

Egzamin z analizy 27.06.2014.-część teoret. II sem. It

Proszę uzupełnić (na tej kartce, w razie potrzeby -na odwrocie) odpowiednie definicje, wzory i wypowiedzi twierdzeń.

1. Dla funkcji $f : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$ określonej na zbiorze $\Gamma = \{\gamma(t) : t \in [a, b]\}$ punktów krzywej $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ podać definicję sum całkowych dla całki krzywoliniowej nieskierowanej $\int_{\gamma} f ds$, gdzie ds oznacza "element długości łuku na krzywej γ ". (Takie sumy S_n mogą odpowiadać podziałowi $t_0 = a < t_1 < \dots < t_n = b$ z punktami pośrednimi $\lambda_j \in [t_{j-1}, t_j], j = 1, \dots, n$. Długość euklidesową wektora cięciwy $\Delta_j \gamma := \gamma(t_j) - \gamma(t_{j-1})$ możemy tu dla uproszczenia oznaczyć symbolem $|\Delta_j \gamma|$.)

$$S_n = \sum_{k=1}^n \dots\dots$$

2. Gdy krzywa γ ma współrzędne $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ klasy C^1 , zapisać wzór na wartość całki nieskierowanej z poprzedniego punktu.

$$\int_{\gamma} f ds = \dots$$

3. Sformułować wzór Taylora z drugą różniczką (tzn. uwzględniający pochodne cząstkowe do rzędu 2) dla funkcji 2 zmiennych (opisując przy użyciu odpowiednich kwantyfikatorów zapisanych symbolem lub słownie).

4. Podać nierówność Bessela (w dowolnej postaci) ...

oraz wzór na współczynniki sinusowe b_n występujące w rozwinięciu funkcji 2π -okresowej **nieparzystej** w szereg Fouriera ...

5. Sformułować (ze wszystkimi założeniami) twierdzenie o funkcjach uwikłanych (postaci $y = y(x)$ odpowiadającej warunkowi $f(x, y) = 0$ w przypadku funkcji dwu zmiennych).

...

...

6. Sformułować wzór Gaussa-Ostrogradskiego wyrażający (jako pewną całkę potrójną) strumień pola $I = \int \int_{\partial\Omega} P dy dz + Q dz dx + R dx dy$ przez zorientowany na zewnątrz brzeg $\partial\Omega$ obszaru normalnego $\Omega \subset \mathbb{R}^3$.