. o równoważności warunku Heinego z definicją (Cauchy'ego) granicy funkcji. Def. i warunek Heinego cgl. funkcji w danym punkcie. Przykłady 2 typów punktów niecgl. (skokowych i istotnych). Tw o istnieniu granic jednostronnych funkcji monotonicznej. Własność Darboux funkcji cgl. na przedziale Ciągłość funkcji odwrotnej do funkcji monotonicznej na przedziale. Monotoniczność, cgl. funkcji potęgowej i wykładniczej. Własności logarytmu [sprawdzić, że $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$]. Tw. Weierstrassa o osiągnięciu kresów i o ograniczoności dla $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ciągłych.

4. POCHODNA FUNKCJI

Def, różniczkowalności w punkcie (różniczkowalność implikuje cgl., przykład, że nie na odwrót). Liniowość operacji różniczkowania. Tw. o pochodnej iloczynu, ilorazu. Tw. o pochodnych: funkcji złożonej, funkcji odwrotnej. Def. ekstremum lokalnego, Tw. Fermata .Tw. o wartości średniej (Lagrange'a). [przykładowe zastosowanie: oszacowanie przyrostu funkcji przy użyciu przyrostu argumentu . Znak pochodnej a monotoniczność.] Reguła de l'Hospitala. [Sporządzanie wyrażień nieoznaczonych do wyrażień typu $\frac{0}{0}$]

5. POCHODNE WYŻSZYCH RZĘDÓW

Przykłady: dla $f(x)$ typów: a^x , x^k , $\sin x$, $\frac{1}{x}$ Tw. o postaci (Lagrange'a i Peana) reszty we wzorze Taylora. Zastosowanie do badania istnienia ekstremum lokalnego, do przybliżania wartości $f(x)$ wielomianami (oszacowanie błędu). Wypukłość funkcji f -charakteryzacja przez własności f' (odp. f'').

6. CAŁKA NIEOZNACZONA

Funkcja pierwotna a całka (porównanie def.). Liniowość całki. Tw* o całkowaniu przez części i przez podstawienie. Rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste (metoda). Wzory redukcyjne dla całek z $\frac{1}{(1+x^2)^n}$ Podstawienie trygonometryczne.