

Zagadnienia z analizy z teorii sem.I Elektrotechnika, 2017/18

Skróty: tw. =twierdzenie, zb. =zbiór, cg. = ciąg Def.= definicje

1. ZBIORY, RELACJE, ODWZOROWANIA

Definicje: Iloczynów kartezjanskich $A \times B$ pary zbiorów, relacji, def. typów relacji (2-argumentowych): równoważności, częściowego porządku; odwzorowań; (typy odwzorowań: surjekcje, injekcje), złożenia, odwzorowania odwrotne, funkcje nieparzyste, parzyste, monotoniczne, silnie monotoniczne.

Definicja majorant, minorant, elementów największych i kresów zbiorów ($a = \sup E, b = \inf E$ dla zbiorów $E \subset \mathbb{R}$, tw. o istnieniu kresów dla zb. ograniczonych.

2. CIĄGI (oznaczane tu skrótem "cg.")

Def. granicy ciągu $g = \lim x_n$ (właściwej: $g \in \mathbb{R}$ oraz niewłaściwej: $g = \pm\infty$).

Tw. o cg. monotonicznych ograniczonych. Granica $\lim(1 + \frac{1}{n})^n$ [z jakich tw. korzystamy dowodząc jej zbieżności i jak ją oznaczamy]. Tw. o arytmetyce granic, tw. o zachowaniu nierówności (tezy dla nierówn. typu $a_n \leq b_n \Rightarrow \dots$, oraz typu: $\lim a_n > c \Rightarrow \dots$, tw. o 3 ciągach) tw. Bolzano-Weierstrassa, tw. o ciągach Cauchy'ego. Definicja sum częściowych i sumy szeregu, szereg geometryczny $\sum_{n=0}^{\infty} a_0 q^n$ -wzór na sumę + określenie, kiedy jest on zbieżny.

3. GRANICA FUNKCJI, jej CIĄGŁOŚĆ (oznaczana tu skrótem "cgł.")

Def. punktów skupienia zbioru, granicy funkcji w punkcie (właściwym, lub $\pm\infty$) granice niewłaściwe, jednostronne.

Tw. o równoważności warunku Heinego z definicją (Cauchy'ego) granicy funkcji.

Def. i warunek Heinego cgł. funkcji w danym punkcie. Def. 3 typów punktów nie-cgł. (usuwalnych, skokowych i istotnych). Tw o istnieniu granic jednostronnych funkcji monotonicznej (np. dla f niemalejących wyrażenie granicy lewostronnej przez pewien kres górny). Tw. Bolzano- Cauchy'ego (=własność Darboux o osiągnięciu wartości pośrednich) funkcji cgł. na przedziale. Ciągłość funkcji odwrotnej do funkcji monotonicznej na przedziale. Monotoniczność, cgł. funkcji potęgowej i wykładniczej. Własności logarytmu [typu $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$]. Tw. Weierstrassa o osiągnięciu kresów i o ograniczoności dla f ciągłych w $[a, b]$.

4. POCHODNA FUNKCJI

Def. różniczkowalności w punkcie (Tw.: różniczkowalność implikuje cgł., przykład, że nie na odwrót). Liniowość operacji różniczkowania. Tw. o pochodnej iloczynu (wzór Leibniza), ilorazu. Tw. o pochodnych: funkcji złożonej, funkcji odwrotnej. Def. ekstremum lokalnego, Tw. Fermata (warunek konieczny dla istnienia ekstr. lokalnego dla f różniczkowalnej. Tw. o wartości średniej (Rolle'a Lagrange'a i Cauchy'ego). [Wnioski z tw. o wart. średniej: Tw. o oszacowaniu przyrostu funkcji przy użyciu przyrostu argumentu i pochodnej. Tw. wiążące znak pochodnej i monotoniczność. Tw.: Reguła de l'Hospitala.]]

5. Def. pochodnej rzędu k

Przykłady: wzór na $f^{(k)}$ dla $f(x)$ typów: a^x , $(x-c)^n$, $\sin x$, $\frac{1}{x}$. Def. wielomianu Taylora rzędu n w punkcie x_0 Tw. o postaci (Lagrange'a i Peana) reszty we wzorze Taylora. Zastosowanie do badania istnienia ekstremum lokalnego, do oszacowania błędu przybliżania $f(x)$ wielomianami Taylora. Def. wypukłości funkcji f -jej charakteryzacja przez własności f' (odp. f'').

6. CAŁKA NIEOZNACZONA

Def. funkcji pierwotnej i całki nieoznaczonej. Liniowość całki. Tw. o całkowaniu przez części i przez podstawienie. Rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste (metoda). Podstawienie trygonometryczne.