

Egzamin z analizy III't.-część teoret. II semestr rok I 8. IX 2014

Proszę uzupełnić (na tej kartce, w razie potrzeby -na odwrocie) odpowiednie definicje, wzory i wypowiedzi twierdzeń.

1. Dla funkcji $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniować (**bez użycia** pojęcia funkcji pierwotnej, czy całki nieoznaczonej) co to znaczy, że dana liczba, powiedzmy S , jest całką oznaczoną: $\int_a^b f(t) dt$. Zakładamy przy tym od razu (dla ułatwienia), że funkcja f jest całkowalna. Opisać wzorem sumę całkową S_n odpowiadającą podziałowi $[a, b]$ układem n punktów $t_0 = a < t_1 < \dots < t_n = b$. (Średnicę tego podziału, czyli liczbę $\max\{t_j - t_{j-1} : j = 1, \dots, n\}$ oznaczmy przez δ_n .)
2. Sformułować nierówność Cauchy'ego -Buniakowskiego-Schwarza dla iloczynu skalarnego
3. Co oznacza stwierdzenie, że odwzorowanie $F : U \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ określone w otoczeniu U punktu $P_0(x_0, y_0, z_0)$ jest różniczkowalne w tym punkcie, zaś odwzorowanie liniowe $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ jest jego różniczką zupełną (co oznaczamy $L = d_{P_0}F$?).
4. Podać nierówność Bessela (w dowolnej postaci) ...

oraz wzór na współczynniki a_n występujące w rozwinięciu funkcji w szereg Fouriera $\frac{a_0}{2} + \sum a_n \cos nx + b_n \sin nx$...
5. Podać kryterium porównawcze (lub inne) dla zbieżności całki niewłaściwej typu $\int_a^\infty f(t) dt$
6. Sformułować wzór Greena dla $\int_\gamma P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ w przypadku całki krzywoliniowej skierowanej wzdłuż krzywej zamkniętej γ , normalnej względem każdej z osi, wycinającej z płaszczyzny pewien obszar D (zwany wnętrzem γ), precyzując założenie o orientacji γ względem D .